



# Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών  
Τομέας Επικοινωνιών, Ηλεκτρονικής & Συστημάτων Πληροφορικής

## **Βελτιώσεις στα συστήματα πολλαπλών πηγών-δεκτών κατά την ισοστάθμιση και αναπαραγωγή ηχητικού πεδίου σε κλειστούς χώρους**

Διδακτορική Διατριβή

ΤΟΥ

**Νικόλαου Στεφανάκη**

Διπλωματούχου Μηχανολόγου Μηχανικού  
του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου

*Αθήνα, Απρίλιος 2008*



# ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών  
Τομέας Επικοινωνιών, Ηλεκτρονικής & Συστημάτων Πληροφορικής

## Βελτιώσεις στα συστήματα πολλαπλών πηγών-δεκτών κατά την ισοστάθμιση και αναπαραγωγή ηχητικού πεδίου σε κλειστούς χώρους

Διδακτορική Διατριβή  
ΤΟΥ

**Νικόλαου Στεφανάκη**

Διπλωματούχου Μηχανολόγου Μηχανικού  
του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου

---

<b>Συμβουλευτική Επιτροπή:</b>	Βασίλειος Λούμος Ελευθέριος Καγιάφας Γεώργιος Καμπουράκης	
--------------------------------	---	--

Εγκρίθηκε από την Εξεταστική Επιτροπή την 18<sup>η</sup> Απριλίου 2008.

Β. Λούμος Καθηγητής ΕΜΠ	Ελ. Καγιάφας Καθηγητής ΕΜΠ	Γ. Καμπουράκης Επικ. Καθηγητής ΕΜΠ	Δ. Βέργαδος Λέκτορας Πανεπιστήμιο Πειραιά
----------------------------	-------------------------------	---------------------------------------	---

Ι. Αναγνωστόπουλος Λέκτορας Πανεπιστήμιο Αιγαίου	Κ. Παπαοδυσσεύς Αν. Καθηγητής ΕΜΠ	Ν. Χατζηαργυρίου Καθηγητής ΕΜΠ
--	--------------------------------------	-----------------------------------



*Στους γονείς μου,  
Φανή και Γιάννη*



## Πρόλογος

*Καταρχήν θα ήθελα να ευχαριστήσω τους καθηγητές Βασίλειο Λούμο, Ελευθέριο Καγιάφα και Νίκο Χατζηαργυρίου για την ευκαιρία που μου έδωσαν πριν πέντε χρόνια να ξεκινήσω αυτό το διδακτορικό.*

*Η όλη πορεία μου στην ολοκλήρωση αυτού του έργου βοηθήθηκε και επηρεάστηκε από πολλούς ανθρώπους, άλλους κατά την παραμονή μου στην Αθήνα και το Ε.Μ.Π., και άλλους κατά το δεκάμηνο ταξίδι μου στη Δανία.*

*Ευχαριστώ θερμά τον αναπληρωτή καθηγητή του τμήματος Ακουστικής Τεχνολογίας του Τεχνικού Πανεπιστημίου της Δανίας Finn Jacobsen για όλη τη βοήθεια που μου προσέφερε όχι μόνο κατά τη διάρκεια της επίσκεψής μου εκεί, αλλά και κατά την επιστροφή μου στην Ελλάδα. Από τον ίδιο χώρο θέλω επίσης να ευχαριστήσω τον Peter Jule και τον Edwin Verheijen για τη βοήθειά τους σε διάφορα θέματα όσον αφορά τη μέθοδο των συνοριακών στοιχείων και την Wave Field Synthesis αντίστοιχα.*

*Από το Ε.Μ.Π. θέλω να ευχαριστήσω το Δρ. Γιάννη Σαρρή για τη συνεργασία του όλα αυτά τα χρόνια και για τη βοήθειά του κατά τη συγγραφή της διατριβής. Τέλος, ένα μεγάλο ευχαριστώ στον επίκουρο καθηγητή Γεώργιο Καμπουράκη για όλη την ανιδιοτελή του υποστήριξη, την επίβλεψη και τη ζεστή φιλοξενία που μου παρείχε από την πρώτη μέρα του διδακτορικού μου έως σήμερα.*





## Περίληψη

Το πρόβλημα που εξετάζεται σε αυτήν τη διατριβή αφορά τη χρήση των συστημάτων πολλαπλών πηγών-δεκτών για τον έλεγχο του ηχητικού πεδίου σε μια συνεχή και εκτεταμένη περιοχή ενός κλειστού χώρου. Θεωρώντας ένα σύνολο από ηχητικές πηγές μέσα στο χώρο, μελετώνται δύο συγγενικές διεργασίες: η ισοστάθμιση και η αναπαραγωγή ηχητικού πεδίου.

Σύμφωνα με το βασικό μοντέλο της μεθόδου των πολλαπλών σημείων, η διαδικασία αποσκοπεί στην εύρεση των βέλτιστων αντίστροφων φίλτρων των ηχητικών πηγών έτσι ώστε το σύνθετο σύστημα αντίστροφα φίλτρα-κλειστός χώρος να προσεγγίζει μια επιθυμητή απόκριση. Η παραπάνω βελτιστοποίηση μελετάται υπό την προϋπόθεση ότι οι συναρτήσεις μεταφοράς από τις ηχητικές πηγές σε ένα σύνολο από δέκτες ελέγχου είναι γνωστές. Η εύρεση των βέλτιστων φίλτρων γίνεται με την ελαχιστοποίηση μιας συνάρτησης κόστους που εκφράζει το τετραγωνικό σφάλμα αναπαραγωγής στους δέκτες ελέγχου. Οι κοινές τεχνικές ελάχιστων τετραγώνων ναι μεν εξασφαλίζουν ένα ικανοποιητικό αποτέλεσμα κοντά στην περιοχή ελέγχου, αλλά αδιαφορούν για την ποιότητα της αναπαραγωγής εκτός αυτής. Κατ' αυτόν τον τρόπο, ο έλεγχος του ηχητικού πεδίου σε μια μεγάλη περιοχή ακρόασης θα απαιτούσε τη χρήση μεγάλου αριθμού δεκτών ελέγχου, γεγονός που θα καθιστούσε το σύστημα βαρύ και δυσλειτουργικό.

Για την αντιμετώπιση των προβλημάτων που σχετίζονται με τα παραπάνω, η μελέτη εστιάζεται στην τροποποίηση της κλασικής συνάρτησης κόστους με σκοπό την ελαχιστοποίηση μιας καινούριας που παρέχει βελτιωμένα χαρακτηριστικά, όσον αφορά την ποιότητα και την έκταση της αναπαραγωγής, έναντι της πρώτης. Κατ' αυτόν τον τρόπο, παρουσιάζεται και αναλύεται η *στάθμιση ισχύος (power output regularization)*, η οποία υλοποιείται με την προσθήκη ενός όρου στη συνάρτηση κόστους που είναι ανάλογος της ακουστικής ισχύς του συστήματος. Στο πεδίο της συχνότητας η στάθμιση ισχύος αποτελεί ουσιαστικά περίπτωση της γενικής μορφής εξομάλυνσης κατά Tikhonov. Από προσομοιώσεις αποδεικνύεται ότι η στάθμιση ισχύος μπορεί να οδηγήσει σε σημαντική αύξηση της χωρικής και αλγεβρικής ευρωστίας του συστήματος σε σχέση με τις συνήθειες τεχνικές εξομάλυνσης όπως η στάθμιση συνεισφοράς και η Truncated Singular Value Decomposition (TSVD).

Μια δεύτερη τροποποίηση της συνάρτησης κόστους που παρουσιάζεται αφορά την προσθήκη ενός όρου που είναι ανάλογος του τετραγώνου της μεταβλητότητας της λύσης

του συστήματος. Η *στάθμιση μεταβλητότητας (effort variation regularization)* παραπέμπει επίσης στη γενική μορφή εξομάλυνσης κατά Tikhonov και πραγματοποιείται με τη χρήση ενός πραγματικού διαφορικού τελεστή πρώτης ή δεύτερης τάξης, ο οποίος επιβάλλει περιορισμό της διακύμανσης της λύσης, οδηγώντας έτσι το σύστημα σε μια πιο ομαλή, υπό κάποια κριτήρια, λύση. Η προτεινόμενη τεχνική εξομάλυνσης εφαρμόζεται με επιτυχία στην ισοστάθμιση εκτεταμένης χωρικής περιοχής με την αναπαραγωγή ενός επίπεδου κύματος που οδεύει προς συγκεκριμένη κατεύθυνση, αλλά γίνεται φανερό ότι χρειάζεται τροποποίηση του διαφορικού τελεστή για τη διατήρηση της ποιότητας της αναπαραγωγής σε διαφορετικές γωνίες διάδοσης του επιθυμητού κύματος και κατά συνέπεια, στη χρήση της για την αναπαραγωγή ηχητικού πεδίου. Έτσι, προτείνεται η κατασκευή ενός μιγαδικού διαφορικού τελεστή, ο οποίος προσαρμόζεται ανάλογα με τη διαφορά φάσης που χαρακτηρίζει το επιθυμητό ηχητικό πεδίο όταν αυτό ανάγεται στις θέσεις των ηχητικών πηγών. Αποτελέσματα προσομοιώσεων δείχνουν ότι η προτεινόμενη τεχνική παρουσιάζει παρόμοια αποτελέσματα με τις ήδη γνωστές τεχνικές Wave Field Synthesis και Adaptive Wave Field Synthesis στο ελεύθερο πεδίο, είναι όμως καταλληλότερη για εφαρμογή σε κλειστούς χώρους και ιδιαίτερα στο συχνοτικό εύρος της χαμηλής πυκνότητας ιδιομορφών.

## Abstract

In this Thesis we address the problem of using a multichannel active control system in order to control the sound field in a continuous and spatially extended area of a closed space. Two relevant processes are examined: sound equalization and sound field reproduction.

According to the general theory of the multiple point method, the process aims in the construction of a set of inverse filters so that the complex system inverse filters–closed space approaches a given desired response. In that sense, the optimum filters are found by minimizing a cost function that expresses the square error between the sound field that is actually reproduced and the definition of the desired sound field at the exact control sensor locations. Most common least square techniques achieve a satisfactory result in the control region, but the sound field is quickly deteriorated away from the control points. This implies that controlling the sound field in a spatially extended region would require a great number of control sensors, something that would make the system impractical and computationally expensive.

In order to tackle these problems, the analysis in this Thesis is focused on the modification of the original cost function, in order to derive alternative cost functions with improved properties regarding the spatial extend and the quality of reproduction. In this manner, *power output regularization* is introduced. This technique is based on the addition of a term in the cost function that is proportional to total power output of the system. In the frequency domain, it can be seen that power output regularization belongs to the general form of Tikhonov regularization. Simulation results demonstrate that the proposed technique can significantly increase the spatial and algebraic robustness of an equalization or of a sound reproduction system compared to other common regularization techniques, as for example effort penalty regularization and Truncated Singular Value Decomposition (TSVD).

An additional modification of the cost function is introduced by adding a term that is proportional to the square of the deviation of the solution. This technique, called *effort deviation regularization*, also belongs to the general case of Tikhonov regularization and is accomplished with the use of a real differential operator that penalizes the roughness in the solution. The proposed technique appears to be very successful in reproducing a plane wave travelling at a specific angle in order to equalize an extended spatial region,

but needs to be modified in order for the system to achieve the same quality of reproduction at other angles of propagation. Construction of a complex differential operator is thus introduced. This complex operator is adapted according to the relative phase difference of the desired sound field when the latter is extrapolated to the sources' positions. Simulation results demonstrate that the proposed technique achieves the same reproduction quality as Wave Field Synthesis and Adaptive Wave Field Synthesis in the free field, but it is better suited for the case of reverberant rooms, and especially in the low modal density region.

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<b>Κατάλογος κυριότερων συμβόλων</b> .....	14
--	----

### **Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή**

<b>1.1 Σκοπός της διατριβής</b> .....	19
<b>1.2 Ιστορική αναδρομή</b> .....	19
<b>1.3 Συνεισφορά της διατριβής</b> .....	22
<b>1.4 Δομή της διατριβής</b> .....	23

### **Κεφάλαιο 2 Διαδεδομένες μέθοδοι αναπαραγωγής**

<b>2.1 Αντίληψη του χώρου και της κατεύθυνσης</b> .....	26
2.1.1 Γενικά.....	26
2.1.2 Αντίληψη του χώρου .....	28
2.1.3 Απαιτήσεις ενός ιδανικού συστήματος αναπαραγωγής .....	28
<b>2.2 Δικάναλη αναπαραγωγή</b> .....	30
2.2.1 Η στερεοφωνική εγκατάσταση.....	30
2.2.2 Άλλες τεχνικές δυο καναλιών .....	33
<b>2.3 Πολυκάναλες διατάξεις</b> .....	34
2.3.2 Το Dolby Surround .....	36
2.3.3 Ambisonics (αμφιχία) .....	37
<b>2.4 Ολογραφικές τεχνικές αναπαραγωγής</b> .....	40
2.4.1 Το ολοκλήρωμα Kirchhoff-Helmholtz.....	40
2.4.2 Συνάρτηση οδήγησης για ευθεία συστοιχία μεγαφώνων .....	42
2.4.3 Συνάρτηση οδήγησης για καμπύλη συστοιχία μεγαφώνων .....	45
2.4.4 Δημιουργία εικονικών πηγών μπροστά από τη συστοιχία .....	47
2.4.5 Γενική σύλληψη για αναπαραγωγή με WFS .....	48
2.4.6 Ακουστικοποίηση με ηχογράφηση της κρουστικής απόκρισης .....	49
2.4.7 Ακουστικοποίηση με βάση εικονικά μοντέλα.....	51

### **Κεφάλαιο 3 Ο ενεργός έλεγχος στην αναπαραγωγή ηχητικού πεδίου**

<b>3.1 Αναπαραγωγή αρμονικών ηχητικών πεδίων</b> .....	56
3.1.1 Διατύπωση του προβλήματος και βέλτιστη λύση .....	56
3.1.2 Αριθμητική προσέγγιση της βέλτιστης λύσης.....	57
3.1.3 Αριθμός εξάρτησης του πίνακα ακουστικών εμποδίσεων.....	60
3.1.4 Τεχνικές εξομάλυνσης για ασθενώς ορισμένο σύστημα .....	61
<b>3.2 Αναπαραγωγή ηχητικών πεδίων στο πεδίο του χρόνου</b> .....	64
3.2.1 Διατύπωση του προβλήματος και αριθμητική λύση .....	64
3.2.2 Αναδρομική προσέγγιση της λύσης .....	69
<b>3.3 Χωρική ευρωστία του συστήματος αναπαραγωγής</b> .....	71
<b>3.4 Σύγκριση μεταξύ ενεργού ελέγχου και WFS</b> .....	73
3.4.1 Αναπαραγωγή σε ανηχοϊκές συνθήκες.....	75
3.4.2 Αναπαραγωγή σε ανακλαστικό περιβάλλον.....	79

<b>3.5 Αντιστάθμιση της επίδρασης του δωματίου αναπαραγωγής για ένα σύστημα βασιζόμενο σε τεχνικές WFS.....</b>	<b>80</b>
<b>3.6 Adaptive Wave Field Synthesis (AWFS).....</b>	<b>82</b>

## **Κεφάλαιο 4 Βελτιώσεις στα συστήματα ισοστάθμισης ηχητικού πεδίου σε κλειστούς χώρους**

<b>4.1 Ισοστάθμιση ηχητικού πεδίου σε κλειστό χώρο .....</b>	<b>86</b>
4.1.1 Ηχητικά πεδία σε κλειστούς χώρους.....	86
4.1.2 Ισοστάθμιση ηχητικού πεδίου .....	88
4.1.3 Ισοστάθμιση της κρουστικής απόκρισης σε ένα σύστημα πολλαπλών πηγών-δεκτών.....	90
4.1.4 Ισοστάθμιση με αναπαραγωγή επίπεδου κύματος σε ορθογώνιο δωμάτιο .....	92
<b>4.2 Βέλτιστη τοποθέτηση πηγών για ισοστάθμιση με αναπαραγωγή επίπεδου κύματος.....</b>	<b>96</b>
4.2.1 Τοποθέτηση πηγών για ισοστάθμιση σε συγκεκριμένο ύψος γραμμής ορθογώνιου δωματίου .....	97
4.2.2 Τοποθέτηση ηχείων πολλαπλών δρόμων .....	100
4.2.3 Τοποθέτηση πηγών για ισοστάθμιση σε εκτεταμένη περιοχή ορθογώνιου δωματίου .....	102
4.2.4 Τοποθέτηση πηγών για ισοστάθμιση στην καμπύνα ενός αυτοκινήτου .....	110
4.2.5 Τοποθέτηση πηγών για αναπαραγωγή ηχητικού πεδίου .....	117
<b>4.3 Στάθμιση ισχύος.....</b>	<b>118</b>
4.3.1 Διατύπωση του προβλήματος και βέλτιστη λύση .....	119
4.3.2 Η στάθμιση ισχύος στην ισοστάθμιση ηχητικού πεδίου σε ορθογώνιο δωμάτιο .....	120
<b>4.4 Στάθμιση μεταβλητότητας της έντασης.....</b>	<b>126</b>
4.4.1 Προσομοίωση στο πεδίο της συχνότητας .....	127
4.4.2 Προσομοίωση στο πεδίο του χρόνου .....	134
4.4.3 Αναδρομική προσέγγιση της λύσης .....	138
<b>4.5 Στάθμιση μεταβλητότητας της ισχύος .....</b>	<b>139</b>

## **Κεφάλαιο 5 Βελτιώσεις στα συστήματα αναπαραγωγής ηχητικού πεδίου σε κλειστούς χώρους**

<b>5.1 Αναπαραγωγή ηχητικού πεδίου σε εκτεταμένη περιοχή κλειστού χώρου.....</b>	<b>144</b>
5.1.1 Αναπαραγωγή αρμονικού ηχητικού πεδίου σε ορθογώνιο δωμάτιο. ....	144
5.1.2 Μια ολογραφική προσέγγιση .....	148
5.1.3 Επίδοση της AWFS, της WFS και του ενεργού ελέγχου σε κλειστούς χώρους.....	151
<b>5.2 Στάθμιση ισχύος.....</b>	<b>157</b>
5.2.1 Επίδοση των τεχνικών στάθμισης σε σχέση με τη γωνία διάδοσης του επιθυμητού κύματος σε ορθογώνιο δωμάτιο .....	157
5.2.2 Επίδοση των τεχνικών στάθμισης σε σχέση με τη γωνία διάδοσης του επιθυμητού κύματος σε μη ορθογώνιο δωμάτιο. ....	163
5.2.3 Μετασχηματισμός της στάθμισης ισχύος στην κύρια μορφή .....	165
5.2.4 Αναπαραγωγή ηχητικού πεδίου σε συνεχή τρισδιάστατη περιοχή ορθογωνίου δωματίου .....	169
<b>5.3 Στάθμιση μεταβλητότητας με μιγαδικό διαφορικό τελεστή.....</b>	<b>174</b>
5.3.1 Σχετική διαφορά φάσης στις πηγές μια διάταξης WFS.....	174
5.3.2 Κατασκευή του μιγαδικού διαφορικού τελεστή.....	175
5.3.3 Αποτελέσματα προσομοιώσεων στο ελεύθερο πεδίο.....	177
5.3.4 Αποτελέσματα προσομοιώσεων σε κλειστό χώρο .....	181
<b>5.4 Αναγωγή του μιγαδικού διαφορικού τελεστή στο πεδίο του χρόνου .....</b>	<b>184</b>

5.4.1 Αποτελέσματα προσομοίωσης σε κλειστό χώρο.....	187
--	-----

## **Κεφάλαιο 6 Συμπεράσματα και προτάσεις για μελλοντική εργασία**

<b>6.1 Καταλληλότητα των μεθόδων με βάση τη φύση του χώρου αναπαραγωγής.....</b>	<b>192</b>
<b>6.2 Στάθμιση ισχύος.....</b>	<b>193</b>
6.2.1 Μέτρηση της ακουστικής ισχύς .....	193
6.2.2 Αναδρομική προσέγγιση της λύσης .....	194
<b>6.3 Στάθμιση μεταβλητότητας.....</b>	<b>198</b>
6.3.1 Περαιτέρω βελτίωση του μιγαδικού διαφορικού τελεστή.....	198
6.3.2 Αναπαραγωγή σύνθετων ηχητικών πεδίων με χρήση μιγαδικού διαφορικού τελεστή .....	200
6.3.2 Bounded variation regularization .....	201
6.3.2 Κατασκευή διαφορικού τελεστή για αναπαραγωγή τρισδιάστατου ηχητικού πεδίου .....	202

## **Παράρτημα Προσομοίωση ηχητικού πεδίου σε κλειστούς χώρους**

<b>A.1 Υπολογισμός του ηχητικού πεδίου σε ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο χώρο.....</b>	<b>206</b>
<b>A.2 Υπολογισμοί ακουστικής ισχύος σε ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο χώρο.....</b>	<b>208</b>
<b>A.3 Υπολογισμός του ηχητικού πεδίου μέσω της μεθόδου των συνωριακών στοιχείων (BEM) .....</b>	<b>209</b>
<b>A.4 Υπολογισμοί ακουστικής ισχύος μέσω BEM.....</b>	<b>213</b>
<b>A.5 Σύγκριση μεταξύ του αναλυτικού και του υπολογιστικού μοντέλου .....</b>	<b>216</b>
A.5.1 Αποτελέσματα προσομοίωσης .....	216
A.5.2 Συμπεράσματα.....	218

<b>Βιβλιογραφία .....</b>	<b>219</b>
---------------------------	------------

<b>Κατάλογος δημοσιεύσεων του Συγγραφέα .....</b>	<b>228</b>
---	------------

# Κατάλογος κυριότερων συμβόλων

<b>a</b>	διάνυσμα των συντελεστών των FIR αντίστροφων φίλτρων,
<b>a<sub>o</sub></b>	βέλτιστο διάνυσμα των συντελεστών των FIR αντίστροφων φίλτρων,
<b>c</b>	ταχύτητα του ήχου,
<b><math>\hat{\mathbf{d}}(n)</math></b>	διάνυσμα των αναπαραγόμενων ηχητικών πιέσεων τη χρονική στιγμή $n$ ,
<b><math>\mathbf{d}(n)</math></b>	διάνυσμα των επιθυμητών ηχητικών πιέσεων τη χρονική στιγμή $n$ ,
<b>D</b>	πραγματικός ή μιγαδικός διαφορικός τελεστής,
<b>e</b>	διάνυσμα των μιγαδικών σφαλμάτων αναπαραγωγής,
<b>e(n)</b>	διάνυσμα των σφαλμάτων αναπαραγωγής τη χρονική στιγμή $n$ ,
<b>f</b>	συχνότητα (Hz),
<b>g</b>	συντελεστής στάθμισης για στάθμιση μεταβλητότητας της ισχύος,
<b>h</b>	συντελεστής στάθμισης για στάθμιση μεταβλητότητας της έντασης,
<b>I</b>	αριθμός των συντελεστών των FIR φίλτρων αναπαραγωγής,
<b>I</b>	μοναδιαίος πίνακας,
<b>J</b>	συνάρτηση κόστους,
<b>j</b>	$\sqrt{-1}$ ,
<b>k</b>	ο κυματικός αριθμός,
<b>L</b>	άνω τριγωνικός πίνακας που προκύπτει κατά τον μετασχηματισμό Cholesky του <b>W</b> ,
<b>L</b>	αριθμός των ηχητικών πηγών,
<b>L<sub>x</sub>,L<sub>y</sub>,L<sub>z</sub></b>	διαστάσεις ορθογώνιου δωματίου κατά τον $x$ , $y$ και $z$ άξονα,
<b>l</b>	δείκτης ηχητικής πηγής,
<b>M</b>	αριθμός των δεκτών ελέγχου,
<b>m</b>	δείκτης δέκτη ελέγχου,
<b>n</b>	τιμή δείγματος χρονικής ακολουθίας,
<b>n</b>	κανονικό διάνυσμα,
<b>p<sub>d</sub></b>	διάνυσμα επιθυμητών μιγαδικών ηχητικών πιέσεων,
<b>q</b>	διάνυσμα μιγαδικών εντάσεων των ηχητικών πηγών,
<b>q<sub>o</sub></b>	διάνυσμα βέλτιστων μιγαδικών εντάσεων των ηχητικών πηγών,
<b>q<sub>WFS</sub></b>	διάνυσμα μιγαδικών εντάσεων της WFS,
<b>R</b>	πίνακας του φιλτραρισμένου σήματος αναφοράς,
<b>r</b>	διάνυσμα θέσης,
<b>t</b>	χρόνος, πίνακας για τον υπολογισμό της συνολικής ακουστικής ισχύς μέσω του γινομένου $\mathbf{q}^H \mathbf{W} \mathbf{q}$ ,
<b>W</b>	
<b>x,y,z</b>	συντεταγμένες θέσης,



<b>Z</b>	μιγαδικός πίνακας ακουστικών εμπεδήσεων,
$\beta$	συντελεστής στάθμισης της AWFS τεχνικής,
$\theta$	γωνία διάδοσης επίπεδου κύματος,
$\lambda$	συντελεστής στάθμισης για στάθμιση ισχύος,
$\mu$	συντελεστής στάθμισης για στάθμιση συνεισφοράς,
$\omega$	συχνότητα (rad),
$\  \ $	Ευκλείδεια νόρμα



# Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή

## 1.1 Σκοπός της διατριβής

Σκοπός της διατριβής είναι η θεωρητική μελέτη της αναπαραγωγής ηχητικού πεδίου (sound field reproduction) εντός του ακουστικού περιβάλλοντος των κλειστών χώρων αναπαραγωγής. Ιδιαίτερη βαρύτητα δίνεται στο ότι το αναπαραγόμενο ηχητικό πεδίο πρέπει όχι μόνο να είναι πιστό αντίγραφο του επιθυμητού, αλλά και να διατηρεί αυτήν την πιστότητα σε ένα μεγάλο και συνεχές χωρικό εύρος, ώστε να επιτρέπει την εξυπηρέτηση πολλών ακροατών. Αποτελέσματα προσομοιώσεων δείχνουν ότι η χρήση ενός συστήματος που είναι σχεδιασμένο για το ελεύθερο πεδίο είναι δυνατόν να παρουσιάσει μεγάλη αστοχία υπό την επίδραση του ανακλαστικού περιβάλλοντος, ειδικά στις χαμηλότερες συχνότητες όπου το ηχητικό πεδίο χαρακτηρίζεται από την παρουσία ισχυρών διακριτών ιδιομορφών. Υπό αυτές τις συνθήκες, οι λύσεις για τη βελτίωση της ποιότητας της ηχητικής αναπαραγωγής βασίζονται στη χρήση τεχνικών ενεργού ελέγχου, οι οποίες αποσκοπούν στο να προσαρμόσουν το σύστημα στις ιδιαιτερότητες του χώρου αναπαραγωγής. Σκοπός της διατριβής είναι η πρόταση νέων μεθόδων για τη βελτίωση της ποιότητας της αναπαραγωγής στους κλειστούς χώρους, η σύγκρισή τους με τις υπάρχουσες στη διεθνή βιβλιογραφία μεθόδους και η εξαγωγή συμπερασμάτων για την καταλληλότητα κάθε μεθόδου σε σχέση με τη φύση του ηχητικού πεδίου στον κλειστό χώρο όπου λαμβάνει χώρα η διεργασία. Παράλληλα, λόγω της απαίτησης για αφαίρεση της επίδρασης του δωματίου κατά την ηχητική αναπαραγωγή, τονίζεται η συγγένεια της ηχητικής αναπαραγωγής με την ισοστάθμιση (equalization) και μελετώνται τρόποι για βελτίωση της τελευταίας, υπό την προϋπόθεση ότι η ισοστάθμιση πρέπει να λαμβάνει χώρα σε εκτεταμένα και συνεχή περιοχή του χώρου.

## 1.2 Ιστορική αναδρομή

Η ιστορία της ηχητικής αναπαραγωγής ξεκινάει από το 1877 όταν ο Thomas Alva Edison κατασκεύασε το φωνόγραφο, μια συσκευή που προοριζόταν για την ηχογράφηση και αναπαραγωγή της ανθρώπινης φωνής. Το 1920, με την ανάπτυξη των εφαρμογών του ηλεκτρισμού εφευρέθηκε το γνωστό και διαδεδομένο ως και σήμερα ηλεκτροδυναμικό ηχείο. Οι αρχές λειτουργίας αυτού του μετασχηματιστή παραμένουν ουσιαστικά αμετάβλητες έως και σήμερα.

Μέχρι και το 1930, ο ήχος αναπαραγόταν μονοφωνικά. Την πρώτη ίσως μετάβαση από τη μονοφωνική στην πολυκάναλη αναπαραγωγή αποτέλεσε η δουλειά του Blumlein (1931) ο οποίος ανέπτυξε ένα σύστημα για σύλληψη και αναπαραγωγή που οδήγησε στη γνωστή ως σήμερα στερεοφωνική αναπαραγωγή (intensity stereophony). Το 1934 ο Steinberg και ο Snow χρησιμοποίησαν τρία μικρόφωνα τοποθετημένα σε απόσταση για την ηχογράφηση και αναπαραγωγή από τρία ηχεία τοποθετημένα αριστερά, μπροστά και δεξιά από τον ακροατή. Στα πρώτα τους βήματα, οι τεχνικές αναπαραγωγής ήταν άρρηκτα συνδεδεμένες με τις τεχνικές ηχογράφησης. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα η πρόοδος της πολυκάναλης αναπαραγωγής (multi-channel reproduction) να είναι άμεσα εξαρτημένη από τη δυνατότητα της πολυκάναλης ηχογράφησης (multi-track recordings), κάτι που έγινε πραγματικότητα με τη χρήση της μαγνητικής ταινίας μετά το δεύτερο παγκόσμιο πόλεμο. Αξίζει να σημειωθεί ότι ο γνωστός σε όλους δίσκος βινυλίου κυκλοφόρησε στο εμπόριο μόλις το 1958.

Στην αρχή της δεκαετίας του 70 ξεκίνησαν διάφορες προσπάθειες για την αύξηση του αριθμού των ηχείων που αποσκοπούσαν στη δημιουργία πιο σύνθετου ακουστικού περιβάλλοντος. Πρωτοποριακό σε αυτήν την προσπάθεια ήτανε ένα σύστημα που κυκλοφόρησε με τον όρο *τετραφωνία* (quadraphony) (Eargle 1971). Χαρακτηριστικό για αυτό και για άλλα παρόμοια συστήματα περισσότερων καναλιών είναι η απαίτηση για συμβατότητα με τη στερεοφωνική αναπαραγωγή των δύο καναλιών. Για την διατήρηση αυτής της συμβατότητας ήταν απαραίτητη η χρήση συστήματος πινάκων, με τα οποία τέσσερα κανάλια αναπαραγωγής μπορούσαν να αποκωδικοποιηθούν μέσα από την πληροφορία των δύο καναλιών και αντίστροφα. Η μη εδραίωση ενός σταθερού και διαδεδομένου συστήματος κωδικοποίησης και αποκωδικοποίησης δεν επέτρεψε την εμπορική τους διάδοση πριν από το 1980, όπου μέσα από τον κινηματογράφο καθιερώθηκε τελικά το Dolby Surround, το πιο διαδεδομένο σύστημα surround έως και σήμερα. Με αυτόν τον τρόπο, πληροφορία κωδικοποιημένη στα δύο κανάλια μιας βιντεοταινίας είναι δυνατόν να αποκωδικοποιηθεί και να διαιρεθεί κατάλληλα στα περισσότερα κανάλια ενός συστήματος surround ακόμα και μέσα στο οικιακό περιβάλλον.

Η φιλοσοφία γύρω από την ηχητική αναπαραγωγή παίρνει μια νέα ενδιαφέρουσα τροπή με την εισαγωγή της *αμφιηχίας* (ambisonics) το 1985 από τον Gerzon (1985). Ο Gerzon εισάγει ένα σύστημα για τη δημιουργία των πρώτων σφαιρικών αρμονικών ενός επίπεδου ηχητικού πεδίου (plane wave sound field) γύρω από ένα σημείο στο χώρο. Με αυτόν τον τρόπο, δημιουργείται ένα ακριβές αντίγραφο των μετώπων κύματος του επιθυμητού ηχητικού πεδίου. Θεωρητικά, ήχοι προερχόμενοι από όλες τις πιθανές κατευθύνσεις

μπορούν να αναπαραχθούν, τόσο στο δισδιάστατο όσο και στον τρισδιάστατο χώρο, με κατάλληλες διατάξεις ηχείων τοποθετημένων περιμετρικά του ακροατή. Σύντομα, η φιλοσοφία της δημιουργίας ακριβών αντιγράφων κύματος ενοποιείται και εξελίσσεται περαιτέρω με τις ολογραφικές τεχνικές αναπαραγωγής όταν το 1993 ο Berkhout εισάγει την τεχνική της Wave Field Synthesis (WFS) (Berkhout 1993). Σε πρώτη φάση ο έλεγχος του ηχητικού πεδίου γίνεται εφικτός με μια συνευθειακή συστοιχία ηχείων μπροστά από τον ακροατή, αλλά σύντομα η τεχνική εξελίσσεται ώστε να χρησιμοποιούνται και πιο περίπλοκες γεωμετρικές διατάξεις. Η τεχνική αυτή επιτρέπει την ακριβή αναπαραγωγή των μετώπων κύματος ενός πραγματικού ή φανταστικού ακουστικού γεγονότος σε μια εκτεταμένη περιοχή ακρόασης, εξυπηρετώντας έτσι πολλούς ακροατές την ίδια στιγμή.

Εντωμεταξύ, νέες μέθοδοι μετρήσεων, βασισμένες στην ψηφιακή επεξεργασία σήματος, οι οποίες εισήχθησαν στα μέσα τις δεκαετίας του 1980, έδωσαν τη δυνατότητα της εκ νέου μελέτης του προβλήματος στο πεδίο του χρόνου, και τη θεμελίωση της χρήσης του ενεργού ελέγχου στην ηχητική αναπαραγωγή. Τη δεκαετία του 90, ένα μεγάλο μέρος από εργασίες επικεντρώνεται στη χρήση διατάξεων πολλαπλών πηγών-δεκτών (multiple-input/multiple-output), οι οποίες, με την ωρίμανση και τη διάδοση της τεχνολογίας των αναδρομικών ψηφιακών φίλτρων, δίνουν τη δυνατότητα για πλήρη έλεγχο του ηχητικού πεδίου σε μια συνεχή περιοχή που καλύπτεται από δέκτες ελέγχου (βλ. πχ. Nelson 1993). Παράλληλα, γίνεται σύντομα δυνατή η ανάπτυξη μεθόδων για την αφαίρεση της επίδρασης του χώρου και τη θεμελίωση των αρχών της ψηφιακής ισοστάθμισης (βλ. πχ. Miyoshi 1988). Έτσι, ενώ οι προηγούμενες μέθοδοι βασίζονταν στην απαίτηση και παραδοχή ενός ηχητικού πεδίου απαλλαγμένου από ανακλάσεις και απρόβλεπτα εφέ του χώρου αναπαραγωγής, αναπτύσσονται νέες μέθοδοι, οι οποίες αποσκοπούν στην προσαρμογή του συστήματος στις ιδιαιτερότητες των κλειστών χώρων και κατά συνέπεια, στη βελτίωση της ποιότητας της ηχητικής αναπαραγωγής σε χώρους όπου τα παθητικά μέσα για την αντιστάθμισή του δεν επαρκούν ή δεν αποτελούν πρακτική λύση (Gauthier 2005, Betlehem 2005, Spors 2003).

### 1.3 Συνεισφορά της διατριβής

Η πρωτότυπη επιστημονική συνεισφορά της διατριβής πραγματοποιήθηκε στα ακόλουθα σημεία:

Παρουσιάζεται η μεθοδολογία για την κατασκευή του πίνακα των ακουστικών εμπεδήσεων ενός συστήματος πολλαπλών πηγών-δεκτών εντός ενός κλειστού χώρου με παθητικό σύνορο που μοντελοποιήθηκε με τη μέθοδο των συνοριακών στοιχείων (Boundary Element Method - BEM). Η μεθοδολογία γενικεύεται ώστε εκτός από σημειακές πηγές να καλύπτει και την περίπτωση κατανεμημένων πηγών. Κατ' αυτόν τον τρόπο γίνεται εφικτή η μελέτη της επίδοσης των συστημάτων πολλαπλών πηγών-δεκτών σε χώρους με αυθαίρετη γεωμετρία και αυθαίρετες συνοριακές συνθήκες. Τα αποτελέσματα της μελέτης παρουσιάστηκαν σε διεθνές συνέδριο το 2006.

Στα πλαίσια της ισοστάθμισης των χαμηλών συχνοτήτων σε συνεχή περιοχή κλειστού χώρου με χρήση συστήματος πολλαπλών πηγών-δεκτών μελετάται η επίδραση της θέσης των ηχητικών πηγών στην ποιότητα και την έκταση της περιοχής ισοστάθμισης μέσα στο χώρο. Προκύπτουν έτσι απλοί κανόνες οι οποίοι επιβεβαιώνουν τα οφέλη από την επιλεκτική τοποθέτηση των ηχητικών πηγών τόσο σε ορθογώνια δωμάτια, όσο και σε χώρους με αυθαίρετη γεωμετρία. Στην εργασία τονίζεται επίσης η δυνατότητα χρήσης των κανόνων αυτών για τη βελτίωση της ποιότητας της ηχητικής αναπαραγωγής στις χαμηλές συχνότητες. Τα αποτελέσματα της μελέτης παρουσιάζονται σε άρθρο σε διεθνές περιοδικό το 2008.

Στα πλαίσια της γενικής μορφής της εξομάλυνσης κατά Tickhoon, προτείνεται και εξετάζεται η χρήση ενός τελεστή που είναι ανάλογος της ακουστικής ισχύος του συστήματος, εισάγοντας έτσι τη *στάθμιση ισχύος*. Η προτεινόμενη τεχνική συγκρίνεται έναντι των παραδοσιακών τεχνικών εξομάλυνσης στα πλαίσια της χρήσης συστημάτων πολλαπλών πηγών-δεκτών κατά την ισοστάθμιση και την αναπαραγωγή ηχητικού πεδίου σε εκτεταμένη περιοχή κλειστού χώρου. Τα αποτελέσματα παρουσιάστηκαν σε άρθρο σε διεθνές περιοδικό ενώ αναμένεται και παρουσίαση σε διεθνές συνέδριο.

Στα πλαίσια της γενικής μορφής εξομάλυνσης κατά Tickhoon, προτείνεται και εξετάζεται η χρήση διαφορικών τελεστών πρώτης ή δεύτερης τάξης. Η χρήση ενός πραγματικού διαφορικού τελεστή επιβάλλει περιορισμό της διακύμανσης της λύσης, οδηγώντας έτσι το σύστημα σε μια πιο ομαλή, υπό κάποια κριτήρια, λύση. Η προτεινόμενη τεχνική

εξομάλυνσης εφαρμόζεται με επιτυχία στην ισοστάθμιση εκτεταμένης χωρικής περιοχής με την αναπαραγωγή ενός επιθυμητού κύματος που οδεύει προς συγκεκριμένη κατεύθυνση, αλλά γίνεται φανερό ότι χρειάζεται τροποποίηση του διαφορικού τελεστή για τη διατήρηση της ποιότητας της αναπαραγωγής σε διαφορετικές γωνίες διάδοσης του επιθυμητού κύματος. Έτσι, προτείνεται η χρήση ενός μιγαδικού διαφορικού τελεστή, ο οποίος προσαρμόζεται ανάλογα με τη διαφορά φάσης που χαρακτηρίζει το επιθυμητό ηχητικό πεδίο όταν αυτό ανάγεται στις θέσεις των ηχητικών πηγών. Επιβεβαιώνεται η υλοποίηση της διεργασίας και στο πεδίο του χρόνου, εξετάζοντας τη χρήση των τεχνικών ψηφιακής επεξεργασίας σήματος στην αναπαραγωγή ευρυζωνικών ηχητικών πεδίων.

## **1.4 Δομή της διατριβής**

Η διατριβή περιλαμβάνει έξι (6) κεφάλαια και ένα Παράρτημα. Αν και η πρωτοτυπία της διατριβής είναι συγκεντρωμένη κυρίως στο τέταρτο και πέμπτο κεφάλαιο, η συγγραφή και κατανόηση των πρώτων τριών κεφαλαίων ήταν απαραίτητη για τη δημιουργία του θεωρητικού υπόβαθρου στο οποίο στηρίχθηκε η συνεισφορά της διατριβής.

Στο δεύτερο κεφάλαιο (2) γίνεται μια σύντομη αναφορά στα αντιληπτικά χαρακτηριστικά της ανθρώπινης ακοής και παρουσιάζονται οι πιο διαδεδομένες μέθοδοι ηχητικής αναπαραγωγής όπως η στερεοφωνία, οι διπλωτικές τεχνικές (binaural), το Dolby Surround και η Αμφιηχία (Ambisonics). Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στη Wave Field Synthesis (WFS) η οποία μπορεί να εξυπηρετήσει μεγάλες περιοχές ακρόασης.

Στο τρίτο κεφάλαιο (3) γίνεται περιγραφή του βασικού μοντέλου λειτουργίας των συστημάτων αναπαραγωγής που βασίζονται στον ενεργό έλεγχο. Παρουσιάζονται οι διαδεδομένες τεχνικές εξομάλυνσης που αποσκοπούν στην αντιμετώπιση των προβλημάτων που σχετίζονται με την αντιστροφή ενός υποορισμένου ή ασθενώς ορισμένου συστήματος. Αποτελέσματα προσομοίωσης παρουσιάζουν τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα από τη χρήση του ενεργού ελέγχου και της WFS σε μια διάταξη ηχητικής αναπαραγωγής στο ελεύθερο πεδίο. Αναδεικνύεται η ανάγκη για διαχωρισμό μεταξύ της περιοχής ελέγχου και της περιοχής ακρόασης σε ένα σύστημα ηχητικής αναπαραγωγής και γίνεται εισαγωγή στην Adaptive Wave Field Synthesis (AWFS).

Στο τέταρτο κεφάλαιο (4) προτείνονται βελτιώσεις κατά τη διεργασία της ισοστάθμισης της κρουστικής απόκρισης κλειστών χώρων, με έμφαση στην ισοστάθμιση εκτεταμένης χωρικής περιοχής με αναπαραγωγή επίπεδου κύματος. Εξετάζεται η επίδοση ενός

συστήματος ισοστάθμισης σε σχέση με τη θέση των ηχητικών πηγών και προτείνονται βέλτιστες θέσεις τοποθέτησης, τόσο για τις ηχητικές πηγές, όσο και για την περιοχή ισοστάθμισης. Ορίζεται και παρουσιάζεται η στάθμιση ισχύος σε ένα σύστημα πολλαπλών πηγών-δεκτών με σκοπό την ισοστάθμιση εκτεταμένης περιοχής του χώρου και τα προτερήματα της μεθόδου εξετάζονται έναντι της στάθμισης συνεισφοράς. Τέλος, ορίζεται και εξετάζεται η στάθμιση μεταβλητότητας με τη χρήση πραγματικού διαφορικού τελεστή. Τα προτερήματα για την τελευταία μέθοδο εξετάζονται και για την ισοστάθμιση ευρυζωνικών σημάτων στο πεδίο του χρόνου.

Στο πέμπτο κεφάλαιο (5) προτείνονται βελτιώσεις στα συστήματα αναπαραγωγής ηχητικού πεδίου κατά τη λειτουργία τους στο ακουστικό περιβάλλον ενός κλειστού χώρου. Πριν από την εξέταση των βελτιωμένων τεχνικών, αποτελέσματα προσομοίωσης παρουσιάζουν την επίδοση των ήδη γνωστών τεχνικών αναπαραγωγής με ιδιαίτερη έμφαση αυτή της WFS και της AWFS. Μελετώνται τα πλεονεκτήματα από τη χρήση της στάθμιση ισχύος για αναπαραγωγή ηχητικού πεδίου στις χαμηλές συχνότητες σε σχέση με τις διαδεδομένες τεχνικές εξομάλυνσης και παρουσιάζεται η στάθμιση μεταβλητότητας με χρήση μιγαδικού διαφορικού τελεστή. Η υλοποίηση της τελευταίας μεθόδου παρουσιάζεται στο πεδίο του χρόνου κατά την αναπαραγωγή ευρυζωνικών ηχητικών σημάτων.

Στο έκτο κεφάλαιο (6) επιχειρείται ένας γενικός σχολιασμός όσον αφορά την καταλληλότητα κάθε μεθόδου σε σχέση με τα χαρακτηριστικά του χώρου αναπαραγωγής και προτείνονται ιδέες τόσο για την περαιτέρω βελτίωση των προτεινόμενων τεχνικών αναπαραγωγής καθώς και για την προσαρμογή τους σε πιο σύνθετα προβλήματα.

Σε ένα συμπληρωματικό κεφάλαιο (Παράρτημα) παρουσιάζεται η γενική θεωρία γύρω από τα δύο μαθηματικά μοντέλα που χρησιμοποιήθηκαν για την προσομοίωση της απόκρισης των κλειστών χώρων. Η ανάλυση δίνει ιδιαίτερη βάση στον υπολογισμό μεγεθών που σχετίζονται με την ακουστική ισχύ του συστήματος. Τέλος, γίνεται ένας σύντομος σχολιασμός σχετικά με τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα από τη χρήση του κάθε μοντέλου στην προσομοίωση των κλειστών χώρων.



## Κεφάλαιο 2

### Διαδεδομένες μέθοδοι αναπαραγωγής

*Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζονται τα βασικά αντιληπτικά χαρακτηριστικά της ανθρώπινης ακοής που σύμφωνα με τις ψυχοακουστικές μελέτες, είναι υπεύθυνα για τη δημιουργία της αίσθηση της κατεύθυνσης, της απόστασης και του χώρου όπου πραγματοποιείται ένα ηχητικό συμβάν. Οι πιο διαδεδομένες μέθοδοι αναπαραγωγής σήμερα επεξηγούνται τόσο σε σχέση με τα παραπάνω αντιληπτικά χαρακτηριστικά, όσο και σε σχέση με τη φυσική που υπογραμμίζει την εφαρμογή τους στις συνθήκες ενός ελεύθερου ηχητικού πεδίου. Ιδιαίτερη βαρύτητα δίνεται σε μία ολογραφική μέθοδο, τη WFS, η οποία παρέχει τη δυνατότητα για αναπαραγωγή σε εκτεταμένη περιοχή του χώρου.*

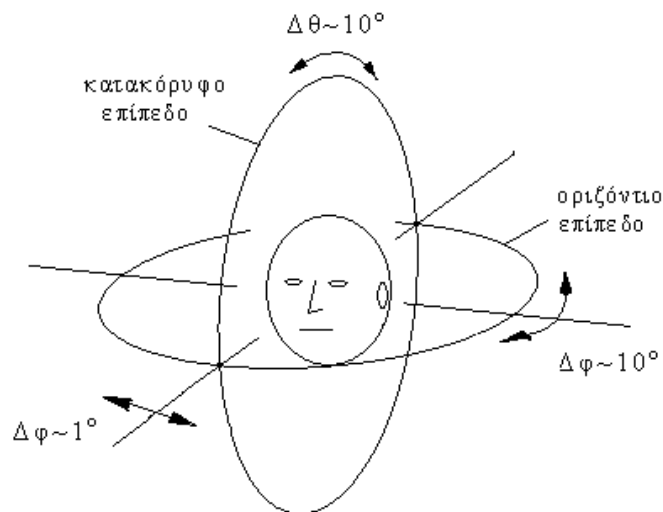
## 2.1 Αντίληψη του χώρου και της κατεύθυνσης

### 2.1.1 Γενικά

Τα ηχητικά σήματα που καταφθάνουν στα δύο αυτιά διαφέρουν ως προς το χρόνο άφιξης, την ένταση και το συχνοτικό περιεχόμενο και εξαρτώνται από τη θέση της πηγής σε σχέση με αυτή της κεφαλής. Η μέγιστη δυνατή διαφορά άφιξης είναι 630  $\mu$ s και οφείλετε στην φυσική απόσταση μεταξύ των δύο αυτιών. Σε κανονικές συνθήκες η απόσταση που μπορεί να διανύσει ένα ηχητικό κύμα σε αυτό το χρόνο είναι 210mm η οποία αντιστοιχεί στο μισό μήκος κύματος των 800 Hz. Γίνεται λοιπόν φανερό ότι για συχνότητες μικρότερες των 800 Hz η διαωτική διαφορά φάσης (interaural phase difference) σχετίζεται άμεσα με τη θέση της πηγής. Για συχνότητες άνω των 800 Hz αυτή η διαφορά φάσης μπορεί να υπερβεί τις 180° και επομένως η πληροφορία αυτή γίνεται άσχετη με την κατεύθυνση του ήχου. Είναι γεγονός ότι στην οκτάβα από 800 έως 1600 Hz η διακριτική ικανότητα του ανθρώπου δεν είναι τόσο καλή. Τελικά, η διαωτική διαφορά έντασης (interaural level difference) γίνεται η βασική πληροφορία για τον εντοπισμό της κατεύθυνσης στις υψηλές συχνότητες. Τα φαινόμενα διάθλασης (diffraction) και ανάκλασης που προκαλούνται από το σχήμα της κεφαλής και των αυτιών προκαλούν ιδιαίτερα αισθητές αλλαγές στο ακουστικό σήμα. Αυτές οι διαωτικές διαφορές έντασης εξαρτώνται τόσο από τη θέση της πηγής όσο και από το ιδιαίτερο σχήμα της κεφαλής και της κόγχης του αυτιού και μπορούν να οδηγήσουν σε διαφορές έως και 20 dB για συγκεκριμένους συνδυασμούς κατεύθυνσης και συχνότητας. Αυτές οι συχνοτικά εξαρτώμενες διαφορές έντασης παίζουν σημαντικό ρόλο στο να ξεχωρίσει ο ακροατής έναν ήχο που έρχεται από πάνω ή από κάτω από το οριζόντιο επίπεδο καθώς και αυτών που έρχονται από μπροστά ή από πίσω του (Blauert 1983). Τέλος, η διαωτική διαφορά άφιξης (interaural time difference) του ακουστικού σήματος είναι άλλη μια εξίσου σημαντική πληροφορία για τον εντοπισμό της κατεύθυνσης. Αυτού του είδους η πληροφορία εξάγεται κυρίως από το απευθείας (direct) τμήμα της κρουστικής απόκρισης. Ο συνδυασμός διαφοράς φάσης και χρονικής διαφοράς είναι άμεσα εξαρτώμενες στη φυσική λειτουργία της ακοής. Ένας ήχος ερχόμενος από αριστερά είναι πιο δυνατός στο αριστερό αυτί και ταυτόχρονα καταφθάνει νωρίτερα από ότι στο δεξί. Αυτές τις σχέσεις μεταξύ της διαφοράς φάσης, έντασης και χρόνου άφιξης είναι που προσπαθεί να εκμεταλλευτεί ο εγκέφαλος για να δώσει την αίσθηση της κατεύθυνσης.

Σε ανηχοϊκές συνθήκες, η διακριτική ικανότητα της ακοής στο οριζόντιο επίπεδο είναι της τάξης της 1°, για τους ήχους που έρχονται από μπροστά σε σχέση με τον προσανατολισμό της κεφαλής και των 10°, για αυτούς που έρχονται από τα πλάγια. Στο κατακόρυφο

επίπεδο επίσης μια τιμή της τάξης των  $10^\circ$  έχει μετρηθεί. Ο εντοπισμός της κατεύθυνσης της πηγής στο οριζόντιο επίπεδο έχει παρατηρηθεί ότι είναι ανεξάρτητος του χρόνου αντήχησης (Hartmann 1983). Αυτό οδηγεί στο συμπέρασμα ότι είναι ο απευθείας ήχος (direct sound) που δημιουργεί την εντύπωση της κατεύθυνσης. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι η αντίληψη της κατεύθυνσης του ήχου επηρεάζεται άμεσα από την οπτική πληροφορία. Αν παράλληλα με ένα ακουστικό γεγονός εκπέμπεται και οπτική πληροφορία, τότε, αν η ασυμφωνία ανάμεσα στις δύο πληροφορίες είναι μέσα σε κάποια όρια τότε ο ακροατής ταυτίζει την ηχητική πηγή με την οπτική. Αυτό το φαινόμενο είναι γνωστό και ως *ψευδαίσθηση του εγγαστρίμυθου* (ventriloquist illusion).



**Σχήμα 2.1:** Η διακριτική ικανότητα αντίληψης της κατεύθυνσης στο οριζόντιο και κατακόρυφο επίπεδο.

Ένας άλλος αλληλένδετος μηχανισμός με αυτόν του εντοπισμού της κατεύθυνσης είναι ο εντοπισμός της απόστασης (distance hearing). Σε ανηχοϊκές συνθήκες είναι δύσκολο να υπολογιστεί η απόσταση χωρίς την ύπαρξη ενός σημείου αναφοράς. Αν ο ακροατής δεν είναι εξοικειωμένος με τον συγκεκριμένο ήχο τότε η εντύπωση που του δημιουργείται εξαρτάται από την ένταση και όχι την πραγματική απόσταση. Αυτό έχει οδηγήσει στο συμπέρασμα ότι η καμπυλότητα του κύματος δεν αποτελεί κρίσιμη πληροφορία, τουλάχιστον για ήχους που προέρχονται από απόσταση μεγαλύτερη του ενός μέτρου. Για κοντινότερες αποστάσεις ( $< 1$  m), η αίσθηση της απόστασης διαμορφώνεται με βάση τα φαινόμενα διάθλασης που δημιουργούνται στο ύψος της κεφαλής. Σε ένα κλειστό χώρο με αντήχηση, η εντύπωση που δημιουργείται εξαρτάται κυρίως από το λόγο έντασης μεταξύ του απευθείας και του ανακλώμενου ήχου (direct to reverberant ratio).

### **2.1.2 Αντίληψη του χώρου**

Εάν μία πηγή εκπέμψει έναν παλμό σε έναν κλειστό χώρο η κρουστική απόκριση η οποία καταγράφεται σε έναν δέκτη έχει την ακόλουθη δομή: Αρχικά καταγράφεται ο παλμός ο οποίος φτάνει στο δέκτη απευθείας από την πηγή. Λίγα χιλιοστά του δευτερολέπτου αργότερα καταγράφονται στο δέκτη οι πρώτες διακριτές ανακλάσεις από τις διάφορες επιφάνειες του κλειστού χώρου. Το πλάτος και οι ακριβείς χρόνοι αφίξεων αυτών των ανακλάσεων, οι οποίες ονομάζονται πρώιμες ανακλάσεις (early reflections), εξαρτώνται από τις θέσεις της πηγής και του ακροατή. Τέλος, ο ήχος ο οποίος φτάνει στον ακροατή αποτελείται από ανακλάσεις ανακλάσεων οι οποίες επικαλύπτονται χρονικά. Αυτό το κομμάτι αναφέρεται ως αντήχηση.

Από ψυχοακουστικές μελέτες έχει εξαχθεί το συμπέρασμα ότι οι πρώιμες ανακλάσεις είναι υπεύθυνες για το φασματικό χρωματισμό των ηχητικών σημάτων τα οποία αναπαράγονται σε έναν κλειστό χώρο, και το σημαντικότερο ρόλο έχουν οι ανακλάσεις οι οποίες συμβαίνουν τα πρώτα 5 ms μετά τον απευθείας ήχο (Toot 1988). Οι πρώιμες ανακλάσεις αποτελούν ένα χαρακτηριστικό γνώρισμα ενός χώρου και ως ένα βαθμό θεωρούνται επιθυμητές.

Η αντήχηση είναι άλλο ένα χαρακτηριστικό γνώρισμα του χώρου. Το ιδεατό χρονικό σύνορο μεταξύ των πρώτων ανακλάσεων και της αντήχησης είναι γύρω στα 100 με 120 ms. Ο χρόνος αντήχησης που θεωρείται ιδανικός για ένα χώρο εξαρτάται άμεσα από τη χρήση του χώρου (πχ. ομιλία, μουσική κλπ.). Η αντήχηση σε αρκετά είδη και χώρους μουσικής είναι επιθυμητή εφόσον όμως διατηρείται μέσα σε κάποια κατάλληλα ποσοτικά πλαίσια.

### **2.1.3 Απαιτήσεις ενός ιδανικού συστήματος αναπαραγωγής**

Η πιο δύσκολη πρόκληση ενός συστήματος αναπαραγωγής είναι να "βάλει" τον ακροατή μέσα στον χώρο και στη στιγμή όπου διαδραματίστηκε κάποιο παρελθοντικό ακουστικό γεγονός, όπως για παράδειγμα μια συναυλία κλασικής μουσικής. Στην ιδανική περίπτωση, το σύστημα αναπαραγωγής πρέπει να αποδώσει πιστά όχι μόνο το παίξιμο και τη θέση των μουσικών μέσα στο χώρο, αλλά και τις ακουστικές ιδιότητες του χώρου όπου έλαβε χώρα το ηχητικό γεγονός. Σε μια άλλη περίπτωση, αντί για τη διατήρηση των ρεαλιστικών χαρακτηριστικών του χώρου ηχογράφησης, απαιτείται η δημιουργία φανταστικών χαρακτηριστικών, δημιουργώντας έτσι ένα εικονικό χώρο που δεν υπάρχει στην

πραγματικότητα, με τον ίδιο τρόπο που στον κινηματογράφο, η χρήση των σύγχρονων οπτικών εφφέ, οδηγεί στη δημιουργία ενός εικονικού περιβάλλοντος.

Και στις δύο περιπτώσεις, οι δύο βασικές κατηγορίες χαρακτηριστικών τις οποίες το σύστημα αναπαραγωγής θα πρέπει να αποδίδει σωστά είναι τα χρονικά (temporal) και τα χωρικά χαρακτηριστικά (spatial attributes) του σήματος. Γενικά, η σωστή αναπαραγωγή των χρονικών χαρακτηριστικών εξαρτάται από τη γραμμικότητα και το φασματικό και δυναμικό εύρος του χρησιμοποιούμενου εξοπλισμού. Όσον αφορά τα χωρικά χαρακτηριστικά, αυτά θα πρέπει να ικανοποιούν τα κριτήρια που αναφέρθηκαν προηγουμένως, δηλαδή, ρεαλιστική απόδοση της κατεύθυνσης και της απόστασης του ήχου και ρεαλιστική απόδοση του πραγματικού ή του εικονικού χώρου όπου πραγματοποιήθηκε το ακουστικό γεγονός.

Είναι τέλος σημαντικό όλες οι παραπάνω απαιτήσεις να ικανοποιούνται σε μια όσο το δυνατόν μεγάλη και συνεχή περιοχή ακρόασης, ώστε να ικανοποιούνται περισσότεροι του ενός ακροατές ή ώστε να επιτρέπεται η μετακίνησή τους μέσα στο χώρο χωρίς την αλλοίωση του αντιλαμβανόμενου αποτελέσματος. Δεδομένου ότι η αναπαραγωγή είναι επιθυμητή σε μία συνεχή περιοχή του χώρου και όχι σε ένα σημείο, οδηγούμαστε στον ορισμό του επιθυμητού ηχητικού πεδίου (desired sound field), το οποίο, στο πεδίο της συχνότητας, ορίζεται με βάση μια μιγαδική χωρική διακύμανση. Η μελέτη των μηχανισμών αναπαραγωγής σε μια μεγάλη περιοχή ενός κλειστού χώρου αποτελεί και τον κύριο σκοπό αυτής της εργασίας.

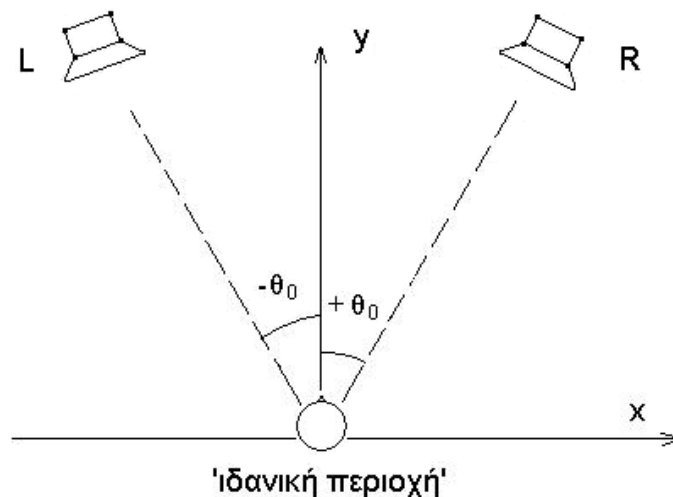
Δεδομένου ότι η υλοποίηση της παραπάνω πρόκλησης πρέπει να γίνει εφικτή μέσα σε κάποιο κλειστό χώρο, γίνεται φανερό ότι αν ο χώρος αναπαραγωγής δεν είναι κατάλληλα διαμορφωμένος, τα χαρακτηριστικά του θα επιβληθούνε στο αναπαραγόμενο ηχητικό πεδίο διαστρεβλώνοντας την πιστότητά του. Η ακουστική διαμόρφωση του χώρου είναι σημαντική προϋπόθεση για πολλά από τα συστήματα αναπαραγωγής που θα παρουσιαστούν παρακάτω και συνήθως επιτυγχάνεται με τη χρήση ηχοαπορροφητικών υλικών και άλλων στοιχείων που συμβάλουν στη δημιουργία διάχυτου πεδίου μέσα στο χώρο. Τα λεγόμενα αυτά παθητικά μέσα (passive means) πολλές φορές είτε δεν επαρκούν, είτε η υλοποίησή τους δεν είναι εύκολη πρακτικά, οπότε απαιτείται η χρήση ενεργών μέσων (active means). Τα ενεργά μέσα αποσκοπούν στην κατάλληλη διαμόρφωση ή φιλτράρισμα του σήματος εισόδου, πριν αυτό αναπαραχθεί από τα ηχεία, με σκοπό την αφαίρεση της ανεπιθύμητης επίδρασης του χώρου. Η ανάλυση γύρω από

αυτές τις μεθόδους ξεκινάει από το 3<sup>ο</sup> κεφάλαιο και μετά. Στο παρόν κεφάλαιο δίνεται βάση στην κλασική θεωρία των πολυκαναλικών τεχνικών αναπαραγωγής.

## 2.2 Δικάναλη αναπαραγωγή

### 2.2.1 Η στερεοφωνική εγκατάσταση

Η στερεοφωνική αναπαραγωγή (stereophony) με δύο πανομοιότυπα ηχεία κατάλληλα τοποθετημένα είναι σίγουρα η πιο κοινή διάταξη ηχητικής αναπαραγωγής που χρησιμοποιείται σήμερα. Ιδανικά, τα δύο ηχεία τοποθετούνται μπροστά από τον ακροατή με τέτοιο τρόπο ώστε ακροατής και ηχεία να σχηματίζουν ένα ισόπλευρο τρίγωνο. Η περιοχή ακρόασης όπου η ηχητική απεικόνιση είναι ιδανική περιορίζεται σε ένα μικρό τμήμα που ονομάζεται 'sweet spot'. Η στερεοφωνική αναπαραγωγή επιτυγχάνεται με τη διαφοροποίηση του σήματος στο κάθε ηχείο είτε ως προς την ένταση (intensity stereophony) είτε ως προς τη φάση (phase stereophony). Η πρώτη από τις δύο αυτές τεχνικές είναι αυτή που θα παρουσιαστεί σε αυτήν την ενότητα.



**Σχήμα 2.2:** Μια τυπική διάταξη για στερεοφωνική αναπαραγωγή.

Ο πρώτος τρόπος για τη δημιουργία μιας φανταστικής εικόνας είναι με τη διαφοροποίηση της έντασης μεταξύ των δύο ηχείων. Η θέση της εικόνας ακολουθεί μια ομαλή μετάθεση με τη μεταβολή της έντασης από  $-30^\circ$  έως  $30^\circ$  στην ιδανική περιοχή και η μη διαφοροποίηση ως προς τη φάση μεταξύ των ηχείων καθιστά την διαδικασία απόλυτα συμβατή με την αναπαραγωγή μονοφωνικών σημάτων. Η κατανόηση αυτής της τεχνικής μπορεί να γίνει άμεσα με τη μελέτη του ηχητικού πεδίου κοντά στην ιδανική περιοχή. Αν

τα ηχεία βρίσκονται σχετικά μακριά από τον ακροατή τότε μπορεί να γίνει η υπόθεση ότι τα ηχητικά κύματα είναι επίπεδα. Η ηχητική πίεση πάνω στον άξονα  $x$  μπορεί να γραφεί στο χώρο της συχνότητας ως

$$p(x, \omega) = R \exp(jk_x x) + L \exp(-jk_x x) \quad (2.1)$$

όπου  $R$  και  $L$  είναι η ηχητική πίεση από το δεξί και αριστερό ηχείο αντίστοιχα στην ιδανική περιοχή και  $k_x = k \sin \theta_0$  είναι ο κυματικός αριθμός κατά τη διεύθυνση  $x$  (βλ. Σχήμα 2.2). Η προηγούμενη εξίσωση μπορεί να γραφεί και ως

$$p(x, \omega) = R \cos(kx \sin \theta_0) + L \sin(kx \sin \theta_0), \quad (2.2)$$

απ' όπου φαίνεται ότι η διαφορά φάσης κατά τον άξονα  $x$  γίνεται

$$\varphi(x, \omega) = \text{atan} \left( \frac{\text{Im}\{P(x, \omega)\}}{\text{Re}\{P(x, \omega)\}} \right) \quad (2.3)$$

και για χαμηλές συχνότητες ( $\tan(kx) \approx kx$ ) μπορεί να προσεγγιστεί από τη σχέση

$$\varphi(x) = \frac{R-L}{R+L} kx \sin \theta_0. \quad (2.4)$$

Η διαφορά φάσης σχετίζεται με τη γωνία πρόσπτωσης  $\psi$  του επίπεδου κύματος μέσω της σχέσης

$$kx \sin \psi = \varphi(x), \quad (2.5)$$

και τελικά από τις σχέσεις (2.4) και (2.5) προκύπτει

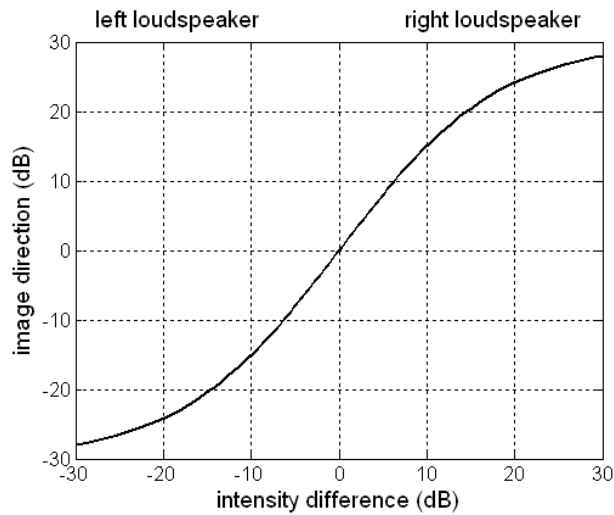
$$\sin \psi = \frac{R-L}{R+L} \sin \theta_0. \quad (2.6)$$

Το βασικό συμπέρασμα που βγαίνει από τη σχέση (2.6) είναι ότι η μεταβολή της έντασης μεταξύ των δυο ηχείων στις χαμηλές συχνότητες γίνεται αντιληπτή σαν μια διαφορά φάσης. Η θέση της νοητής πηγής σε σχέση με τη διαφορά έντασης των ηχείων για την ιδανική περιοχή φαίνεται στο σχήμα 2.3. Για μια διαφορά έντασης 30dB η νοητή πηγή ταυτίζεται με τη θέση του ενός εκ των δύο ηχείων.

Η μεταβολή της θέσης της εικονικής πηγής σε μια ευρύτερη περιοχή μπορεί να μελετηθεί χρησιμοποιώντας την ακριβή σχέση της ηχητικής πίεσης. Το ηχητικό πεδίο σε κάθε θέση  $\mathbf{r}$  είναι το αποτέλεσμα της υπέρθεσης των δύο ηχείων και μπορεί να γραφεί ως

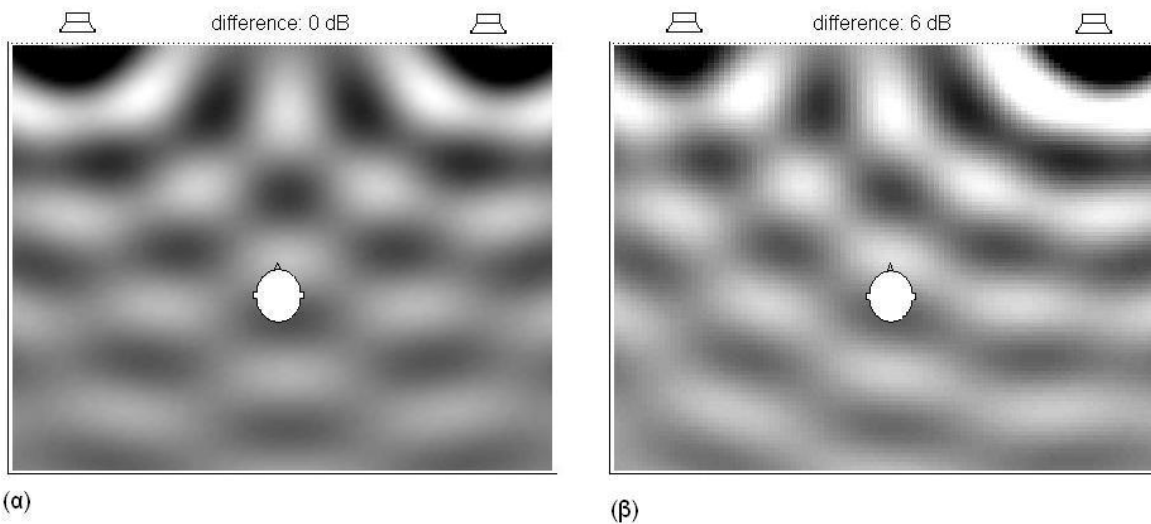
$$P(\mathbf{r}, \omega) = \frac{S_L(\omega) \exp(-jkr_L)}{r_L} + \frac{S_R(\omega) \exp(-jkr_R)}{r_R}, \quad (2.7)$$

όπου  $r_L$  και  $r_R$  είναι η απόσταση από το αριστερό και δεξί ηχείο αντίστοιχα. Το διαμορφωμένο ηχητικό πεδίο για ένα ημιτονοειδές σήμα ίσης ή και διαφορετικής έντασης φαίνεται στο σχήμα 2.4. Γίνεται φανερό ότι τα μέτωπα του κύματος είναι στραμμένα προς το ηχείο με τη μεγαλύτερη ένταση.



**Σχήμα 2.3:** Γωνία της εικονικής πηγής συναρτήσει της διαφοράς έντασης μεταξύ των ηχείων.

Δυστυχώς οι καλές ιδιότητες αυτού του είδους αναπαραγωγής περιορίζονται στη ζώνη της ιδανικής περιοχής. Για μικρές χωρικές αποκλίσεις παρατηρείται μεγάλη χειροτέρευση της στερεοφωνικής εικόνας με την αύξηση της συχνότητας. Ένα άλλο βασικό χαρακτηριστικό είναι ότι επειδή το σήμα στα δύο ηχεία είναι συσχετισμένο, μακριά από την ιδανική περιοχή το σήμα πάσχει από φαινόμενα χρωματισμού φίλτρου χτένας (comb filter effect). Σε κανονικές συνθήκες αναπαραγωγής, ωστόσο, τα φαινόμενα αυτά καλύπτονται ως ένα βαθμό από τις ανακλάσεις του χώρου αναπαραγωγής.



**Σχήμα 2.4:** Η χωρική κατανομή της ακουστικής πίεσης (πραγματικό μέρος) όταν **α.** η διαφορά έντασης μεταξύ των ηχείων είναι μηδενική και **β.** όταν το δεξί ηχείο υπερτερεί 6 dB από το αριστερό.



Στη μουσική παραγωγή, η αποτελεσματική αξιοποίηση ενός στερεοφωνικού συστήματος απαιτεί και τη χρήση κατάλληλων μικροφωνικών διατάξεων και τεχνικών ηχογράφησης. Για την καλύτερη στερεοφωνική απόδοση του ηχογραφημένου συμβάντος χρησιμοποιούνται μικρόφωνα με ιδιαίτερα κατευθυντικά χαρακτηριστικά, ενώ οι τεχνικές που έχουν προταθεί κυμαίνονται τόσο στον αριθμό των μικροφώνων, όσο και στην τοποθέτησή τους (Lipshitz 1986).

### **2.2.2 Άλλες τεχνικές δυο καναλιών**

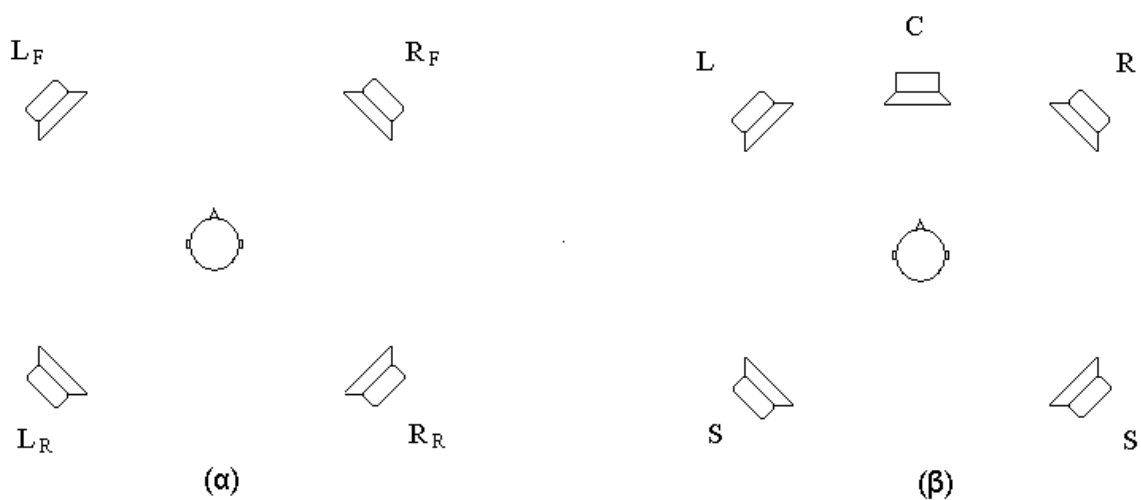
Μια ειδική τεχνική που μπορεί να συγκριθεί με τη στερεοφωνική αναπαραγωγή είναι η διπλωτική αναπαραγωγή (binaural reproduction). Κατά την ηχογράφηση, δύο μικρόφωνα τοποθετούνται στην είσοδο του ακουστικού πόρου της κεφαλής μιας κούκλας, και το ηχογραφημένο σήμα μετά αναπαράγεται σε έναν ακροατή με ακουστικά. Κατά αυτόν τον τρόπο, είναι δυνατόν να δημιουργηθούν πολύ πιστά ηχητικά είδωλα, γεγονός που στηρίζεται στο ότι το ηχογραφημένο σήμα είναι συσχετισμένο με τα φαινόμενα ανάκλασης και διάθλασης που δημιουργούνται από την κεφαλή και το πτερύγιο του αυτιού της κούκλας, που ιδανικά προσεγγίζει τα ανατομικά χαρακτηριστικά του ίδιου του ακροατή. Αν και χρησιμοποιούνται μόνο δύο κανάλια, μπορεί να δημιουργηθεί η εντύπωση ότι ο ήχος προέρχεται από όλες σχεδόν τις πιθανές κατευθύνσεις, και υπό κάποιες ιδανικές συνθήκες, ο ακροατής θα ταυτιστεί με τη θέση της κούκλας στο χώρο και το χρόνο της ηχογράφησης. Έχει παρατηρηθεί όμως ότι αν τα σχεδιαστικά χαρακτηριστικά της κούκλας απέχουν πολύ από αυτά του ακροατή, είναι πολύ πιθανόν το αντιληπτό αποτέλεσμα να μην είναι ιδιαίτερα ρεαλιστικό. Σήμερα ωστόσο υπάρχει εξοπλισμός με τον οποίο η ηχογράφηση μπορεί να γίνει στον ακουστικό πόρο του ίδιου του ακροατή. Ένα μειονέκτημα της διπλωτικής αναπαραγωγής είναι ότι όταν ο ακροατής γυρίζει το κεφάλι του τότε το ακουστικό γεγονός δεν ακολουθεί την ανάλογη μεταβολή της ηχητικής εικόνας, κάτι που προφανώς οφείλεται στη χρήση των ακουστικών.

Η δυνατότητα διπλωτικής αναπαραγωγής είναι επίσης εφικτή με χρήση ηχείων (transaural reproduction), αλλά είναι πολύ πιο περίπλοκη διαδικασία από τη στερεοφωνία γιατί πρέπει να λαμβάνονται μέτρα για την ακύρωση της διαφωνίας μεταξύ των ηχείων (crosstalk cancellation). Αυτή η ακύρωση διαφωνίας μπορεί τεχνικά να εξαλειφθεί ικανοποιώντας την απαίτηση κάθε ένα ηχείο να είναι υπεύθυνο για το σήμα σε ένα και μόνο αυτί και συγκεκριμένα, το αριστερό ηχείο για το αριστερό αυτί και αντίστοιχα το δεξί. Η επίλυση του προβλήματος επιτυγχάνεται με τεχνικές οι οποίες αφορούν στην πρόσθεση, στο σήμα του δεξιού καναλιού, μιας εκδοχής εκτός φάσης του σήματος του αριστερού καναλιού που αναμένεται να φτάσει στο δεξί αυτί μέσω διαφωνίας, και στην πρόσθεση,

στο σήμα του αριστερού καναλιού, μιας εκδοχής εκτός φάσης του σήματος του δεξιού καναλιού που αναμένεται να φτάσει στο αριστερό αυτί μέσω διαφωνίας. Η ιδέα είναι ότι αυτά τα επιπλέον εκτός φάσης σήματα ακυρώνουν τα ανεπιθύμητα σήματα διαφωνίας, με αποτέλεσμα το ισοδύναμο των αρχικών διπλωτικών σημάτων να φτάνει στα κατάλληλα αυτιά. Ένα μεγάλο μέρος της έρευνας που αφορά την διπλωτική αναπαραγωγή ασχολείται με την αύξηση της ευρωστίας αυτού του τύπου αναπαραγωγής ο οποίος χαρακτηρίζεται από μεγάλες αποκλίσεις για μικρές αλλαγές της θέσης του ακροατή (Taceuchi 2002 και Kirkeby 1998). Η χρήση δύο πηγών τοποθετημένων πολύ κοντά η μία στην άλλη που βρίσκονται μπροστά από τον ακροατή παρουσιάζει ιδιαίτερη αύξηση της ευρωστίας (Kikerby 1998). Το αναπαραγόμενο ηχητικό πεδίο έχει όχι τυχαίως μεγάλες ομοιότητες με αυτό ενός ακουστικού δίπολου και για αυτό το λόγο έχει αποδοθεί με τον όρο *στερεοφωνικό δίπολο* (stereo dipole).

### 2.3 Πολυκάναλες διατάξεις

Οι συνεχής τάση για τη θέσπιση συστημάτων με περισσότερα ηχεία ήταν αλληλένδετη με την επιθυμία για δημιουργία πανοραμικής ηχητικής εικόνας, δηλαδή, ήχου προερχόμενου από όλες τις πιθανές διευθύνσεις. Αν αυτό περιοριστεί στο δισδιάστατο χώρο, τότε δύο ακόμα ηχεία μπορούν να συμπληρώσουν το κενό όπως φαίνεται και στο σχήμα 2.5. Με την αύξηση των καναλιών ωστόσο δημιουργείται ένας πλεονασμός πληροφορίας με αποτέλεσμα να κινδυνεύει να χαθεί η συμβατότητα με την κλασική και διαδεδομένη δικάναλη στερεοφωνία. Η λύση στο πρόβλημα προήλθε με τη χρήση πινάκων κωδικοποίησης και αποκωδικοποίησης του σήματος.



**Σχήμα 2.5:** Συστήματα αναπαραγωγής με περισσότερα ηχεία.

Ένας πίνακας περιγράφει πώς το σήμα σε κάθε ηχείο σχετίζεται με την καταγεγραμμένη πληροφορία. Στις περισσότερες περιπτώσεις τετραφωνίας χρησιμοποιείται ένα σχέδιο 4-2-4. Αυτό σημαίνει ότι τέσσερα (στούντιο) κανάλια ακουστικής πληροφορίας μεταδίδονται μέσω δύο καναλιών διάδοσης σε τέσσερα ηχεία. Ένα τέτοιο σύστημα αποτελείται από ένα 2x4 πίνακα κωδικοποίησης και ένα 4x2 πίνακα αποκωδικοποίησης. Τα δύο κανάλια διάδοσης κωδικοποιούνται ως

$$\begin{bmatrix} L_t \\ R_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_F \\ R_F \\ L_R \\ R_R \end{bmatrix}, \quad (2.8)$$

όπου τα  $L_F$ ,  $R_F$ ,  $L_R$  και  $R_R$  αντιπροσωπεύουν τα αρχικά σήματα για το μπροστά αριστερά, μπροστά δεξιά, πίσω αριστερά και πίσω δεξιά ηχείο αντίστοιχα. Τα δύο κανάλια διάδοσης  $L_t$  και  $R_t$  (από τον όρο left-total και right-total) έχουν ως ρόλο να εξασφαλίζουν τη συμβατότητα με τη στερεοφωνική αναπαραγωγή. Είναι αναγκαίο το σύστημα κωδικοποίησης της εξίσωσης (2.8) να εξασφαλίζει τέτοια  $L_t$  και  $R_t$  που να είναι συμβατά τόσο με το  $L$  και  $R$  κανάλι αντίστοιχα μιας στερεοφωνικής αναπαραγωγής, όσο και με το  $L+R$  σήμα μιας μονοφωνικής. Το σήμα για κάθε ένα από τα τέσσερα ηχεία αναπαραγωγής επανακτάται μέσω της πράξης

$$\begin{bmatrix} L'_F \\ R'_F \\ L'_R \\ R'_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \\ b_{41} & b_{42} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_t \\ R_t \end{bmatrix}. \quad (2.9)$$

Απαραίτητη προϋπόθεση για τη διατήρηση της ενέργειας του σήματος απαιτεί να ικανοποιούνται οι συνθήκες:  $a_{1i}^2 + a_{2i}^2 = 1$  για  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$  και  $b_{1j}^2 + b_{2j}^2 + b_{3j}^2 + b_{4j}^2 = 1$  για  $j \in \{1, 2\}$ . Ένας 4x4 πίνακας προκύπτει μετά την αντικατάσταση της σχέσης (2.8) στην (2.9).

Πρέπει να σημειωθεί ότι το παραπάνω τετρακάναλο σύστημα αποτελεί απλά ένα παράδειγμα αυτής της τεχνολογίας που προσπάθησε να γενικευτεί για οποιοδήποτε αριθμό ηχείων, με διατάξεις κατάλληλες τόσο για δισδιάστατη όσο και τρισδιάστατη ηχητική αναπαραγωγή (Cooper 1972, Gerzon 1973 και 1977). Αντίστοιχα με τη στερεοφωνία, έτσι και για αυτές τις τεχνικές απαιτούνται ειδικές τεχνικές ηχογράφησης και οι πίνακες (2.8) και (2.9) πρέπει να κατασκευάζονται έτσι ώστε να είναι συναφείς με τη φυσική διεργασία του τρόπου "σύλληψης" του ηχητικού πεδίου.

### 2.3.2 To Dolby Surround

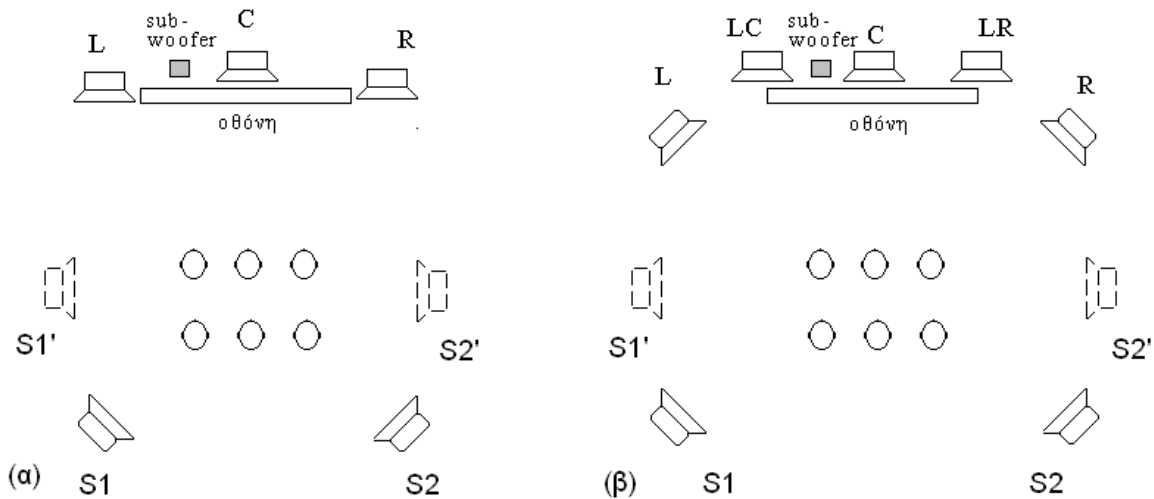
Ένα από τα πιο διαδεδομένα συστήματα πολυκάναλης αναπαραγωγής είναι το dolby surround. Από το σχήμα 2.6(β), όπου απεικονίζεται ένα τυπικό σύστημα Dolby Surround, μπορεί να παρατηρήσει κανείς ένα επιπλέον κεντρικό κανάλι και δύο κανάλια surround. Το κεντρικό κανάλι (C), εκτός από το να αναπαράγει κεντρικές ηχητικές πληροφορίες, συχνά αναλαμβάνει εξολοκλήρου τους διαλόγους της ταινίας και για αυτό λέγεται και κανάλι διαλόγου. Τα δύο κανάλια διάδοσης αυτή τη φορά κωδικοποιούνται ως

$$\begin{bmatrix} L_t \\ R_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & q & 0 & -jq \\ 0 & q & 1 & jq \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L' \\ C' \\ R' \\ S' \end{bmatrix}, \quad (2.10)$$

όπου  $q = \frac{1}{2}\sqrt{2}$  (ή -3 dB) ενώ το  $j$  συμβολίζει στροφή φάσης  $90^\circ$ . Τα σήματα των ηχείων ανακτώνται ως

$$\begin{bmatrix} L \\ C \\ R \\ S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & q & 0 & -jq \\ q & 1 & q & 0 \\ 0 & q & 1 & jq \\ jq & 0 & -jq & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L' \\ C' \\ R' \\ S' \end{bmatrix}. \quad (2.11)$$

Από μία πρώτη ματιά φαίνεται ότι στο αποκωδικοποιημένο κεντρικό κανάλι  $C$  δεν εμφανίζεται το κανάλι  $S'$  και ισοδύναμα, στο αποκωδικοποιημένο κανάλι  $S$  δεν εμφανίζεται το κεντρικό κανάλι  $C'$ . Η απαίτηση αυτή είναι σημαντική εξαιτίας του τρόπου που χρησιμοποιούνται αυτά τα κανάλια κατά την παραγωγή ταινιών. Το κεντρικό κανάλι ( $C'$ ) πάντοτε κρατιέται για μονοφωνικό διάλογο. Το αριστερό ( $L'$ ) και το δεξιό ( $R'$ ) κανάλι μεταφέρει μουσική ενώ το κανάλι surround ( $S'$ ) μεταφέρει ηχητικά εφέ και ηχητικό περιβάλλον. Επίσης, φαίνεται ότι οι πληροφορίες του κεντρικού καναλιού ( $C'$ ) εισέρχονται στα κανάλια αριστερού και δεξιού μεγάφωνου, πράγμα που ενισχύει το κεντρικό κανάλι. Η περισσότερη ενοχλητική διαφωνία που μπορεί να παρατηρήσει κανείς είναι ο όρος  $jq(L' - R')$  στο σήμα  $S$ . Για να μη θολώσει η πανοραμική εικόνα και να λειτουργήσει το σύστημα επαρκώς είναι σημαντική η τροποποίηση της διεργασίας της μίξης μέσα από τον αποκωδικοποιητή. Αυτό επιτυγχάνεται με την καθυστέρηση του σήματος  $S$  κατά περίπου 20 msec. Έτσι, σύμφωνα με κανόνες της ψυχοακουστικής, ο ακροατής θα απορρίψει οποιαδήποτε κατευθυντική πληροφορία από αυτό το ηχείο, κάτι που βασίζεται στο γεγονός ότι ο εγκέφαλος έχει την τάση να αγνοεί τις κατευθυντικές πληροφορίες που περιέχονται σε σήματα που έχουν ισχυρή συσχέτιση με σήματα που λαμβάνονται από άλλη κατεύθυνση νωρίτερα. Κατά κανόνα, το σήμα  $S$  περνάει από ένα ζωνοπερατό φίλτρο από 100 Hz-7kHz.



**Σχήμα 2.6:** α. Διάταξη συστήματος surround 5.1 και β. 7.2. Τα  $S1'$  και  $S2'$  είναι προαιρετικά.

Τη δεκαετία του 90 η είσοδος της ψηφιακής τεχνολογίας οδήγησε στη δημιουργία νέων συστημάτων: όπως το Dolby Stereo Digital και το Sony Dynamic Digital Sound. Αυτά τα συστήματα υιοθέτησαν τη γνωστή έως σήμερα φόρμα 5.1, που αντιστοιχεί σε πέντε διακριτά κανάλια L-C-R-S1-S2 και ένα κανάλι sub-woofer (βλ. σχήμα 2.6(α)). Για αίθουσες προβολής που διαθέτουν λιγότερα ηχεία από τα προβλεπόμενα υπάρχει η δυνατότητα κωδικοποίησης του σήματος σε φόρμες 3.1 και 4.2. Από την άλλη, επέκταση του συστήματος μέχρι και τη φόρμα 7.1 είναι δυνατή (βλ. σχήμα 2.6(β)). Ένα σημαντικό σημείο που πρέπει να θυμάται κανείς σχετικά με το Dolby Surround είναι ότι δεν επικεντρώνεται τόσο στη δημιουργία ρεαλιστικών ηχητικών πεδίων, αλλά στη δημιουργία ακουστικού περιβάλλοντος και ατμόσφαιρας διάχυτου ήχου.

### 2.3.3 Ambisonics (αμφιηχία)

Η αμφιηχία έχει τις ρίζες της στις τεχνικές εγγραφής των τετραφωνικών συστημάτων (quadraphony) και αργότερα προτάθηκε ως διάδοχος της στερεοφωνίας (Gerzon 1985, Lipshitz 1986). Η αμφιηχία ουσιαστικά στοχεύει στην υλοποίηση μιας τεχνικής γνωστής ως θεωρία ανακατασκευής μετώπου κύματος. Οι πρώτες απόψεις γύρω από την υλοποίηση αυτής της ιδέας συνιστούσαν την σύλληψη όλων των ηχητικών πληροφοριών σε ένα μοναδικό σημείο και την επαναδημιουργία αυτού του ηχητικού πεδίου στον τελικό προορισμό, δηλαδή στο σημείο όπου βρίσκεται ο ακροατής.

Για την κατανόηση της αμφιηχίας ας υποθέσουμε ότι το επιθυμητό ηχητικό πεδίο είναι αυτό ενός επίπεδου κύματος πλάτους  $A$  που μεταδίδεται κατά μία γωνία  $\varphi$ . Κάνοντας χρήση από πολικές συντεταγμένες η συνάρτηση του πεδίου μπορεί να εκφραστεί ως

$$p(r, \theta) = Ae^{-jkr \cos(\varphi - \theta)} . \quad (2.12)$$

Να σημειωθεί ότι αυτή η υπόθεση δεν είναι περιοριστική, καθότι οποιοδήποτε ακουστικό πεδίο μπορεί να εκφραστεί σαν την υπέρθεση επιπέδων κυμάτων. Ένα επίπεδο κύμα που μεταδίδεται κατά μια γωνία  $\varphi$  μπορεί να εκφραστεί με μια σειρά Fourier- Bessel ως (Morse 1968)

$$p(r, \theta) = AJ_0(kr) + 2A \sum_{n=1}^{+\infty} j^n J_n(kr) \cos(n\varphi) \cos(n\theta) + 2A \sum_{n=1}^{+\infty} j^n J_n(kr) \sin(n\varphi) \sin(n\theta) , \quad (2.13)$$

όπου η συνάρτηση  $J_n$  συμβολίζει τη  $n$  συνάρτηση Bessel πρώτου είδους (Jacobsen 2006). Ορίζοντας τα διανύσματα

$$\mathbf{c}^T = \sqrt{2}[1/\sqrt{2} \cos(\varphi) \sin(\varphi) \dots \cos(n\varphi) \sin(n\varphi) \dots], \quad (2.14)$$

και

$$\mathbf{h}^T = \sqrt{2}[\frac{J_0(kr)}{\sqrt{2}} j \cos(\theta) J_1(kr) j \sin(\theta) J_1(kr) \dots j^n \cos(n\theta) J_n(kr) j^n \sin(n\theta) J_n(kr) \dots] , \quad (2.15)$$

η προηγούμενη εξίσωση μπορεί να γραφεί ως

$$p = \mathbf{Ac}^T \mathbf{h} . \quad (2.16)$$

Τα στοιχεία  $c_n$  του διανύσματος  $\mathbf{c}$  περιγράφουν πλήρως τη χωρική συμπεριφορά του επιπέδου κύματος και κατά κάποιο τρόπο αποτελούν τη χωρική πληροφορία κωδικοποίησης του ηχητικού πεδίου (Gauthier 2006). Γράφοντας το διάνυσμα  $\mathbf{c}$  στην πιο αναλυτική μορφή

$$\left\{ \begin{array}{l} c_0 = 1 \\ c_1 = \sqrt{2} \cos(\varphi) \\ c_2 = \sqrt{2} \sin(\varphi) \\ \dots \\ c_{2n-1} = \sqrt{2} \cos(n\varphi) \\ c_{2n} = \sqrt{2} \sin(n\varphi) \\ \dots \end{array} \right. , \quad (2.17)$$

γίνεται δυνατόν να επεξηγηθεί ο κάθε όρος χωριστά. Οι πρώτοι τρεις συντελεστές  $c_0$ ,  $c_1$ , και  $c_2$  αντιστοιχούν στο σήμα εξόδου ενός πανκατευθυντικού μικροφώνου πίεσης και δύο δικατευθυντικών μικροφώνων ταχύτητας διατεταγμένα κάθετα μεταξύ τους, όμοια με την περίπτωση του σχήματος 2.7. Για  $n$  μεγαλύτερο ή ίσο του 2, η ηχογράφιση των συντελεστών  $c_n$  θα απαιτούσε αντίστοιχα μικρόφωνα δευτέρας τάξης και άνω. Τέτοια μικρόφωνα δεν έχουν κατασκευαστεί στην πράξη ακόμα. Άρα, θα πρέπει κανείς να περιοριστεί σε μικρόφωνα μέχρι πρώτης τάξης το πολύ. Αυτό αυτόματα οδηγεί στη χρήση μόνο των πέντε πρώτων συντελεστών κωδικοποίησης  $c_n$ . Η ανακατασκευή του ηχογραφημένου ηχητικού πεδίου γίνεται με την υπέρθεση  $N$  επιπέδων κυμάτων ερχόμενα από διευθύνσεις  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N$  ομοιόμορφα καταναμημένες μεταξύ 0 και  $2\pi$  ως

$$p(r, \theta) = \sum_{i=0}^{N-1} A_i e^{jkr \cos(\theta - \varphi_i)}, \quad (2.18)$$

με  $\varphi_i = i \frac{2\pi}{N}$ . Αν υποθεθεί ότι η ακτίνα είναι αρκετά μεγάλη ώστε τα προσπίπτοντα κύματα από κάθε πηγή να θεωρούνται επίπεδα, τότε κάθε ένα από αυτά μπορεί να εκφραστεί με βάση τη σειρά Fourier- Bessel ως

$$A_i e^{jkt(\theta - \varphi_i)} = A_i \mathbf{c}_i^T \mathbf{h}, \quad (2.19)$$

έτσι ώστε

$$p(r, \theta) = \sum_{i=1}^N A_i \mathbf{c}_i^T \mathbf{h} = \mathbf{A}^T \mathbf{C}^T \mathbf{h}. \quad (2.20)$$

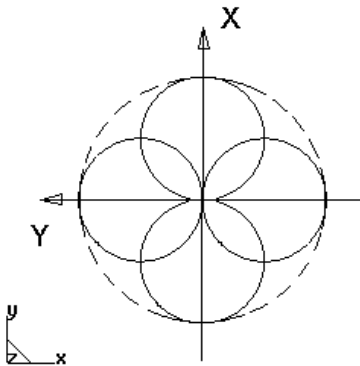
Εδώ το  $\mathbf{A}^T = [A_1 \ A_2 \ \dots \ A_N]$  εκφράζει τα  $N$  σήματα οδήγησης των ηχείων και  $\mathbf{C} = [\mathbf{c}_1 \ \mathbf{c}_2 \ \dots \ \mathbf{c}_N]$  είναι ο πίνακας που διαμορφώνεται ανάλογα τη θέση τους (γωνία διάδοσης). Το συνολικό σήμα από κάθε ηχείο αναπαραγωγής πρέπει να εξισωθεί με το επιθυμητό της εξίσωσης (2.12) απ' όπου και προκύπτει το διάνυσμα οδήγησης  $\mathbf{A}$  ως

$$\mathbf{A} = \frac{A}{N} \mathbf{C}^T \mathbf{c}, \quad (2.21)$$

καθότι  $\mathbf{C}\mathbf{C}^T = \frac{1}{N} \mathbf{I}$  για ομοιόμορφα διατεταγμένες πηγές, όπου  $\mathbf{I}$  είναι ο μοναδιαίος πίνακας. Για αυτήν την περίπτωση, το σήμα κάθε ηχείου για την τέλεια αναπαραγωγή του μετώπου στο κέντρο της συστοιχίας των ηχείων μπορεί να υπολογιστεί αναλυτικά ως

$$A_i = A + 2A \sum_{n=1}^M \cos(n(\varphi - \theta_i)), \quad (2.22)$$

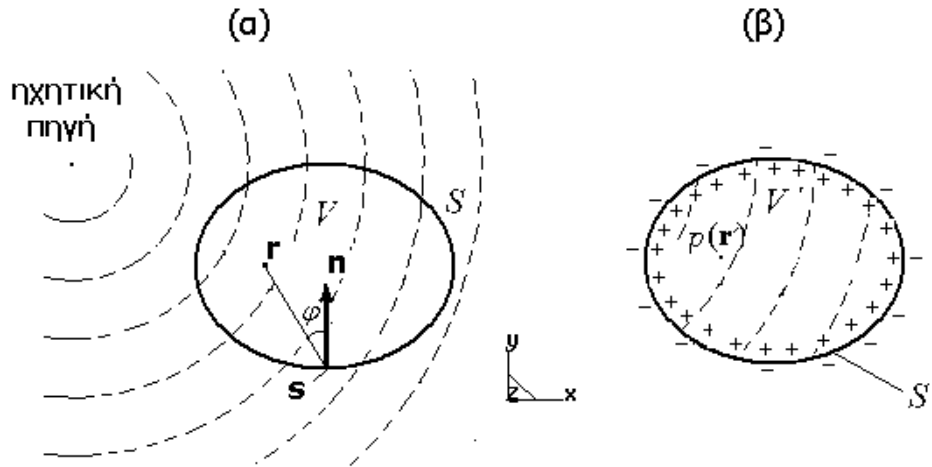
όπου το  $M$  σχετίζεται με τη μέγιστη τάξη των μικροφώνων που χρησιμοποιούνται.



**Σχήμα 2.7:** Μικροφωνική διάταξη για ηχογράφηση και αναπαραγωγή με αμφιηχία.

## 2.4 Ολογραφικές τεχνικές αναπαραγωγής

### 2.4.1 Το ολοκλήρωμα Kirchhoff-Helmholtz



**Σχήμα 2.8:** Αρχή αναπαραγωγής με ολογραφία **α.** Το ακουστικό πεδίο ηχογραφείται από μία συνεχή κατανομή από αισθητήρες πάνω σε ένα κλειστό σύνορο  $S$ . **β.** Η ανασύνθεση του επιπέδου επιτυγχάνεται με κατάλληλη ενεργοποίηση ενός συνεχούς στρώματος από ακουστικά δίπολα και μονόπολα σε μια επιφάνεια  $S'$  που είναι όμοια με την  $S$

Οι ολογραφικές τεχνικές βασίζονται στην αρχή του Huygen σύμφωνα με την οποία όταν ένα κύμα μεταδίδεται, οποιοδήποτε μέτωπό του μπορεί να αναδημιουργηθεί με την κατάλληλη οδήγηση μιας κατανομής από δευτερεύουσες ηχητικές πηγές. Η μαθηματική διατύπωση αυτής της ιδέας δίνεται από την εξίσωση Kirchhoff-Helmholtz. Θεωρείστε έναν κλειστό χώρο  $V$  με σύνορο  $S$  και ότι δεν υπάρχουν ηχητικές πηγές μέσα σε αυτόν, στη μόνιμη κατάσταση σε μια γωνιακή συχνότητα  $\omega$ . Κάθε σημείο  $\mathbf{r}$  εντός του  $V$  με κάθε σημείο  $\mathbf{s}$  στην επιφάνεια συνδέεται μέσω της ολοκληρωματικής εξίσωσης

$$\iint_S \left[ G(\mathbf{r} | \mathbf{s}) \frac{\partial p(\mathbf{s})}{\partial \mathbf{n}} - p(\mathbf{s}) \frac{\partial G(\mathbf{r} | \mathbf{s})}{\partial \mathbf{n}} \right] dS = \begin{cases} p(\mathbf{r}) & \mathbf{r} \in V \\ 0 & \mathbf{r} \notin V \end{cases} \quad (2.23)$$

όπου  $G$  είναι η συνάρτηση Green στο ελεύθερο πεδίο

$$G(\mathbf{r} | \mathbf{s}) = \frac{\exp(-jk\|\mathbf{r} - \mathbf{s}\|)}{4\pi\|\mathbf{r} - \mathbf{s}\|}, \quad (2.24a)$$

$p(\mathbf{r})$  είναι η πίεση σε ένα οποιοδήποτε εσωτερικό σημείο  $\mathbf{r}$  του χώρου ενώ  $p(\mathbf{s})$  είναι η πίεση πάνω σε κάποιο σημείο  $\mathbf{s}$  του συνόρου  $S$ ,  $\mathbf{n}$  είναι το μοναδιαίο διάνυσμα που είναι κάθε φορά κάθετο στο  $S$  και με φορά προς το εσωτερικό του  $V$  και  $k = \frac{\omega}{c}$  είναι ο



κυματικός αριθμός (Nelson 1992). Η μερική παράγωγος της  $G$  ως προς το κανονικό διάνυσμα στην επιφάνεια μπορεί να αναλυθεί περαιτέρω ως

$$\frac{\partial G(\mathbf{r} | \mathbf{s})}{\partial \mathbf{n}} = \nabla G(\mathbf{r} | \mathbf{s}) \cdot \mathbf{n} = \frac{1 + jkR}{R^2} \cos \varphi e^{-jkR}, \quad (2.24\beta)$$

όπου  $R = \|\mathbf{r} - \mathbf{s}\|$  και  $\varphi$  είναι η γωνία που σχηματίζεται μεταξύ του διανύσματος  $\mathbf{r} - \mathbf{s}$  και του  $\mathbf{n}$ . Να σημειωθεί ότι από εδώ και στο εξής ο συμβολισμός  $\|\cdot\|$  αναφέρεται στην τετραγωνική ευκλείδεια νόρμα ( $\|\cdot\| = \|\cdot\|_2$ ).

Μια επεξήγηση για τη σχέση (2.24) είναι ότι μπορεί να γίνει μια πλήρης περιγραφή του ηχητικού πεδίου εντός ενός χώρου που περικλείεται από την επιφάνεια  $S$  αν είναι γνωστή η κατανομή της πίεσης  $p$  και της κάθετης συνιστώσας της ταχύτητας  $\frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}}$  πάνω στο  $S$ . Από

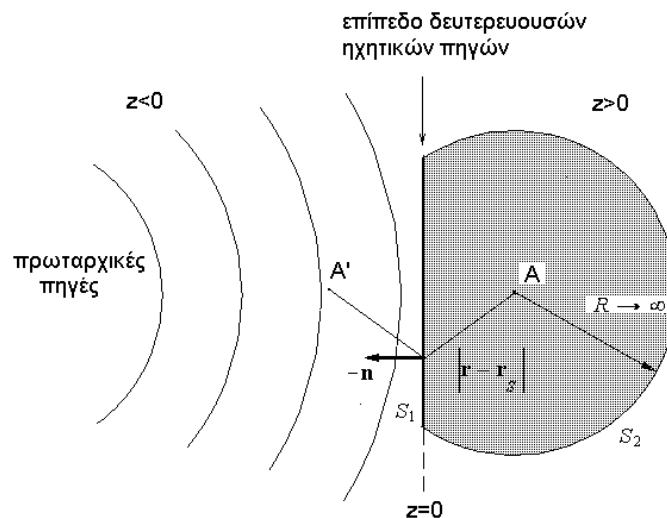
την οπτική της ηχητικής αναπαραγωγής, αν ηχογραφήσουμε την ακουστική πίεση και την κάθετη συνιστώσα της ταχύτητας πάνω στο σύνορο  $S$ , τότε, θα ήταν δυνατό, κάποια άλλη στιγμή, να ενεργοποιήσουμε κατάλληλα ένα συνεχές στρώμα από ακουστικά μονόπολα και δίπολα πάνω σε μια επιφάνεια  $S'$  που είναι γεωμετρικά ταυτόσημη με την  $S$ , έτσι ώστε το ακουστικό πεδίο στο χώρο  $V'$  να είναι μια τέλεια αντιγραφή του  $V$  (βλ. σχήμα 2.8(β)). Για να γίνει αυτό, η μιγαδική ένταση του μονόπολου και του δίπολου σε κάθε σημείο  $\mathbf{s}'$  της επιφάνειας  $S'$  πρέπει να είναι ίση με την τιμή της ακουστικής πίεσης  $p(\mathbf{s})$  και της κάθετης συνιστώσας της ταχύτητας  $\frac{\partial p(\mathbf{s})}{\partial \mathbf{n}}$  αντίστοιχα. Η σχέση (2.23) υποδηλώνει ότι για κάθε σημείο  $\mathbf{r}'$  εντός του  $V'$  θα ισχύει  $p(\mathbf{r}') = p(\mathbf{r})$  ενώ για κάθε σημείο  $\mathbf{r}'$  εκτός του  $V'$  θα ισχύει  $p(\mathbf{r}') = 0$ , δηλαδή, δεν υπάρχει εκπομπή ήχου εκτός του  $V'$ . Αυτού του είδους η ακύρωση μπορεί να γίνει κατανοητή με το ότι ενώ οι θετικοί λοβοί των δίπολων δρουν συγκαταβατικά με τα μονόπολα για τη δημιουργία του πεδίου εντός του  $V'$ , οι αρνητικοί λοβοί των δίπολων δρουν αντιφατικά ακυρώνοντας κάθε εκπομπή εκτός του  $V'$ . Όπως γίνεται φανερό, η παραπάνω αρχή δίνει τη δυνατότητα για τον ακριβή έλεγχο ενός πεδίου σε μια ευρύτερη περιοχή στο χώρο, αντί για την περιορισμένη χωρικά ιδανική περιοχή των μεθόδων αναπαραγωγής που εξετάστηκαν σε προηγούμενες ενότητες.

Η θεωρητική βάση για όσα θα ειπωθούνε εδώ πηγάζει από τη λύση της κυματικής εξίσωσης και είναι ένα φυσικό επακόλουθο των κλασικών σχέσεων που διέπουν ένα πεδίο μέσα σε ένα κλειστά ορισμένο χώρο και τις ιδιότητες των σχετικών παραμέτρων πάνω στο σύνορο που τον περικλείουν. Η δυνατότητα ελέγχου του πεδίου μέσα σε ένα κλειστό χώρο σύμφωνα με τη σχέση (2.23) δεν έχει ενδιαφέρον μόνο για την διαδικασία της ηχητικής

αναπαραγωγής αλλά και για τον ενεργό έλεγχο θορύβου καθώς και για άλλες συγγενείς εφαρμογές (Nelson 1992). Πρόσφατα τονίστηκε η σχέση μεταξύ των ολογραφικών τεχνικών αναπαραγωγής με την αμφιχημία (Nicol 1999). Αν και η χρήση μιας συνεχής κατανομής από ακουστικά δίπολα και μονόπολα απέχει πολύ από την πραγματικότητα, η χρήση αυτής της αρχής για την υλοποίηση της ηχητικής αναπαραγωγής με έναν λογικό αριθμό από διακριτές πηγές και αισθητήρες είναι όντως εφικτή. Ένα τέτοιο παράδειγμα φαίνεται στην αναπαραγωγή με χρήση της μεθόδου Wave Field Synthesis (WFS).

### 2.4.2 Συνάρτηση οδήγησης για ευθεία συστοιχία μεγαφώνων

Η Wave Field Synthesis (WFS) είναι μια τεχνική που αποσκοπεί στη δημιουργία ακριβών αντίγραφων των μετώπων κύματος. Η μέθοδος αυτή αναπτύχθηκε από τον Berkhout (1992) ο οποίος αρχικά πρότεινε τη σύλληψη του ακουστικού πεδίου με χρήση κατευθυντικών μικροφώνων και την αναπαραγωγή του από κατάλληλα τοποθετημένες συστοιχίες από ηχεία. Για την κατανόηση της θεωρίας της WFS, που βασίζεται στην απλοποίηση της ολοκληρωματικής εξίσωσης Kirchhoff-Helmholtz, θεωρήστε μια επιφάνεια  $S = S_1 \cup S_2$  όπου η  $S_1$  ταυτίζεται με το επίπεδο  $z=0$  το οποίο διαχωρίζει το χώρο ακρόασης από τις ηχητικές πηγές όπως στο σχήμα 2.9. Για κάθε σημείο  $\mathbf{r}_A$  εντός της γραμμοσκιασμένης περιοχής θεωρήστε και το αντίστοιχο κατοπτρικό ως προς το επίπεδο  $z=0$  σημείο  $\mathbf{r}_{A'}$ .



**Σχήμα 2.9:** Αρχή ανασύνθεσης του πεδίου στον ημιχώρο  $z > 0$  από ένα συνεχές επίπεδο από ακουστικά μονόπολα ή δίπολα στο  $z=0$ . Το ολοκλήρωμα Kirchhoff-Helmholtz μετασχηματίζεται στην εξίσωση Rayleigh I και II.

Σύμφωνα με τη συνθήκη του Sommerfield, αν θεωρηθεί ότι η ακτίνα του κύκλου που αντιστοιχεί στην επιφάνεια  $S_2$  τείνει στο άπειρο, τότε η επιφάνεια  $S_2$  μπορεί να παραληφθεί από το ολοκλήρωμα της σχέσης (2.23). Γράφοντας την εξίσωση (2.23) για το  $\mathbf{r}_A$  προκύπτει

$$\iint_{S_1} \left[ G(\mathbf{r}_A|\mathbf{s}) \frac{\partial p(\mathbf{s})}{\partial \mathbf{n}} - p(\mathbf{s}) \frac{\partial G(\mathbf{r}_A|\mathbf{s})}{\partial \mathbf{n}} \right] dS = p(\mathbf{r}_A), \quad (2.25)$$

ενώ για το  $\mathbf{r}_{A'}$  προκύπτει

$$\iint_{S_1} \left[ G(\mathbf{r}_{A'}|\mathbf{s}) \frac{\partial p(\mathbf{s})}{\partial \mathbf{n}} - p(\mathbf{s}) \frac{\partial G(\mathbf{r}_{A'}|\mathbf{s})}{\partial \mathbf{n}} \right] dS = p(\mathbf{r}_{A'}) = 0, \quad (2.26)$$

καθότι το  $\mathbf{r}_{A'}$  βρίσκεται εκτός του  $V$ . Επίσης, λόγω της σχέσης μεταξύ  $\mathbf{r}_A$  και  $\mathbf{r}_{A'}$  προκύπτει ότι  $G(\mathbf{r}_A|\mathbf{s}) = G(\mathbf{r}_{A'}|\mathbf{s})$  και  $\frac{\partial G(\mathbf{r}_A|\mathbf{s})}{\partial \mathbf{n}} = -\frac{\partial G(\mathbf{r}_{A'}|\mathbf{s})}{\partial \mathbf{n}}$ . Αν λοιπόν προστεθούν οι σχέσεις (2.25) και (2.26) κατά μέλη προκύπτει η γνωστή ως ολοκληρωματική εξίσωση Rayleigh I

$$p(\mathbf{r}_A) = 2 \iint_{S_1} G(\mathbf{r}_A|\mathbf{s}) \frac{\partial p(\mathbf{s})}{\partial \mathbf{n}} dS. \quad (2.27)$$

Η φυσική σημασία της σχέσης (2.27) είναι ότι το πεδίο στο χώρο  $z>0$  μπορεί να ανακατασκευαστεί πλήρως αν μια συνεχής κατανομή από ακουστικά μονόπολα πάνω στο επίπεδο  $z=0$  οδηγηθεί με ένταση ίση με το διπλάσιο της κάθετης συνιστώσας της ταχύτητας, όπως αυτή διαμορφώνεται από τις ακουστικές πηγές που βρίσκονται στο χώρο  $z<0$ . Αντίστοιχα, αφαιρώντας τη σχέση (2.26) από την (2.27) προκύπτει η γνωστή ως ολοκληρωματική εξίσωση Rayleigh II

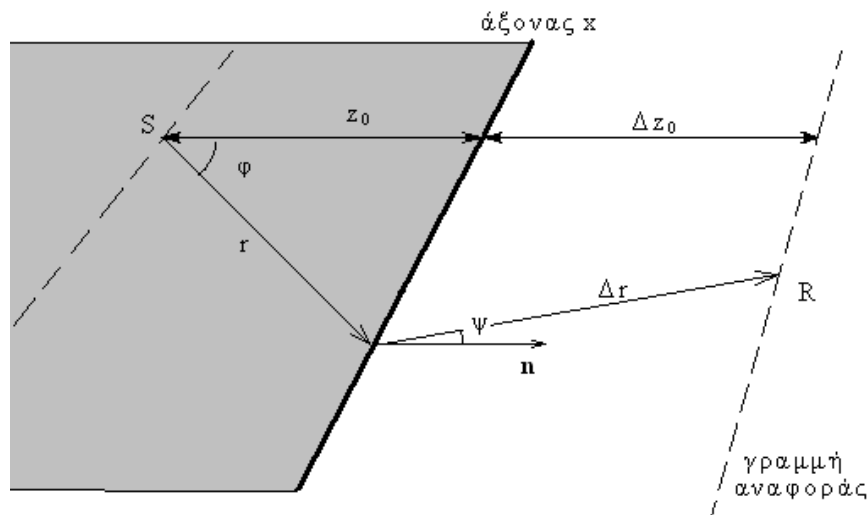
$$p(\mathbf{r}_A) = 2 \iint_{S_1} \frac{-\partial G(\mathbf{r}_A|\mathbf{s})}{\partial \mathbf{n}} p(\mathbf{s}) dS, \quad (2.28)$$

η οποία αντίστοιχα δηλώνει ότι το πεδίο χώρο  $z>0$  μπορεί να ανακατασκευαστεί πλήρως αν μια συνεχής κατανομή από ακουστικά δίπολα πάνω στο επίπεδο  $z=0$  οδηγηθεί με ένταση ίση με το διπλάσιο της πίεσης, όπως αυτή διαμορφώνεται από τις ακουστικές πηγές που βρίσκονται στο χώρο  $z<0$ .

Όλα τα προηγούμενα δηλαδή καθιστούν θεωρητικά δυνατή την αναπαραγωγή του ακουστικού πεδίου σε ένα οποιοδήποτε χώρο στο ελεύθερο πεδίο διεγείροντας ένα στρώμα από ακουστικά μονόπολα ή δίπολα πάνω σε ένα επίπεδο σύμφωνα με τις τιμές της κάθετης ταχύτητας ή της πίεσης αντίστοιχα, που καταγράφονται πάνω σ' αυτό. Η πρακτική εφαρμογή μιας τέτοιας μεθόδου επιβάλλει όπως είναι φυσικό τη μετάβαση από το συνεχές στρώμα σε ένα διακριτό αριθμό από ακουστικές πηγές και ταυτόχρονα, την ηχογράφηση με ένα διακριτό αριθμό από κατάλληλους δέκτες. Με ένα τέτοιο τρόπο η σχέση (2.28) θα μπορούσε να γραφεί σε διακριτή μορφή ως

$$p(\mathbf{r}) = \sum_{\mu} \left( \frac{\partial p(\mathbf{r}_{\mu})}{\partial \mathbf{n}} \times \frac{\exp(-jk\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{\mu}\|)}{4\pi\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{\mu}\|} \right) \Delta x \Delta y, \quad (2.29)$$

όπου  $\mathbf{r}_m$  είναι το διάνυσμα θέσης του  $\mu$ -ιοστού μονόπολου. Είναι προφανές ότι για δεδομένο  $\Delta x$  και  $\Delta y$  θα παρατηρηθούνε φαινόμενα χωρικής αλλαγής από μία συχνότητα και πάνω. Επίσης, η σχέση (2.29) αν και έχει προσαρμοστεί για τις ανάγκες μιας διακριτής κατανομής, προϋποθέτει ένα άπειρο αριθμό από δευτερεύουσες πηγές εκτεταμένες σε ένα μη πεπερασμένο κάθετο επίπεδο. Το πρώτο βήμα για την πρακτική υλοποίηση της ιδέας του WFS είναι η μετάβαση από ένα δισδιάστατο επίπεδο σε μία γραμμή από δευτερεύουσες πηγές (line array). Αυτό είναι δυνατόν εφόσον αντί να απαιτήσουμε την αναπαραγωγή του πεδίου σε ένα συνεχές τρισδιάστατο χώρο περιοριστούμε στο δισδιάστατο επίπεδο το οποίο ορίζεται από την εικονική πηγή και τη γραμμή από τις δευτερεύουσες πηγές. Κατ' αυτόν τον τρόπο, εξασφαλίζεται η ακριβής αναπαραγωγή των χαρακτηριστικών του πεδίου πάνω σε μια γραμμή ακρόασης που ονομάζεται γραμμή αναφοράς (βλ. Σχήμα 2.10) Για την αναλυτική απόδειξη αυτών των σχέσεων μπορεί να ανατρέξει κανείς στις εργασίες των Berkhout (1993), Verheijen (1997) και Bleistein (1984).



**Σχήμα 2.10:** Αναπαραγωγή από μία ευθεία γραμμή από μονόπολα και δίπολα στον άξονα  $x$ . Η συνάρτηση οδήγησης των ηχείων σχεδιάζεται ώστε το αναπαραγόμενο πεδίο να είναι βέλτιστο πάνω στη γραμμή αναφοράς.

Θεωρώντας τώρα μια εικονική ακουστική πηγή στο  $\mathbf{r}_0$  πάνω στο επίπεδο  $xz$ , σύμφωνα με το σχήμα 2.10, η πίεση του ακουστικού πεδίου στη θέση  $\mathbf{r}$  λόγω της πηγής αυτής μπορεί να γραφεί ως

$$P(\mathbf{r}, \omega) = S(\omega)G(\varphi, \omega) \frac{\exp(-jkr)}{4\pi r}, \quad (2.30)$$

όπου  $r = \|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0\|$ ,  $G(\varphi, \omega)$  είναι η συνάρτηση που εκφράζει την κατευθυντικότητα της πηγής στο επίπεδο  $xz$  και  $S$  η μιγαδική ένταση σε κάθε συχνότητα. Για την αναπαραγωγή του ακουστικού πεδίου με ένα αριθμό  $L$  από ακουστικά μονόπολα κατανεμημένα πάνω στον άξονα του  $x$ , όπως φαίνεται στο σχήμα 2.10, λαμβάνουμε τελικά τη συνάρτηση οδήγησης της συστοιχίας ως

$$q_m(x, \omega) = S(\omega) \sqrt{\frac{jk}{2\pi}} \sqrt{\frac{\Delta z_0}{z_0 + \Delta z_0}} G(\varphi, \omega) \cos\varphi \frac{\exp(-jkr)}{\sqrt{r}} \Delta l, \quad (2.31)$$

από την οποία καθορίζεται η μιγαδική ένταση  $q_m(x, \omega)$  του μονόπολου στη θέση  $x$  σύμφωνα με τις γεωμετρικές παραμέτρους του σχήματος 2.10. Να σημειωθεί ότι τώρα με  $r$  συμβολίζεται η απόσταση της εικονικής πηγής από τη δευτερεύουσα πηγή αναπαραγωγής με τεταγμένη  $x$ , ενώ με  $\Delta l$  συμβολίζεται η σχετική απόσταση μεταξύ των γειτονικών πηγών αναπαραγωγής η οποία θεωρείται σταθερή κατά μήκος όλης της διάταξης. Αν αντί για μονόπολα γίνει χρήση από ακουστικά δίπολα, η μιγαδική ένταση του ακουστικού δίπολου στη θέση  $x$  ορίζεται ως

$$q_d(x, \omega) = S(\omega) \sqrt{\frac{1}{2\pi jk}} \sqrt{\frac{\Delta z_0}{z_0 + \Delta z_0}} G(\varphi, \omega) \frac{\exp(-jkr)}{\sqrt{r}} \Delta l. \quad (2.32)$$

Αυτές οι συναρτήσεις οδήγησης δίνουν ουσιαστικά την απαιτούμενη διέγερση κάθε πηγής αναπαραγωγής χωριστά, ώστε το αποτέλεσμα να είναι όσο το δυνατόν πιο κοντά στο επιθυμητό για συγκεκριμένη απόσταση από τη στήλη των πηγών αναπαραγωγής, δηλαδή πάνω στη γραμμή αναφοράς. Οι τελικές μιγαδικές εντάσεις των πηγών ονομάζονται "2½D operators", ακριβώς υποδηλώνοντας ότι η ανάγκη για ένα επίπεδο στρώμα από ακουστικές πηγές έχει καλυφθεί με την ενεργοποίηση μιας μόνο γραμμής από αυτές. Αυτή η προσέγγιση δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα όσο πιο κοντά βρίσκεται κανείς στη γραμμή αναφοράς και όσο πιο μακριά είναι ορισμένη αυτή από τη γραμμή των πηγών αναπαραγωγής.

### 2.4.3 Συνάρτηση οδήγησης για καμπύλη συστοιχία μεγαφώνων

Η ανάγκη για τη χρήση συστοιχίας ηχείων πιο περίπλοκης γεωμετρίας συμβαδίζει με την ανάγκη τόσο για κάλυψη πιο περίπλοκων περιοχών ακρόασης, αλλά και με τη δημιουργία εικονικών ηχητικών πηγών σε περισσότερες περιοχές του χώρου, όπως για παράδειγμα πίσω ή αριστερά και δεξιά του ακροατή (Boone 1994). Η διαδικασία είναι δυνατόν να γενικευτεί και για πιο αυθαίρετη γεωμετρία, αρκεί η ευθεία που ενώνει την εικονική πηγή στο  $S$  με κάθε σημείο  $R$  πάνω στη γραμμή αναφοράς να τέμνει τη γραμμή από τις

δευτερεύουσες πηγές σε ένα μόνο σημείο (Start 1996). Για τη διάταξη του σχήματος 2.11 η συνάρτηση οδήγησης  $Q_m$  για ακουστικά μονόπολα υπολογίζεται ως

$$q_m(\mathbf{r}, \omega) = S(\omega) \sqrt{\frac{jk}{2\pi}} \sqrt{\frac{\Delta r}{r + \Delta r}} \cos\varphi \frac{\exp(-jkr)}{\sqrt{r}} \Delta l, \quad (2.33)$$

όπου  $r = \|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0\|$  είναι η απόσταση της εικονικής πηγής στο  $\mathbf{r}_0$  από την πηγή αναπαραγωγής στο  $\mathbf{r}$ ,  $\varphi$  είναι η γωνία πρόσπτωσης του διανύσματος  $\mathbf{r} - \mathbf{r}_0$  στη γραμμή των δευτερευουσών πηγών και  $\Delta r$  είναι το μήκος του διανύσματος  $\Delta \mathbf{r}$  από τις δευτερεύουσες πηγές στη γραμμή αναφοράς. Η συνάρτηση οδήγησης για ακουστικά δίπολα γράφεται αντίστοιχα

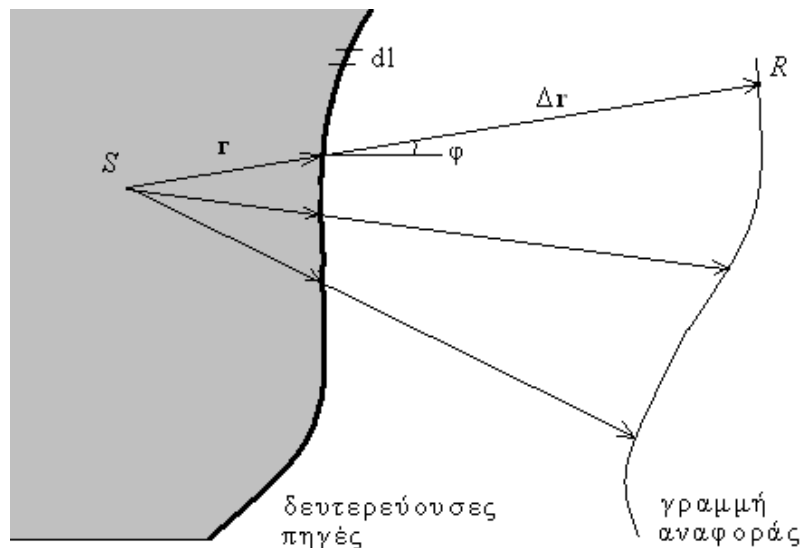
$$q_d(\mathbf{r}, \omega) = S(\omega) \sqrt{\frac{1}{2\pi jk}} \sqrt{\frac{\Delta r}{r + \Delta r}} \frac{\exp(-jkr)}{\sqrt{r}} \Delta l. \quad (2.34)$$

Ανεξάρτητα από τη γεωμετρία της κάθε διάταξης, η πίεση στη γραμμή αναφοράς ως συνάρτηση της συνάρτησης οδήγησης μπορεί να υπολογιστεί ως

$$P_R = \int_{-\infty}^{\infty} q_m(\mathbf{r}, \omega) \frac{\exp(-jk\Delta r)}{4\pi\Delta r} dl, \quad (2.35)$$

για ακουστικά μονόπολα και για ακουστικά δίπολα ως

$$P_R = \int_{-\infty}^{\infty} q_d(\mathbf{r}, \omega) jk \cos\psi \frac{\exp(-jk\Delta r)}{4\pi\Delta r} dl. \quad (2.36)$$



**Σχήμα 2.11:** Υπολογισμός της συνάρτησης οδήγησης για μη ευθεία συστοιχία δευτερευουσών πηγών.

#### 2.4.4 Δημιουργία εικονικών πηγών μπροστά από τη συστοιχία

Η δημιουργία εικονικών πηγών ανάμεσα στη συστοιχία δευτερευουσών πηγών και της γραμμής αναφοράς είναι επίσης δυνατή με WFS. Παρατηρώντας τη γεωμετρία του σχήματος 2.12 είναι φανερό ότι για  $0 < z < z_0$ , δηλαδή στη σκιασμένη περιοχή, τα ηχητικά κύματα της εικονικής πηγής στο  $\mathbf{r}_0$  οδεύουν προς αντίθετη κατεύθυνση από τα παραγόμενα από τη συστοιχία.

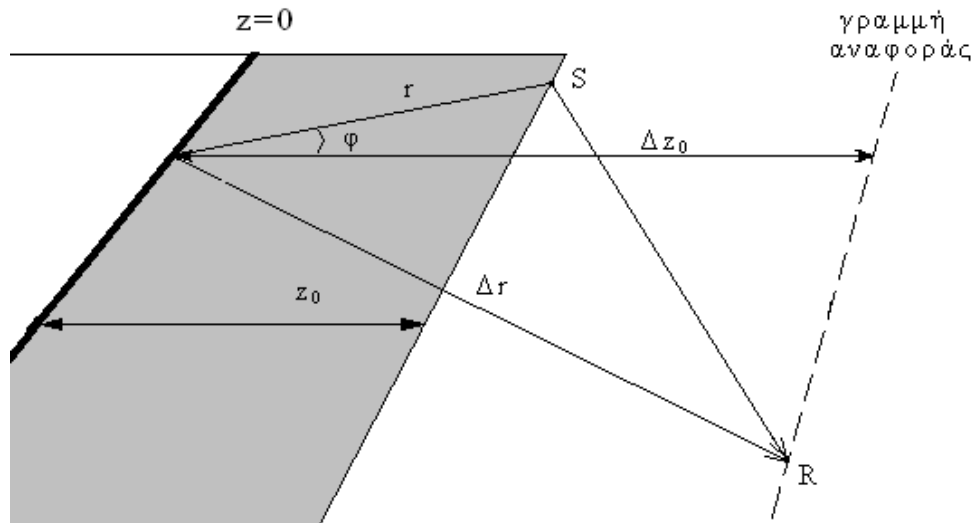
Ωστόσο, στο ημιεπίπεδο  $z > z_0$  και τα δύο κύματα οδεύουν προς την ίδια κατεύθυνση και είναι σε αυτή την περιοχή που μας ενδιαφέρει το αποτέλεσμα της αναπαραγωγής. Η συνάρτηση οδήγησης για μια εικονική πηγή στο S μπροστά από τη συστοιχία των πηγών (focusing operator) για ακουστικά μονόπολα ορίζεται ως

$$q_m^{foc} = S(\omega) \sqrt{\frac{k}{2\pi j}} \sqrt{\frac{\Delta z_0}{\Delta z_0 - z_0}} \cos\varphi \frac{\exp(+jkr)}{\sqrt{r}} \Delta l. \quad (2.37)$$

Να σημειωθεί ότι η ηχητική πίεση σε ένα σημείο  $\mathbf{r}$  από ένα ακουστικό μονόπολο με ένταση  $q_l$  στη θέση  $\mathbf{r}_l$  στο ανηχοϊκό πεδίο λαμβάνεται ίση με

$$p(\mathbf{r}) = q_l \frac{e^{-jkr}}{4\pi r}, \quad (2.38)$$

όπου  $r = \|\mathbf{r} - \mathbf{r}_l\|$ . Αυτή η απλοποιημένη συνάρτηση μεταφοράς είναι απαλλαγμένη από τη συχνοτική εξάρτηση  $j\omega\rho$  η οποία υποδηλώνει μια αποδοτικότητα εκπομπής (radiation efficiency) η οποία αυξάνει με τη συχνότητα (Jacobsen 2006). Η σχέση (2.38) μπορεί να παρομοιασθεί σαν ένα ακουστικό μονόπολο του οποίου η επιτάχυνση όγκου (volume acceleration) είναι ίση με το σήμα εισόδου  $q_l$ . Το σήμα εισόδου θα αναφέρεται από εδώ και στο εξής με τον όρο *μιγαδική ένταση* της πηγής.



**Σχήμα 2.12:** Υπολογισμός της συνάρτησης οδήγησης για δημιουργία εικονικών πηγών μπροστά από τη συστοιχία. Αυτό είναι εφικτό εφόσον οι εικονικές πηγές θεωρηθεί ότι βρίσκονται ανάμεσα στη συστοιχία ηχείων και τη γραμμή αναφοράς.

Επιπλέον ανεπιθύμητα εφφέ που δημιουργούνται λόγω του πεπερασμένου μήκους της συστοιχίας έχουν να κάνουν με φαινόμενα διάθλασης τα οποία οδηγούν σε υποβάθμιση του συνθετικού πεδίου, κυρίως στα άκρα της συστοιχίας. Για την αντιμετώπιση τέτοιων προβλημάτων προτείνεται η χρήση ειδικών παράθυρων ζύγισης των εντάσεων των ηχητικών πηγών ανάλογα με τις θέσεις τους, ενώ ακόμα έχει προταθεί και η πρόσθεση μιας επιπλέον ηχητικής πηγής σε κάθε άκρο της συστοιχίας, η οποία να οδηγείται με τέτοιο τρόπο ώστε να καταστέλλονται τα διαθλώμενα κύματα (diffraction waves), (Vries 1994). Τέλος, η αντικατάσταση της συνεχής κατανομής από διακριτές ηχητικές πηγές οδηγεί σε φαινόμενα άλλαξης ανάλογα με την απόσταση  $\Delta x$  μεταξύ των πηγών. Αν και υπάρχει εξάρτηση σε σχέση με τη γωνία διάδοσης του συνθετικού κύματος, κατά γενικό κανόνα, η μέγιστη συχνότητα που μπορεί να αναπαραχθεί σωστά υπακούει στη σχέση

$$f_{\max} = \frac{c}{2\Delta x} \cdot \quad (2.39)$$

#### 2.4.5 Γενική σύλληψη για αναπαραγωγή με WFS

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, η εξίσωση Kirchhoff-Helmholtz καθιστά δυνατή την πλήρη περιγραφή ενός ακουστικού πεδίου εντός μιας κλειστής επιφάνειας εφόσον είναι γνωστές οι τιμές της πίεσης και της ταχύτητας πάνω σε αυτήν. Άμεσο λοιπόν ερώτημα αποτελεί το πώς να εκμεταλλευτεί κανείς αυτή την ιδιότητα για την εκπλήρωση ενός από τους πιο απαιτητικούς στόχους ενός συστήματος ηχητικής αναπαραγωγής, την αντιγραφή του

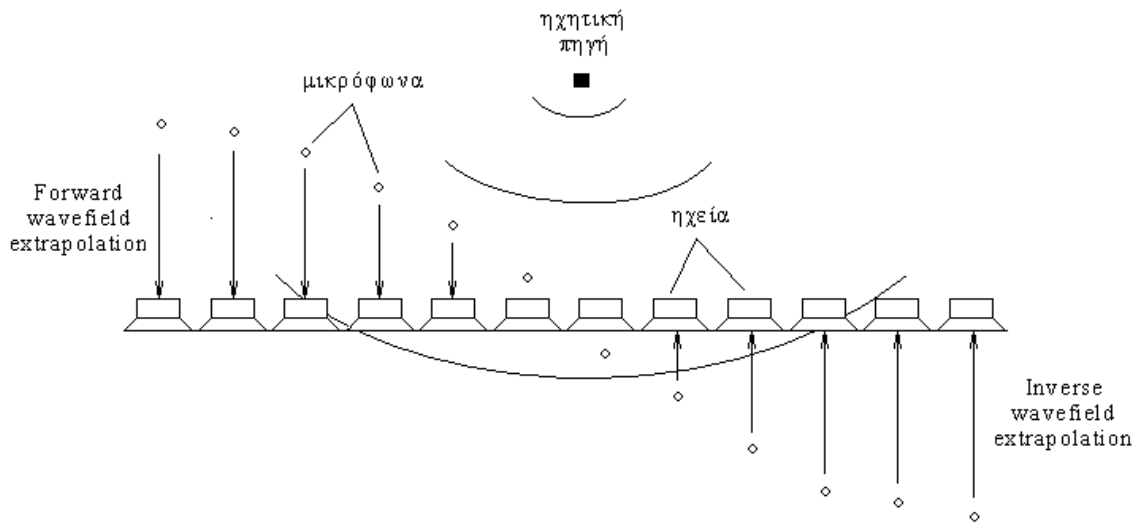


ηχητικού πεδίου σε μια αίθουσα μουσικής και την ακριβή αναπαραγωγή του σε κάποιο άλλο χώρο κάποια άλλη χρονική στιγμή. Μια τέτοια διαδικασία θα μπορούσε να αποδοθεί με τον όρο *ακουστικοποίηση* του χώρου (*auralization*). Οι νέες προκλήσεις που πρέπει να αντιμετωπιστούνε για ένα τέτοιο σύστημα αναπαραγωγής έχουν να κάνουν με τη σύνθεση όχι μόνο του απευθείας σήματος αλλά και των ανακλάσεων και της αντήχησης που ορίζονται από τον χώρο ηχογράφησης. Για την επίτευξη ενός τέτοιου στόχου, θα είναι απαραίτητη η χρήση μιας συστοιχίας από ηχεία αναπαραγωγής η οποία περικυκλώνει τον ακροατή, κάτι παρόμοιο με τις διατάξεις που χρησιμοποιούνται στην αμφιηχία. Μια χαρακτηριστική απαίτηση για να είναι υλοποιήσιμη στην πράξη η δημιουργία του εικονικού ηχητικού πεδίου ενός χώρου ηχογράφησης μέσα σε έναν άλλο χώρο αναπαραγωγής, είναι η αντήχηση του δεύτερου να είναι όσο το δυνατόν μικρότερη από αυτή του πρώτου. Δύο διαφορετικές προσεγγίσεις για την επίτευξη αυτού του στόχου παρουσιάζονται παρακάτω.

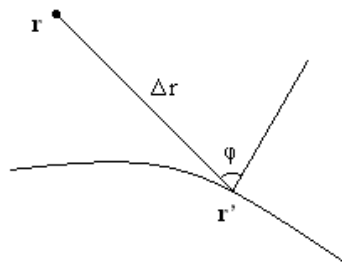
#### **2.4.6 Ακουστικοποίηση με ηχογράφηση της κρουστικής απόκρισης**

Σύμφωνα με την εξίσωση Kirchhoff-Helmholtz, ένας τρόπος για την επίτευξη της παραπάνω πρόκλησης θα ήταν η χρήση επιπέδων από μικρόφωνα πίεσης και ταχύτητας για την ηχογράφηση και αποθήκευση της ακουστικής πληροφορίας και η μετέπειτα αναπαραγωγή της από έναν ίδιο αριθμό από ακουστικά μονόπολα και δίπολα σε ανηχοϊκές συνθήκες. Προφανώς, η πρακτική εφαρμογή μιας τέτοιας ιδέας θα απαιτούσε ένα τεράστιο αριθμό από ακουστικά κανάλια. Ωστόσο, αν οι θέσεις των πρωτεύοντων πηγών και οι ακουστικές ιδιότητες του χώρου αναπαραγωγής είναι χρονικά αναλλοίωτες, τότε μια απλοποίηση της παραπάνω ιδέας είναι εφικτή. Συγκεκριμένα, οι συναρτήσεις μεταφοράς από τις πρωτεύουσες πηγές στα μικρόφωνα πάνω στη κλειστή επιφάνεια είναι επίσης χρονικά αναλλοίωτες. Αν λοιπόν αυτές οι συναρτήσεις μεταφοράς μετρηθούνε, τότε ένα μικρόφωνο το οποίο καταγράφει τον απευθείας ήχο από την κάθε πρωτεύουσα πηγή θα ήταν αρκετό. Σε αυτήν την περίπτωση, το σήμα για κάθε μονόπολο ή δίπολο θα προέκυπτε από τη συνέλιξη του απευθείας ήχου με την κρουστική απόκριση του αντίστοιχου μικροφώνου. Εκ πρώτης όψεως φαίνεται ότι πρέπει να υπάρχει γεωμετρική ταύτιση της συστοιχίας των μικροφώνων με αυτή των δευτερευουσών πηγών. Αυτό τελικά όμως δεν είναι απαραίτητο και οφείλεται στο γεγονός ότι αν ηχογραφήσουμε το πεδίο σε μία γραμμή από μικρόφωνα ταχύτητας και πίεσης, είναι δυνατόν να εξάγουμε πληροφορίες για το ηχητικό πεδίο και σε άλλες θέσεις, εφόσον θεωρήσουμε ότι δεν υπάρχουν πηγές μέσα σε αυτό. Η εξαγωγή αυτής της πληροφορίας αποδίδεται με τον όρο *wave field extrapolation*.

Εφόσον η πίεση και η ταχύτητα του πεδίου έχουν ηχογραφηθεί σε μία κλειστή καμπύλη από κατάλληλους δέκτες, είναι δυνατόν με χρήση της ολοκληρωματικής εξίσωσης Kirchhoff-Helmholtz να μαντέψουμε την πίεση (καθώς και την ταχύτητα) του πεδίου και σε άλλα σημεία του χώρου. Κάνοντας αυτή τη διαδικασία είναι δυνατόν να εξαγάγουμε το σήμα οδήγησης για δευτερεύουσες πηγές που δε συμπίπτουν γεωμετρικά με τη συστοιχία των μικροφώνων. Προσοχή πρέπει ωστόσο να δοθεί στη θέση του μικροφώνου ηχογράφησης σε σχέση με τη κάθε πηγή και την κατεύθυνση διάδοσης του κύματος. Αν το ηχείο αναπαραγωγής βρίσκεται μπροστά από το μικρόφωνο σχετικά με την κατεύθυνση διάδοσης του κύματος θα πρέπει να γίνει ορθή αναγωγή (forward extrapolation) ενώ στην αντίθετη περίπτωση, όταν δηλαδή ο ήχος φτάνει στο ηχείο πριν από το μικρόφωνο, θα πρέπει να γίνει αντίστροφη αναγωγή (inverse extrapolation). Για την καλύτερη κατανόηση της φυσικής σημασίας αυτών των όρων μπορεί να δει κανείς τα σχήματα 2.13 και 2.14.



**Σχήμα 2.13:** Ορθή και αντίστροφη αναγωγή ηχητικού πεδίου με χρήση της εξίσωσης Kirchhoff-Helmholtz.



**Σχήμα 2.14:** Γεωμετρικοί ορισμοί για την αναγωγή ηχητικού πεδίου με την εξίσωση Kirchhoff-Helmholtz

Εφόσον θεωρούνται μονοδιάστατες συστοιχίες (γραμμές ή καμπύλες αντί για επίπεδα), η αναγωγή της πληροφορίας για το ηχητικό πεδίο μπορεί να γίνει χρησιμοποιώντας τη δισδιάστατη μορφή της σχέσης (2.23). Για την περίπτωση ορθής αναγωγής το ηχητικό πεδίο στη θέση  $\mathbf{r}$  μπορεί να ανακτηθεί ως (Hulsebos 2002)

$$p^{(2)}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{-jk}{4} \oint_C p(\mathbf{r}', \omega) \cos \phi H_1^{(2)}(k\Delta r) dl + \frac{-jk}{4} \oint_C jpcv_n(\mathbf{r}', \omega) H_0^{(2)}(k\Delta r) dl, \quad (2.40)$$

και για την περίπτωση αντίστροφης αναγωγής ως

$$p^{(1)}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{-jk}{4} \oint_C p(\mathbf{r}', \omega) \cos \phi H_1^{(1)}(k\Delta r) dl + \frac{-jk}{4} \oint_C jpcv_n(\mathbf{r}', \omega) H_0^{(1)}(k\Delta r) dl, \quad (2.41)$$

όπου  $H_n^{(1)}$  και  $H_n^{(2)}$  είναι οι συναρτήσεις Hankel πρώτου και δευτέρου είδους αντίστοιχα και τάξης  $n$ , ενώ  $p(\mathbf{r}', \omega)$ ,  $v_n(\mathbf{r}', \omega)$  είναι η πίεση και κανονική ταχύτητα στο μικρόφωνο ηχογράφησης στη θέση  $\mathbf{r}'$ . Θεωρητικά λοιπόν, μπορεί να ρυθμίσει κανείς τις παραμέτρους των σχέσεων (2.40) και (2.41) ώστε το διάνυσμα θέσης  $\mathbf{r}$  να συμπέσει με τη θέση των πηγών αναπαραγωγής. Το συνολικό ακουστικό πεδίο προκύπτει τελικά από την υπέρθεση των δύο σημάτων ως

$$p(\mathbf{r}, \omega) = p^{(1)}(\mathbf{r}, \omega) + p^{(2)}(\mathbf{r}, \omega). \quad (2.42)$$

Πρέπει να σημειωθεί ότι αντί η ηχογράφηση να γίνει σε μία κλειστή καμπύλη από μικρόφωνα πίεσης και ταχύτητας, είναι δυνατόν η αναγωγή να επιτευχθεί με ευθείες συστοιχίες μικροφώνων είτε πίεσης είτε ταχύτητας, με χρήση των εξισώσεων Rayleigh I και II (βλ. σχέσεις (2.27) και (2.28)). Επίσης, η αποσύνθεση επιπέδου κύματος (plane wave decomposition) είναι άλλο ένα χρήσιμο εργαλείο για την αναγωγή ηχητικής πληροφορίας. Μια ενδιαφέρουσα εργασία σχετικά με τέτοια θέματα καθώς και με την καταλληλότητα διαφόρων μικροφωνικών διατάξεων για ακουστικοποίηση είναι αυτή του Hulsebos (2002).

#### 2.4.7 Ακουστικοποίηση με βάση εικονικά μοντέλα

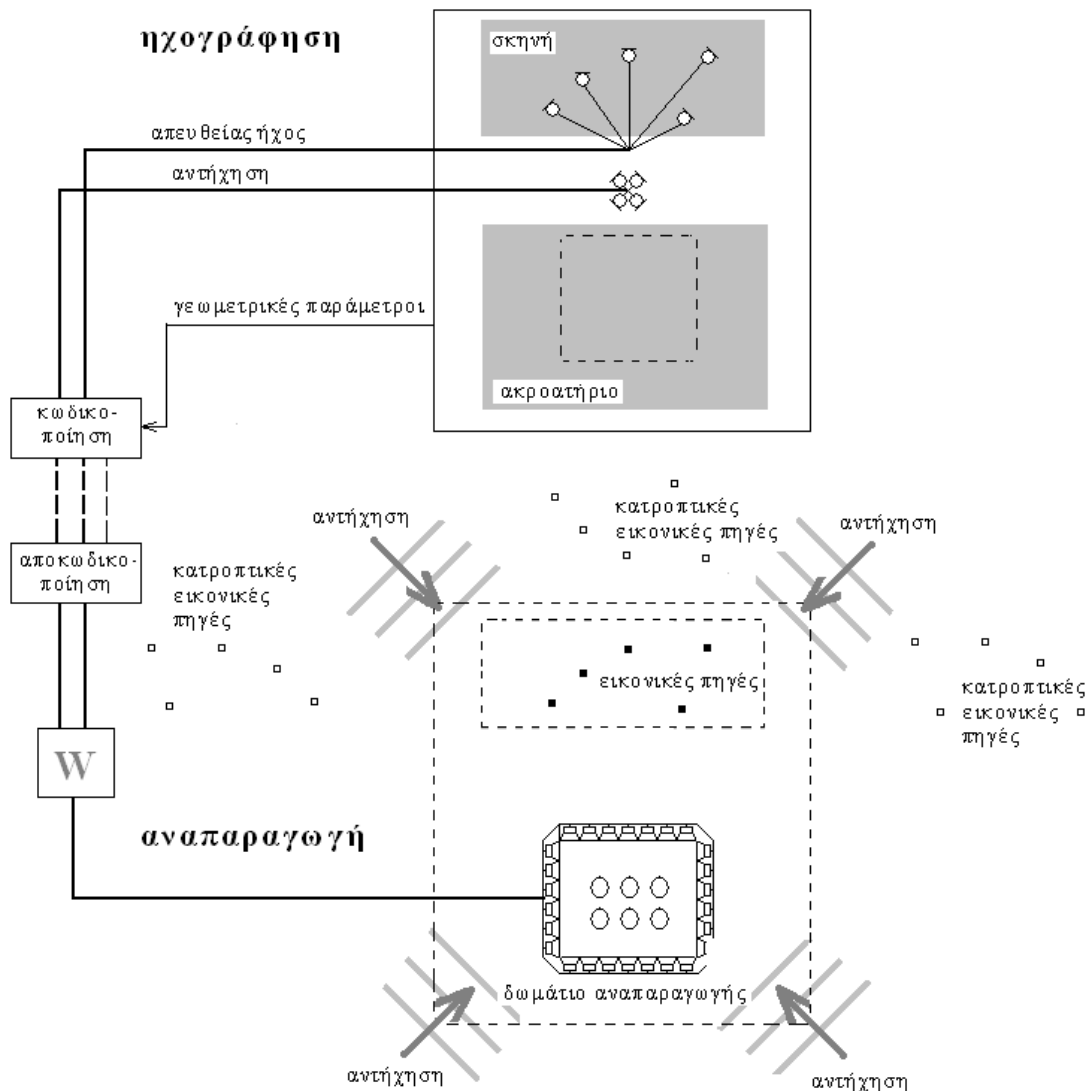
Αν η γεωμετρία και οι ιδιότητες της αίθουσας μουσικής είναι γνωστές και μοντελοποιηθούν με κάποιο τρόπο, τότε οι συναρτήσεις μεταφοράς που αναφέρονται στην προηγούμενη παράγραφο μπορούν να υπολογιστούν. Και εδώ, μόνο ο απευθείας ήχος από κάθε πρωτεύουσα πηγή θα ήταν απαραίτητος, επομένως μόνο ένα μικρόφωνο τοποθετημένο κοντά σε κάθε ηχητική πηγή θα ήταν αρκετό. Επιπλέον, οι δυνατότητες που προσφέρονται από την εφαρμογή αυτής της ιδέας επεκτείνονται πέρα από την απλή αντιγραφή ενός υπαρκτού ηχητικού πεδίου. Είναι προφανές ότι μπορούμε να μεταβάλλουμε τις παραμέτρους του μοντέλου ώστε όχι μόνο να επανακαθορίσουμε τις

θέσεις των πηγών μέσα στην αίθουσα αλλά να μεταβάλουμε και τις ίδιες τις ιδιότητες του χώρου, δίνοντας μια εντελώς διαφορετική αισθητική από την πραγματική. Η εφαρμογή της WFS για τη δημιουργία εικονικής πραγματικότητας είναι γεγονός.

Αν και η ιδέα αυτή φαίνεται ιδιαίτερα ελκυστική, υπάρχουνε ακόμα κάποια εμπόδια που πρέπει να υπερπηδηθούνε για την υλοποίηση της. Προφανώς, η επιτυχία μιας τέτοιας ιδέας εξαρτάται άμεσα από την ακρίβεια του μοντέλου. Η μοντελοποίηση ενός χώρου ωστόσο μπορεί να είναι ιδιαίτερα χρονοβόρα διαδικασία. Οι ιδιότητες των επιφανειών και ο υπολογισμός των ανακλάσεων πάνω σε αυτές βασίζονται σε μηχανισμούς που δεν είναι εύκολο να μοντελοποιηθούνε. Επιπλέον, ακόμα και αν οι απαραίτητες κρουστικές αποκρίσεις είναι διαθέσιμες, η υπολογιστική ισχύς που απαιτείται για τη συνέλιξη κάθε κρουστικής απόκρισης με κάθε ηχείο αναπαραγωγής είναι πιθανόν ότι θα υπερβεί τις δυνατότητες του υπάρχοντος συστήματος. Μια ενδιαφέρουσα λύση όπως έχει προταθεί από τον Verheijen (1997) παρατίθεται στην επόμενη παράγραφο.

Για την απλούστευση της διαδικασίας, το ηχητικό πεδίο στην αίθουσα μουσικής μπορεί να διαιρεθεί σε τρία διαφορετικά μέρη σύμφωνα με τρία αντίστοιχα ψυχοακουστικά κριτήρια, το απευθείας σήμα, τις πρώτες ανακλάσεις και το εναπομένων τμήμα της αντήχησης. Η προτεινόμενη διαδικασία φαίνεται στο σχήμα 2.15. Έστω μια αίθουσα όπου εξελίσσεται κάποιο μουσικό γεγονός. Θέλουμε να αναπαραγάγουμε ένα ακριβές αντίγραφο του ακουστικού πεδίου στο τμήμα που περικλείεται από το διακεκομμένο ορθογώνιο. Οι ακροατές εντός του χώρου αναπαραγωγής δηλαδή θα βιώνουνε την ίδια ακριβώς εμπειρία με αυτή που θα βίωναν αν ήτανε παρόντες στην αίθουσα μουσικής κατά τη διάρκεια του μουσικού γεγονότος. Μικρόφωνα θέσης τοποθετημένα κοντά σε κάθε ακουστική πηγή (η σε κάθε ομάδα από πηγές) καταγράφουνε το απευθείας σήμα. Ένα κανάλι απαιτείται για κάθε μικρόφωνο θέσης ενώ κάθε ένα συνοδεύεται και από τις αντίστοιχες συντεταγμένες που προσδιορίζουνε τη θέση του μέσα στην αίθουσα. Οι πρώτες ανακλάσεις συντίθενται με βάση τα κατροπικά είδωλα των πηγών (mirror sources) σε σχέση με τα σύνορα του χώρου. Οι συντελεστές απορρόφησης των τοίχων, οι οποίοι μεταβάλλονται με τη συχνότητα, θα πρέπει να καθορίζονται για προσδιορισμό της ακριβούς σχέσης μεταξύ της έντασης της πηγής και του ειδώλου της. Τέλος, αν και στα σύγχρονα προγράμματα μοντελοποίησης χώρων υπάρχει δυνατότητα για τον υπολογισμό του τμήματος της αντήχησης (ODEON), η διαδικασία που προτείνεται εδώ βασίζεται στον υπολογισμό της με φυσικό τρόπο, κάνοντας χρήση από τέσσερα κανάλια από συμπύκνοντα μικρόφωνα. Η εκ πρώτης όψεως ομοιότητα με τη διάταξη που χρησιμοποιείται στην αμφιηχία δεν είναι τυχαία. Η χρήση μιας τέτοιας τεχνικής ηχογράφησης θεωρείται απαραίτητη δεδομένου ότι

για να συληφθούν τα χαρακτηριστικά της αντήχησης του χώρου θα πρέπει να ηχογραφηθεί το σήμα από όλες τις κατευθύνσεις. Πρέπει να σημειωθεί βέβαια ότι αν και η τετραφωνική διάταξη που απεικονίζεται στο σχήμα 2.15 αφορά το τμήμα της αντήχησης, το ηχογραφημένο σήμα δεν είναι απαλλαγμένο από το απευθείας σήμα ή από τις πρώτες ανακλάσεις. Ωστόσο, η πιθανότητα το απευθείας σήμα από το σήμα της αντήχησης να δημιουργήσει σύγχυση στην εξαγωγή της κατευθυντικής πληροφορίας εξαλείφεται από τη φυσική χρονική καθυστέρηση που χαρακτηρίζει το σήμα από τα μικρόφωνα αντήχησης σε σχέση με τα μικρόφωνα θέσης.



**Σχήμα 2.15:** Γενικό σχήμα για δημιουργία σύνθετης εικονικής πραγματικότητας. Το ηχογραφημένο σήμα επεξεργάζεται με βάση τις γεωμετρικές παραμέτρους του μοντέλου και μεταδίδεται μέσω της συνάρτησης οδήγησης **W**.



## Κεφάλαιο 3

### Ο ενεργός έλεγχος στην αναπαραγωγή ηχητικού πεδίου

*Στο παρόν κεφάλαιο μελετάται η αναπαραγωγή ενός ηχητικού πεδίου σε μια συνεχή και εκτεταμένη περιοχή του χώρου με τη χρήση ενός συστήματος πολλαπλών πηγών-δεκτών. Θεωρώντας γνωστές τις συναρτήσεις μεταφοράς από τις ηχητικές πηγές σε ένα σύνολο από δέκτες ελέγχου, η διαδικασία βασίζεται στην εύρεση των βέλτιστων αντίστροφων φίλτρων των ηχητικών πηγών έτσι ώστε το σύνθετο σύστημα αντίστροφα φίλτρα-κλειστός χώρος να προσεγγίζει μια επιθυμητή απόκριση. Για την αντιμετώπιση των προβλημάτων που σχετίζονται με την αντιστροφή του πίνακα μεταφοράς του συστήματος γίνεται αναφορά στις διαδεδομένες τεχνικές εξομάλυνσης. Επίσης, παρουσιάζονται αποτελέσματα προσομοίωσης για ένα σύστημα αναπαραγωγής στο ελεύθερο πεδίο, τα οποία έχουν ως σκοπό να αναδείξουν τα υπέρ και τα κατά του ενεργού ελέγχου, σε σχέση με την τεχνική WFS. Ορίζεται η σημασία της χωρικής ευρωστίας σε ένα σύστημα αναπαραγωγής και παρουσιάζεται η Adaptive Wave Field Synthesis (AWFS), μια υβριδική τεχνική που συνδυάζει τα προτερήματα της WFS και του ενεργού ελέγχου.*

### 3.1 Αναπαραγωγή αρμονικών ηχητικών πεδίων

#### 3.1.1 Διατύπωση του προβλήματος και βέλτιστη λύση

Ο σκοπός της αναπαραγωγής με τον ενεργό έλεγχο είναι η κατάλληλη οδήγηση των πηγών ώστε η καταγραφόμενη μιγαδική ηχητική  $p(\mathbf{r})$  στην περιοχή ακρόασης να προσεγγίσει μία επιθυμητή μιγαδική ηχητική πίεση  $p_d(\mathbf{r})$ . Επειδή το σφάλμα μεταξύ της επιθυμητής ηχητικής πίεσης και της καταγραφόμενης ηχητικής πίεσης στην περιοχή ακρόασης μπορεί να εκφραστεί ως συνάρτηση των μιγαδικών εντάσεων των πηγών, η βέλτιστη λύση για τις εντάσεις των πηγών μπορεί να προκύψει ελαχιστοποιώντας μία συνάρτηση κόστους, η οποία ορίζεται ως το ολοκλήρωμα των τετραγωνικών σφαλμάτων σε όλο τον όγκο της περιοχής ακρόασης.

Υποθέτοντας ότι σε έναν κλειστό χώρο υπάρχουν  $L$  πηγές η μιγαδική ηχητική πίεση στη μόνιμη κατάσταση για μια γωνιακή συχνότητα  $\omega$ , στον δέκτη στη θέση  $\mathbf{r}$ , μπορεί να εκφραστεί ως συνάρτηση των εντάσεων των πηγών ως

$$p(\mathbf{r}) = \sum_{l=1}^L Z_l(\mathbf{r})q_l = \mathbf{Z}(\mathbf{r})\mathbf{q} \quad (3.1)$$

όπου  $Z_l(\mathbf{r})$  είναι η ακουστική εμπέδηση (transfer impedance) από την  $l$  πηγή στον δέκτη στη θέση  $\mathbf{r}$  και  $q_l$  είναι η μιγαδική ένταση της  $l$  πηγής και τα διανύσματα  $\mathbf{Z}$ ,  $\mathbf{q}$  ορίζονται ως  $\mathbf{Z}(\mathbf{r}) = [Z_1(\mathbf{r}) \dots Z_L(\mathbf{r})]$ ,  $\mathbf{q} = [q_1 \dots q_L]^T$ . Οι ακουστικές εμπεδήσεις  $Z_l$  υπολογίζονται με βάση το αντίστοιχο μοντέλο προσομοίωσης του χώρου που χρησιμοποιείται. Η βασική θεωρία γύρω από αυτόν τον υπολογισμό βρίσκεται στο συμπληρωματικό κεφάλαιο Α στο τέλος της διατριβής.

Έτσι, το σφάλμα ανάμεσα στην επιθυμητή μιγαδική ηχητική πίεση και την καταγραφόμενη ηχητική πίεση στη θέση  $\mathbf{r}$  της περιοχής ακρόασης μπορεί να εκφραστεί ως συνάρτηση των εντάσεων των πηγών ως

$$e(\mathbf{r}) = p_d(\mathbf{r}) - p(\mathbf{r}) = p_d(\mathbf{r}) - \mathbf{Z}(\mathbf{r})\mathbf{q}, \quad (3.2)$$

και συνεπώς, οι βέλτιστες μιγαδικές εντάσεις των πηγών για την αναπαραγωγή της ηχητικής πίεσης προκύπτουν ελαχιστοποιώντας την ακόλουθη συνάρτηση κόστους (Kirkeby 1995)

$$J = \frac{1}{V_T} \int_{V_T} |e(\mathbf{r})|^2 dV = \frac{1}{V_T} \int_{V_T} |p_d(\mathbf{r}) - \mathbf{Z}(\mathbf{r})\mathbf{q}|^2 dV, \quad (3.3)$$



όπου  $V_T$  είναι ο όγκος της περιοχής ακρόασης. Με απλές αλγεβρικές πράξεις από τη σχέση (3.3) προκύπτει ότι

$$J = \mathbf{q}^H \mathbf{A} \mathbf{q} + \mathbf{b}^H \mathbf{q} + \mathbf{q}^H \mathbf{b} + d, \quad (3.4)$$

όπου

$$\mathbf{A} = \frac{1}{V_T} \int_{V_T} \mathbf{Z}(\mathbf{r})^H \mathbf{Z}(\mathbf{r}) dV, \quad \mathbf{b} = -\frac{1}{V_T} \int_{V_T} \mathbf{Z}(\mathbf{r})^H p_d(\mathbf{r}) dV \quad \text{και} \quad d = \frac{1}{V_T} \int_{V_T} p_d(\mathbf{r})^H p_d(\mathbf{r}) dV. \quad (3.5)$$

Από τη σχέση (3.4) φαίνεται ότι η συνάρτηση κόστους είναι μία τετραγωνική (quadratic) συνάρτηση των εντάσεων των πηγών  $\mathbf{q}$  και συνεπώς έχει μία μοναδική ελάχιστη τιμή υπό την προϋπόθεση ότι ο πίνακας  $\mathbf{A}$  είναι θετικά ορισμένος (Kirkeby 1995). Η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης κόστους αντιστοιχεί στις βέλτιστες εντάσεις των πηγών για τις οποίες το παραγόμενο στην περιοχή ακρόασης ηχητικό πεδίο είναι η βέλτιστη, κατά την έννοια των ελαχίστων τετραγώνων, προσέγγιση του επιθυμητού ηχητικού πεδίου. Έτσι θέτοντας ίση με μηδέν την παράγωγο της συνάρτησης κόστους ως προς τις εντάσεις των πηγών προκύπτουν οι βέλτιστες μιγαδικές εντάσεις των πηγών και η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης κόστους, αντίστοιχα ως (Kirkeby 1995)

$$\mathbf{q}_o = -\mathbf{A}^{-1} \mathbf{b}, \quad (3.6)$$

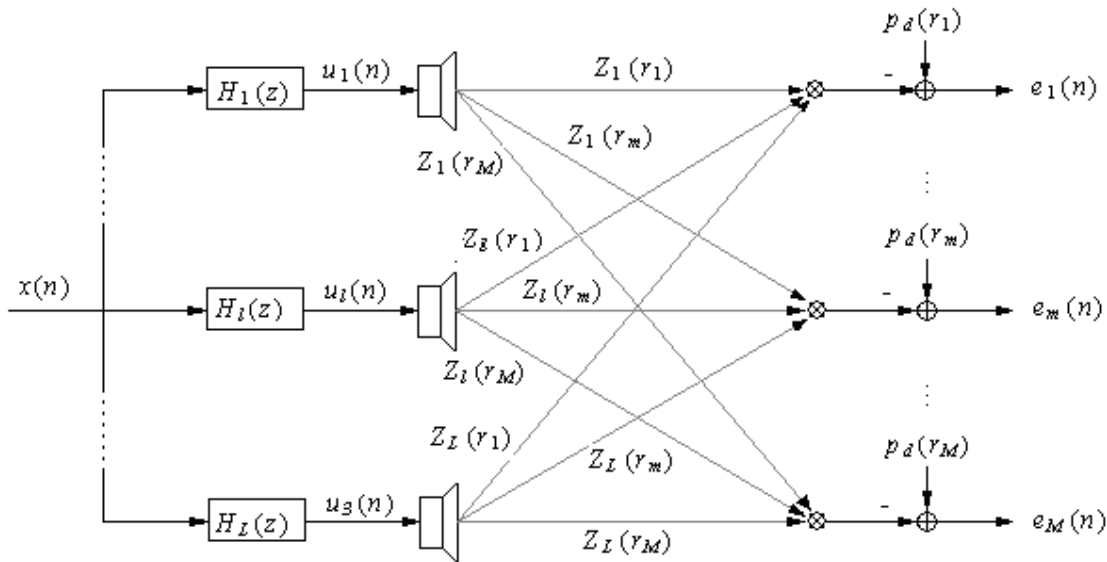
και

$$J_o = d - \mathbf{b}^H \mathbf{A}^{-1} \mathbf{b}. \quad (3.7)$$

### 3.1.2 Αριθμητική προσέγγιση της βέλτιστης λύσης

Η χρήση της σχέσης (3.6) σε πρακτικές εφαρμογές δεν είναι ρεαλιστική λόγω της απαίτησης για εκτίμηση της ηχητικής πίεσης σε κάθε σημείο της περιοχής ακρόασης. Επιπλέον η υλοποίηση της σε προσομοίωση με Η/Υ είναι ιδιαίτερα χρονοβόρα λόγω του υπολογισμού των ολοκληρωμάτων ο οποίος απαιτείται. Έτσι στις πρακτικές εφαρμογές αλλά και στις προσομοιώσεις με Η/Υ χρησιμοποιείται μία αριθμητική προσέγγιση της βέλτιστης λύσης η οποία ονομάζεται μέθοδος των πολλαπλών σημείων (multiple point method) (Nelson 1995). Σύμφωνα με αυτήν η μέτρηση του ηχητικού πεδίου και ο υπολογισμός του σφάλματος ανάμεσα στην επιθυμητή και την καταγραφόμενη ηχητική πίεση πραγματοποιείται σε ένα πλήθος δεκτών κατάλληλα τοποθετημένων στην περιοχή ακρόασης, και συνεπώς το ολοκλήρωμα στη συνάρτηση κόστους, η οποία ορίστηκε στη σχέση (3.3) αντικαθίσταται από το άθροισμα των τετραγώνων των σφαλμάτων. Η μέθοδος πολλαπλών σημείων για την αναπαραγωγή της ηχητικής πίεσης στο πεδίο της συχνότητας απεικονίζεται στο σχήμα 3.1 όπου φαίνεται ότι ο σκοπός της αναπαραγωγής είναι ο υπολογισμός των  $L$  ψηφιακών φίλτρων  $H_l(z)$ ,  $l=1, \dots, L$  τα οποία προεπεξεργάζονται το

σήμα εισόδου  $x(n)$  πριν αυτό τροφοδοτηθεί στις  $L$  πηγές, έτσι ώστε η επίδραση του χώρου η οποία περιγράφεται από τις ακουστικές εμπεδήσεις  $Z_l(\mathbf{r}_m)$ ,  $l=1, \dots, L$  μεταξύ των  $L$  πηγών και των  $M$  δεκτών να ακυρωθεί και η καταγραφόμενη ηχητική πίεση  $p(\mathbf{r}_m)$ ,  $m=1, \dots, M$  να προσεγγίσει την επιθυμητή ηχητική πίεση  $p_d(\mathbf{r}_m)$ ,  $m=1, \dots, M$ . Επειδή το πρόβλημα μελετάται στο πεδίο της συχνότητας τα φίλτρα αναπαραγωγής είναι δύο συντελεστών και ουσιαστικά αντιστοιχούν στις βέλτιστες μιγαδικές εντάσεις των πηγών. Λόγω της μελέτης του προβλήματος στο πεδίο της συχνότητας τα φίλτρα για την αναπαράσταση των εμπεδήσεων μεταξύ των πηγών και των δεκτών είναι και αυτά δύο συντελεστών.



**Σχήμα 3.1:** Αναπαραγωγή ηχητικού πεδίου με επίβλεψη της καταγραφόμενης πίεσης.

Σύμφωνα με την μέθοδο πολλαπλών σημείων λοιπόν ελαχιστοποιείται το μέσο τετραγωνικό σφάλμα σε ένα πλήθος  $M$  δεκτών κατάλληλα τοποθετημένων στην περιοχή ακρόασης

$$J = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M |e_m|^2, \quad (3.8)$$

όπου το σφάλμα  $e_m$  στον δέκτη  $m$  ο οποίος βρίσκεται στη θέση  $\mathbf{r}_m$  εκτιμάται ως η διαφορά ανάμεσα στην επιθυμητή και την καταγραφόμενη μιγαδική ηχητική πίεση ως  $e_m = p_d(\mathbf{r}_m) - p(\mathbf{r}_m)$ . Η καταγραφόμενη στο δέκτη  $m$  ηχητική πίεση δίνεται συναρτήσει των μιγαδικών εντάσεων των  $L$  πηγών ως  $p(\mathbf{r}_m) = \sum_{l=1}^L Z_l(\mathbf{r}_m)q_l = \mathbf{Z}(\mathbf{r}_m)\mathbf{q}$  και άρα προκύπτει ότι η συνάρτηση κόστους μπορεί να εκφραστεί χρησιμοποιώντας συμβολισμό πινάκων ως

$$J = \frac{1}{M} (\mathbf{p}_d - \mathbf{p})^H (\mathbf{p}_d - \mathbf{p}) = \frac{1}{M} (\mathbf{p}_d - \mathbf{Z}\mathbf{q})^H (\mathbf{p}_d - \mathbf{Z}\mathbf{q}), \quad (3.9)$$

όπου ο πίνακας ακουστικών εμπεδήσεων  $\mathbf{Z}$ , το διάνυσμα των καταγραφόμενων μιγαδικών ηχητικών πιέσεων  $\mathbf{p}$ , το διάνυσμα των μιγαδικών εντάσεων των πηγών  $\mathbf{q}$  και το διάνυσμα των επιθυμητών μιγαδικών ηχητικών πιέσεων  $\mathbf{p}_d$  ορίζονται αντίστοιχα ως

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} Z_1(\mathbf{r}_1) & \dots & Z_L(\mathbf{r}_1) \\ \vdots & & \vdots \\ Z_1(\mathbf{r}_M) & \dots & Z_L(\mathbf{r}_M) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{p} = \begin{bmatrix} p(\mathbf{r}_1) \\ \vdots \\ p(\mathbf{r}_M) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_L \end{bmatrix}, \quad \mathbf{p}_d = \begin{bmatrix} p_d(\mathbf{r}_1) \\ \vdots \\ p_d(\mathbf{r}_M) \end{bmatrix}. \quad (3.10)$$

Έτσι με απλές αλγεβρικές πράξεις από τη σχέση (3.9) προκύπτει ότι

$$J = \frac{1}{M} (\mathbf{q}^H \mathbf{Z}^H \mathbf{Z} \mathbf{q} - \mathbf{p}_d^H \mathbf{Z} \mathbf{q} - \mathbf{q}^H \mathbf{Z}^H \mathbf{p}_d + \mathbf{p}_d^H \mathbf{p}_d). \quad (3.11)$$

Από τη σχέση (3.11) φαίνεται ότι η συνάρτηση κόστους είναι μία τετραγωνική συνάρτηση των μιγαδικών εντάσεων των πηγών  $\mathbf{q}$  και συνεπώς έχει μία μοναδική ελάχιστη τιμή υπό την προϋπόθεση ότι ο πίνακας  $\mathbf{Z}^H \mathbf{Z}$  είναι θετικά ορισμένος (Kirkeby 1995). Έτσι θέτοντας ίση με μηδέν την παράγωγο της συνάρτησης κόστους ως προς τις εντάσεις των πηγών προκύπτουν οι βέλτιστες μιγαδικές εντάσεις των πηγών ως

$$\mathbf{q}_o = (\mathbf{Z}^H \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^H \mathbf{p}_d, \quad (3.12)$$

και η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης κόστους ως

$$J_o = \frac{1}{M} \mathbf{p}_d^H (\mathbf{I} + \mathbf{Z}(\mathbf{Z}^H \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^H) \mathbf{p}_d. \quad (3.13)$$

Αντιπαραβάλλοντας τις σχέσεις (3.13) και (3.7) φαίνεται ότι η απόδοση της βέλτιστης λύσης εξαρτάται αποκλειστικά από τις θέσεις των πηγών για μία συγκεκριμένη περιοχή ακρόασης, ενώ η απόδοση της μεθόδου πολλαπλών σημείων εξαρτάται τόσο από τις θέσεις των πηγών όσο και από τις θέσεις των δεκτών στην περιοχή ακρόασης. Επειδή η αναπαραγωγή ενός ηχητικού πεδίου σε μία τρισδιάστατη συνεχή περιοχή είναι επιθυμητή, πρέπει οι δέκτες να είναι τοποθετημένοι κατάλληλα ώστε να καταγράφεται αρκετή πληροφορία για την αναπαράσταση του ηχητικού πεδίου. Συνεπώς ο αριθμός και η διάταξη των δεκτών πρέπει να διασφαλίζουν ότι η περιοχή αναπαραγωγής είναι συνεχής και δεν περιορίζεται σε μικρές διακριτές περιοχές γύρω από τους δέκτες. Επίσης, σύμφωνα με ένα απλό κανόνα η απόσταση μεταξύ των δεκτών δεν πρέπει να είναι μεγαλύτερη από το μισό μήκος κύματος της μέγιστης συχνότητας αναπαραγωγής.

Επειδή η τιμή της συνάρτησης κόστους των σχέσεων (3.13) και (3.7) εξαρτάται από το μέτρο της επιθυμητής πίεσης  $\|\mathbf{p}_d\| = \mathbf{p}_d^H \mathbf{p}_d$ , ορίζεται το σφάλμα ελαχίστων τετραγώνων (ή απλά τετραγωνικό σφάλμα αναπαραγωγής) ως

$$E_{LS} = \frac{\mathbf{e}^H \mathbf{e}}{\mathbf{p}_d^H \mathbf{p}_d}, \quad (3.14)$$

το οποίο είναι κανονικοποιημένο ως προς την ενέργεια του επιθυμητού πεδίου. Γράφοντας το διάνυσμα  $\mathbf{e}$  ως  $\mathbf{e} = \mathbf{p}_d - \hat{\mathbf{p}}$ , όπου  $\hat{\mathbf{p}}$  είναι το διάνυσμα με τις τιμές της αναπαραγόμενης πίεσης στους δέκτες ελέγχου, γίνεται σαφές ότι μια τιμή του  $E_{LS}$  ίση με 1 υποδηλώνει ένα σφάλμα αναπαραγωγής ισοδύναμο με την περίπτωση που η πίεση είναι μηδενική σε όλη την περιοχή ελέγχου, δηλαδή όταν επικρατεί απόλυτη ησυχία. Αντίστοιχα, μια τιμή του  $E_{LS}$  ίση με 0.3 και 0.5 υποδηλώνει απόκλιση  $\pm 3$  dB και  $\pm 6$  dB από την επιθυμητή πίεση αντίστοιχα.

### 3.1.3 Αριθμός εξάρτησης του πίνακα ακουστικών εμπεδησεων

Αν το σύστημα είναι υπερορισμένο, δηλ. υπάρχουν περισσότεροι δέκτες από πηγές ( $M > L$ ), τότε ο πίνακας  $\mathbf{Z}^H \mathbf{Z}$  θα είναι σχεδόν πάντα θετικά ορισμένος, αλλά η ευρωστία (robustness) της λύσης η οποία προκύπτει από τη σχέση (3.12) θα εξαρτάται από τον αριθμό εξάρτησής του (Golub, 1996). Έτσι αν ο πίνακας  $\mathbf{Z}^H \mathbf{Z}$  είναι ασθενώς ορισμένος με μεγάλη εξάπλωση ιδιοτιμών, η αντιστροφή του είναι ιδιαίτερα ευαίσθητη σε μικρές αλλαγές των στοιχείων του και άρα οι βέλτιστες τιμές που προκύπτουν από τη σχέση (3.12) είναι περιορισμένης χρησιμότητας σε πρακτικές εφαρμογές όπου ο πίνακας ακουστικών εμπεδησεων  $\mathbf{Z}$  προκύπτει από μετρήσεις. Συνήθεις περιπτώσεις όπου συμβαίνει ο πίνακας  $\mathbf{Z}^H \mathbf{Z}$  να είναι ασθενώς ορισμένος είναι όταν δύο πηγές ή δύο δέκτες ελέγχου είναι τοποθετημένοι πολύ κοντά ο ένας στον άλλο, γεγονός που έχει ως αποτέλεσμα δύο στήλες ή δύο γραμμές του πίνακα  $\mathbf{Z}$  να είναι όμοιες μεταξύ τους. Επίσης, στην περίπτωση την οποία το σύστημα είναι υποορισμένο, δηλ. υπάρχουν περισσότερες πηγές από δέκτες ( $L > M$ ), ο πίνακας  $\mathbf{Z}^H \mathbf{Z}$  δε θα είναι θετικά ορισμένος και θα έχει τουλάχιστον  $L - M$  μηδενικές ιδιοτιμές. Έτσι η σχέση (3.12) δεν έχει λύση εφόσον ο πίνακας  $\mathbf{Z}^H \mathbf{Z}$  είναι ανώμαλος και συνεπώς μη αντιστρέψιμος.

Υποθέτοντας ένα υπερορισμένο σύστημα, δηλαδή ότι  $M > L$ , και ότι ο πίνακας των ακουστικών εμπεδησεων  $\mathbf{Z}$  είναι πλήρους βαθμού τότε από την ιδιάζουσα παραγοντοποίηση του πίνακα (Singular Value Decomposition – SVD) προκύπτει ότι

$$\mathbf{Z} = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^H, \quad (3.15)$$

όπου  $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_M]$  είναι ο  $M \times M$  ορθομοναδιαίος (unitary) πίνακας των αριστερών ιδιοδιανυσμάτων (singular vector) του  $\mathbf{Z}$ ,  $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_L]$  είναι ο  $L \times L$  ορθομοναδιαίος πίνακας των δεξιών ιδιοδιανυσμάτων του  $\mathbf{Z}$  και  $\mathbf{\Sigma}$  είναι ένας  $M \times L$  πίνακας που περιέχει τις ιδιοτιμές (singular values) του  $\mathbf{Z}$ . Υποθέτοντας ότι οι ιδιοτιμές είναι διατεταγμένες έτσι ώστε  $\sigma_1 > \sigma_2 > \dots > \sigma_L$  τότε η δομή του πίνακα  $\mathbf{\Sigma}$  είναι

$$\mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} \mathbf{S} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (3.16)$$

όπου  $\mathbf{S} = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_L)$ . Λαμβάνοντας υπόψιν ότι για τους πίνακες  $\mathbf{U}$  και  $\mathbf{V}$  ισχύει  $\mathbf{U}^H \mathbf{U} = \mathbf{U} \mathbf{U}^H = \mathbf{I}$  και  $\mathbf{V}^H \mathbf{V} = \mathbf{V} \mathbf{V}^H = \mathbf{I}$ , τότε, οι μιγαδικές εντάσεις των πηγών της εξίσωσης (3.12) μπορούν να υπολογιστούν ως

$$\mathbf{q}_0 = \mathbf{V} \mathbf{\Sigma}^+ \mathbf{U}^H \mathbf{p}_d, \quad (3.17)$$

όπου με  $\mathbf{\Sigma}^+$  συμβολίζεται ο ψευδο-αντίστροφος του πίνακα  $\mathbf{\Sigma}$  ο οποίος υπολογίζεται ως  $\mathbf{\Sigma}^+ = [\mathbf{S}^{-1} \quad \mathbf{0}]$ , όπου  $\mathbf{S}^{-1} = \text{diag}(1/\sigma_1, 1/\sigma_2, \dots, 1/\sigma_L)$  και  $\mathbf{0}$  είναι ένας  $L \times (M-L)$  μηδενικός πίνακας.

Με τη μέθοδο της ιδιάζουσας παραγοντοποίησης είναι δυνατόν να εκτιμηθεί ένα πολύ χρήσιμο μέγεθος, ο αριθμός εξάρτησης (condition number) του πίνακα  $\mathbf{Z}$ , ο οποίος μπορεί να μετρηθεί ως

$$\kappa(\mathbf{Z}) = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\min}} = \frac{\sigma_1}{\sigma_L}. \quad (3.18)$$

Ο αριθμός εξάρτησης είναι πολύ σημαντικός διότι εκφράζει την ευαισθησία της λύσης  $\mathbf{q}_0$  σε μικρά σφάλματα κατά τη μέτρηση της καταγραφόμενης πίεσης  $\mathbf{p}$ . Μπορεί να αποδειχθεί ότι αν το διάνυσμα  $\mathbf{p}$  μεταβληθεί κατά ένα ποσοστό  $\delta \mathbf{p}$  τότε η επίδραση  $\delta \mathbf{q}_0$  που έχει αυτή η μεταβολή στο διάνυσμα  $\mathbf{q}_0$  εκφράζεται μέσω της σχέσης (Nelson 2001)

$$\frac{\|\delta \mathbf{q}_0\|}{\|\mathbf{q}_0\|} \leq \kappa(\mathbf{Z}) \frac{\|\delta \mathbf{p}\|}{\|\mathbf{p}\|}. \quad (3.19)$$

Δηλαδή, μικρά σφάλματα στην εκτίμηση του  $\mathbf{p}$  ενισχύουν τα σφάλματα στον υπολογισμό του  $\mathbf{q}_0$  κατά ένα ποσοστό που είναι ανάλογο του αριθμού εξάρτησης του πίνακα  $\mathbf{Z}$ .

### 3.1.4 Τεχνικές εξομάλυνσης για ασθενώς ορισμένο σύστημα

Ακόμα και αν ένα σύστημα είναι ασθενώς ορισμένο, υπάρχουν διάφοροι τρόποι για αντιμετώπιση του προβλήματος κατά την αντιστροφή του και για την αύξηση της ευρωστίας του. Μια απλή τεχνική συνιστά την απαλοιφή των μικρότερων ιδιοτιμών του πίνακα  $\mathbf{Z}$  (singular value discarding). Αυτή η τεχνική καταλήγει στην αντικατάσταση του πίνακα  $\mathbf{\Sigma}^+$  της σχέσης (3.17) από τον πίνακα (Nelson 2001)

$$\mathbf{\Sigma}_D^+ = [\mathbf{S}_D^{-1} \quad \mathbf{0}], \quad (3.20a)$$

όπου  $\mathbf{S}_D^{-1} = \text{diag}(1/\sigma_1, 1/\sigma_2, \dots, 1/\sigma_D, 0, \dots, 0)$  και  $D \leq L$ . Δηλαδή οι όροι που αντιστοιχούν στις μικρότερες ιδιοτιμές του προβλήματος  $\sigma_{D+1}, \dots, \sigma_L$  απλά αγνοούνται κατά την αντιστροφή του συστήματος. Αντίστοιχα, για ένα υποορισμένο πρόβλημα ( $L > M$ ) το οποίο

έχει τουλάχιστον  $L-M$  μηδενικές ιδιοτιμές μια λύση μπορεί να προκύψει με την αντικατάσταση του πίνακα  $\Sigma^+$  της σχέσης (3.17) από τον πίνακα

$$\Sigma_D^+ = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_D^{-1} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (3.20\beta)$$

όπου  $\mathbf{S}_D^{-1} = \text{diag}(1/\sigma_1, 1/\sigma_2, \dots, 1/\sigma_D, 0, \dots, 0)$ ,  $D \leq M$  και  $\mathbf{0}$  είναι ένας μηδενικός  $(L-M) \times M$  πίνακας.

Κάνοντας χρήση των αριστερών και δεξιών ιδιοδιανυσμάτων του πίνακα  $\mathbf{Z}$ , η παραπάνω τεχνική για υπό-ορισμένο σύστημα μπορεί να εκφραστεί μέσω της σχέσης

$$\mathbf{q}_0 = \sum_{i=1}^L f_i \frac{\mathbf{u}_i^H \mathbf{p}_d}{\sigma_i} \mathbf{v}_i, \quad (3.21)$$

όπου

$$f_i = \begin{cases} 1 & \text{για } i \leq r \\ 0 & \text{για } i > r \end{cases}. \quad (3.22)$$

Αυτή η τεχνική αποδίδεται με τον όρο *Truncated Singular Value Decomposition* (TSVD) και λαμβάνει υπόψιν μόνο τις πρώτες  $r$  ιδιοτιμές του πίνακα  $\mathbf{Z}$  με  $r \leq M$  όπου  $M$  είναι ουσιαστικά ο αριθμός των δεκτών εντός του χώρου. Λόγω της σχέσης (3.22), αυτή η τεχνική εξομάλυνσης αντιστοιχεί σε φιλτράρισμα με μία μοναδιαία κλιμακωτή συνάρτηση με συντελεστές  $f_i$ .

Μια άλλη προσέγγιση για την αντιμετώπιση τους ασθενώς ορισμένου προβλήματος είναι η εξομάλυνση με στάθμιση συνεισφοράς (effort regularization). Η τεχνική αυτή βασίζεται στη τροποποίηση της συνάρτησης κόστους της σχέσης (3.12) ως (Tikhonov 1977)

$$J = (\mathbf{Z}\mathbf{q} - \mathbf{p}_d)^H (\mathbf{Z}\mathbf{q} - \mathbf{p}_d) + \beta \mathbf{q}^H \mathbf{q}, \quad (3.23)$$

όπου  $\beta$  είναι μια θετική σταθερά και ο όρος  $\beta \mathbf{q}^H \mathbf{q}$  εισαγόμενος στη συνάρτηση κόστους επιβάλλει την ελαχιστοποίηση της συνολικής συνεισφοράς των πηγών, μαζί με την ελαχιστοποίηση του σφάλματος αναπαραγωγής στους δέκτες ελέγχου. Οι βέλτιστες μιγαδικές εντάσεις των πηγών από τη σχέση (3.23) προκύπτουν ως (Asano 1995)

$$\mathbf{q}_0 = (\mathbf{Z}^H \mathbf{Z} + \beta \mathbf{I})^{-1} \mathbf{Z}^H \mathbf{p}_d. \quad (3.24)$$

Κάνοντας χρήση του SVD είναι δυνατόν να αποδειχθεί ότι το διάνυσμα  $\mathbf{q}_0$  είναι δυνατόν επίσης να ανακτηθεί από τη σχέση της μορφής (Nelson 1992)

$$\mathbf{q}_0 = \mathbf{V} \Sigma_M^+ \mathbf{U}^H \mathbf{p}_d, \quad (3.25)$$

όπου ο πίνακας  $\Sigma_M^+$  δίνεται από τη σχέση  $\Sigma_M^+ = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_M^{-1} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$  με (Elliott 1992),

$$\mathbf{S}_M^{-1} = \text{diag}(\sigma_1 / (\sigma_1^2 + \beta), \dots, \sigma_M / (\sigma_M^2 + \beta)). \quad (3.26)$$

Αυτό το αποτέλεσμα δείχνει ότι η εισαγωγή της παραμέτρου  $\beta$  αποκλείει την αντιστροφή πολύ μικρών ιδιοτιμών οι οποίες θα οδηγούσαν σε αδικαιολόγητα μεγάλες τιμές της λύσης  $\mathbf{q}_0$ . Ας σημειωθεί ότι η ίδια τεχνική είναι πολλές φορές χρήσιμη και για υπερορισμένο σύστημα. Λόγω της μορφής της σχέσης (3.26), η στάθμιση συνεισφοράς έχει ως αποτέλεσμα οι συντελεστές του φίλτρου εξομάλυνσης  $f_i$  να εξασθενούν πιο αργά με το ρυθμό εξασθένησης των μικρών ιδιοτιμών  $\sigma_i$  σε σχέση με την προηγούμενη τεχνική απαλοιφής των μικρών ιδιοτιμών των σχέσεων (3.21) και (3.22). Αντικαθιστώντας τη σχέση (3.25) στη σχέση (3.23) προκύπτει η έκφραση για τη συνάρτηση κόστους

$$J_o = \frac{1}{M} \mathbf{p}_d^H \mathbf{U} [\mathbf{I} - \mathbf{\Sigma}(\mathbf{\Sigma}^T \mathbf{\Sigma} + \beta \mathbf{I}) \mathbf{\Sigma}^T] \mathbf{U}^H \mathbf{p}_d, \quad (3.27)$$

όπου το αποτέλεσμα της πράξης  $[\mathbf{I} - \mathbf{\Sigma}(\mathbf{\Sigma}^T \mathbf{\Sigma} + \beta \mathbf{I}) \mathbf{\Sigma}^T]$  είναι ένας  $M \times M$  διαγώνιος πίνακας του οποίου τα πρώτα διαγώνια στοιχεία ισούνται με  $\frac{\beta}{\sigma_j^2 + \beta}$ ,  $0 \leq j \leq L$  και τα υπόλοιπα  $M - L$  είναι μοναδιαία. Μετασχηματίζοντας την επιθυμητή πίεση στις κυρίες συντεταγμένες ως  $\mathbf{s} = \mathbf{U}^H \mathbf{p}_d$ , η ελάχιστη τιμή της τροποποιημένης συνάρτησης κόστους μπορεί να εκφραστεί ως (Elliott 1992)

$$J_o = \frac{1}{M} \left[ \sum_{j=1}^L \frac{\beta}{\sigma_j^2 + \beta} |s_j|^2 + \sum_{j=L+1}^M |s_j|^2 \right]. \quad (3.28)$$

Κάνοντας την ίδια διεργασία σε σχέση με την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης κόστους χωρίς στάθμιση συνεισφοράς (βλ. σχέση 3.13) προκύπτει

$$J_o = \frac{1}{M} \sum_{j=L+1}^M |s_j|^2. \quad (3.29)$$

Συγκρίνοντας τις σχέσεις (3.28) και (3.29) φαίνεται ότι η αύξηση της τιμής της συνάρτησης κόστους με στάθμιση συνεισφοράς σε σχέση με τη συνάρτηση κόστους χωρίς στάθμιση συνεισφοράς εξαρτάται από τις ανώμαλες τιμές του πίνακα ακουστικών εμπεδήσεων  $\mathbf{Z}$ , το συντελεστή βάρους  $\beta$  και το πλάτος των αριστερών ανώμαλων διανυσμάτων του  $\mathbf{Z}$ . Από τη σχέση (3.29) εξάγεται επίσης το συμπέρασμα ότι σε καλά ορισμένα συστήματα (well conditioned), δηλαδή συστήματα τα οποία δεν έχουν πολύ μικρές ιδιοτιμές και γενικά ισχύει ότι  $\sigma_j \gg \beta$ ,  $1 \leq j \leq L$ , η αύξηση της ελάχιστης τιμής της συνάρτησης κόστους με στάθμιση συνεισφοράς σε σχέση με την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης κόστους χωρίς στάθμιση συνεισφοράς είναι αμελητέα.

Η εξομάλυνση ενός γραμμικού προβλήματος μπορεί να γραφεί στη γενική μορφή εξομάλυνσης κατά Tikhonov (general form)

$$J = \|\mathbf{Z}\mathbf{q} - \mathbf{p}_d\|^2 + \beta\|\mathbf{L}\mathbf{q}\|^2, \quad (3.30)$$

όπου  $\mathbf{L}$  είναι ένας τετραγωνικός πίνακας ο οποίος ζυγίζει περαιτέρω το μέγεθος της λύσης (Nelson 2001). Εδώ  $\beta$  είναι πάλι ένας θετικός αριθμός που ρυθμίζει την ισορροπία μεταξύ της συνθήκης που επιβάλλεται από την κύρωση  $\|\mathbf{L}\mathbf{q}\|^2$  και της ακρίβειας της αναπαραγωγής στα μικρόφωνα ελέγχου. Αν ο πίνακας  $\mathbf{L}^{-1}$  υπάρχει, τότε η εξίσωση (3.30) μπορεί να μετασχηματιστεί στην κανονική μορφή (standard form) της εξίσωσης (3.21) μέσω των μετασχηματισμών  $\tilde{\mathbf{Z}} = \mathbf{Z}\mathbf{L}^{-1}$  και  $\tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{L}\mathbf{q}$  (Hansen, 1998). Τέτοιες τεχνικές εξομάλυνσης προτείνονται και εξετάζονται στα κεφάλαια 5 και 6.

### 3.2 Αναπαραγωγή ηχητικών πεδίων στο πεδίο του χρόνου

Συνήθως, τα βέλτιστα αντίστροφα φίλτρα τα οποία υπολογίζονται στο πεδίο της συχνότητας αντιστοιχούν σε φίλτρα με μη αιτιατές κρουστικές αποκρίσεις στο πεδίο του χρόνου. Συνεπώς για τη διαδικασία της αναπαραγωγής στο πεδίο του χρόνου χρειάζεται να υιοθετηθεί ένα διαφορετικό κριτήριο το οποίο να λαμβάνει υπόψη τον περιορισμό της αιτιότητας και την διάρκεια των κρουστικών αποκρίσεων των φίλτρων αναπαραγωγής. Επιπλέον, οι ακουστικές κρουστικές αποκρίσεις κλειστών χώρων είναι συναρτήσεις μη ελάχιστης φάσης και επομένως η απευθείας αντίστροφη οδηγεί σε μη ευσταθές σύστημα για την περίπτωση ενός συστήματος μίας εισόδου και μίας εξόδου (single-input/single-output, SISO) (Neely 1979). Αυτό το πρόβλημα ωστόσο είναι δυνατόν να αντιμετωπισθεί για συστήματα με πολλαπλές εισόδους και εξόδους (multiple-input/multiple-output, MIMO) (Masato 1988). Ένα τέτοιο πολυκάναλο σύστημα αναπαραγωγής εξετάζεται στην επόμενη ενότητα.

#### 3.2.1 Διατύπωση του προβλήματος και αριθμητική λύση

Έστω ότι απαιτείται η αναπαραγωγή ευρυζωνικών ηχητικών πεδίων σε ένα κλειστό χώρο στον οποίο υπάρχουν  $L$  πηγές και  $M$  δέκτες, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.2. Ο σκοπός της αναπαραγωγής είναι ο σχεδιασμός  $L$  φίλτρων αναπαραγωγής έτσι ώστε τα καταγραφόμενα σήματα  $\hat{d}_m(n)$ ,  $m = 1, \dots, M$  στους  $M$  δέκτες ελέγχου να προσεγγίζουν τα επιθυμητά σήματα  $d_m(n)$ ,  $m = 1, \dots, M$ . Τα αντίστροφα φίλτρα είναι FIR φίλτρα  $I$  συντελεστών με κρουστικές αποκρίσεις  $a_l(n)$ ,  $l = 1, \dots, L$ , σκοπός των οποίων είναι η διόρθωση των παραμορφώσεων οι οποίες εισάγονται στο σήμα εισόδου  $x(n)$  κατά τη διάδοσή του από τις

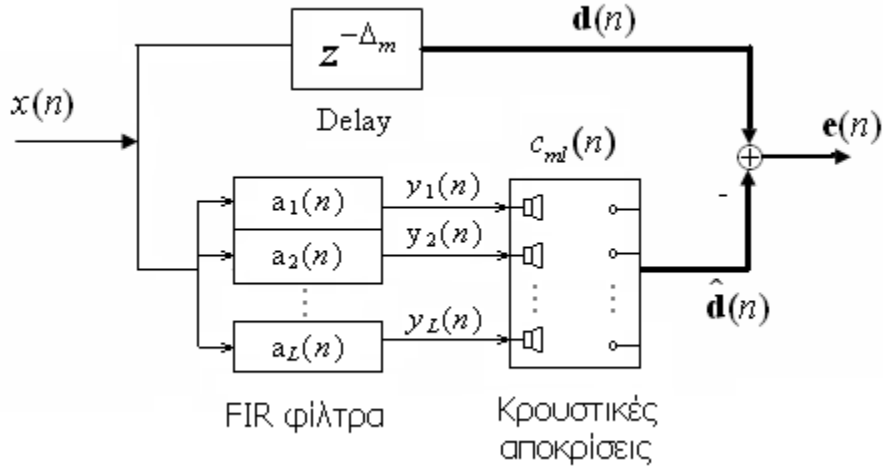


$L$  πηγές στους  $M$  δέκτες. Τα χαρακτηριστικά μετάδοσης του χώρου από την  $l$  πηγή στον  $m$  δέκτη περιγράφονται από το ψηφιακό FIR φίλτρο  $J$  συντελεστών με κρουστική απόκριση  $c_{ml}(n)$ ,  $m = 1, \dots, M$ ,  $l = 1, \dots, L$ , το οποίο και θεωρείται γνωστό.

Όπως και πριν η συνάρτηση κόστους ορίζεται ως το τετραγωνικό σφάλμα στους  $M$  δέκτες ως

$$J = E \left\{ \sum_{m=1}^M e_m^2(n) \right\} = E[\mathbf{e}(n)^T \mathbf{e}(n)] = E[(\mathbf{d}(n) - \hat{\mathbf{d}}(n))^T (\mathbf{d}(n) - \hat{\mathbf{d}}(n))], \quad (3.31)$$

όπου  $E$  είναι ο τελεστής προσδόκιμης τιμής (expectation operator) και  $\mathbf{d}(n)$ ,  $\hat{\mathbf{d}}(n)$  είναι τα διανύσματα με τις τιμές της επιθυμητής και της αναπαραγόμενης πίεσης στους  $M$  δέκτες κατά τη χρονική στιγμή  $n$ . Στο ίδιο σχήμα φαίνεται η πολύ σημαντική συνθήκη, ότι το επιθυμητό σήμα στον  $m$  δέκτη είναι καθυστερημένο, κατά  $\delta_m$  δείγματα, εκδοχή του σήματος εισόδου. Αυτή η τροποποίηση του σήματος εισόδου είναι απαραίτητη για δύο λόγους. Πρώτον για να αντισταθμίσει την αρχική καθυστέρηση που είναι αποτέλεσμα του χρόνου που χρειάζεται ο ήχος για να ταξιδέψει από τα ηχεία στα μικρόφωνα και δεύτερον, για να επιτρέψει στα FIR φίλτρα να συμπεριλάβουν στους συντελεστές τους το μη αιτιατό μέρος που είναι απαραίτητο κατά την ακριβή λύση του προβλήματος (Nelson 1995 και Mourjoroulos 1994). Αν τα χαρακτηριστικά της επιθυμητής απόκρισης αντιστοιχούν σε σφαιρικό ή κυλινδρικό κύμα, τότε, μαζί με την καθυστέρηση, για τη διαμόρφωση του επιθυμητού σήματος  $d_m(n)$  θα πρέπει να συμπεριληφθεί και κατάλληλη εξασθένιση (attenuation). Εφόσον η διαδικασία λαμβάνει χώρα μέσα σε κάποιο κλειστό χώρο, γίνεται φανερό ότι η ακουστική επίδραση του χώρου στο σήμα εισόδου πρέπει να ακυρωθεί. Να σημειωθεί όμως ότι πρέπει να δοθεί προσοχή στον αριθμό και την τοποθέτηση των δεκτών ελέγχου, όπως και στην επιλογή της καθυστέρησης για τον υπολογισμό των επιθυμητών σημάτων ώστε το αποτέλεσμα της αναπαραγωγής να ισχύει σε μία συνεχή περιοχή και όχι σε διακριτά σημεία.



**Σχήμα 3.2:** Μπλοκ αναπαράσταση για αναπαραγωγή ηχητικού πεδίου στο πεδίο του χρόνου.

Έστω ότι  $y_l(n)$  είναι το σήμα εισόδου στην  $l$  πηγή,  $c_{mj}$  είναι ο  $j$  συντελεστής του FIR φίλτρου το οποίο αναπαριστά την κρουστική απόκριση από την  $l$  πηγή στον  $m$  δέκτη και  $a_l(i)$  είναι ο  $i$  συντελεστής του φίλτρου το οποίο αντιστοιχεί στην  $l$  πηγή. Τότε ισχύει ότι

$$y_l(n) = \sum_{i=0}^{I-1} a_l(i)x(n-i), \quad (3.32)$$

και

$$\hat{d}_m(n) = \sum_{l=1}^L \sum_{j=0}^{J-1} c_{mj} y_l(n-j). \quad (3.33)$$

Έτσι το σήμα το οποίο καταγράφεται στον  $m$  δέκτη μπορεί να εκφραστεί ως

$$\hat{d}_m(n) = \sum_{l=1}^L \sum_{j=0}^{J-1} c_{mj} \sum_{i=0}^{I-1} a_l(i)x(n-j-i), \quad (3.34)$$

και συνεπώς το σήμα του σφάλματος  $e_m(n)$  μπορεί να εκφραστεί ως

$$e_m(n) = d_m(n) - \sum_{l=1}^L \sum_{i=0}^{I-1} a_l(i)r_{ml}(n-i), \quad (3.35)$$

όπου

$$r_{ml}(n) = \sum_{j=0}^{J-1} c_{mj} x(n-j). \quad (3.36)$$

Το σφάλμα στους  $M$  δέκτες μπορεί να εκφραστεί τώρα ως

$$\begin{bmatrix} e_1(n) \\ e_2(n) \\ \vdots \\ e_M(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1(n) \\ d_2(n) \\ \vdots \\ d_M(n) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} r_{11}(n) & \dots & r_{1L}(n) & \dots & r_{11}(n-I+1) & \dots & r_{1L}(n-I+1) \\ r_{21}(n) & \dots & r_{2L}(n) & \dots & r_{21}(n-I+1) & \dots & r_{2L}(n-I+1) \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ r_{M1}(n) & \dots & r_{ML}(n) & \dots & r_{M1}(n-I+1) & \dots & r_{ML}(n-I+1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_0 \\ \mathbf{a}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{a}_L \end{bmatrix}, \quad (3.37a)$$

όπου  $\mathbf{a}_i = [a_1(i) \dots a_L(i)]^T$  και άρα η σχέση (3.37a) μπορεί να γραφεί συνοπτικά ως

$$\mathbf{e}(n) = \mathbf{d}(n) - \mathbf{R}(n)\mathbf{a}, \quad (3.37\beta)$$

όπου  $\mathbf{e}(n) = [e_1(n) \dots e_M(n)]^T$ ,  $\mathbf{d}(n) = [d_1(n) \dots d_M(n)]$ ,  $\mathbf{a}^T = [\mathbf{a}_0^T \dots \mathbf{a}_{L-1}^T]$  και

$$\mathbf{R}(n) = \begin{bmatrix} r_{11}(n) & \dots & r_{1L}(n) & \dots & r_{11}(n-I+1) & \dots & r_{1L}(n-I+1) \\ r_{21}(n) & \dots & r_{2L}(n) & \dots & r_{21}(n-I+1) & \dots & r_{2L}(n-I+1) \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ r_{M1}(n) & \dots & r_{ML}(n) & \dots & r_{M1}(n-I+1) & \dots & r_{ML}(n-I+1) \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

είναι ο πίνακας του φιλτραρισμένου σήματος αναφοράς.

Αντικαθιστώντας τη σχέση (3.37β) στη σχέση (3.31) η συνάρτηση κόστους μπορεί να γραφεί αναλυτικά ως

$$J = \mathbf{a}^T E\{\mathbf{R}(n)^T \mathbf{R}(n)\} \mathbf{a} + \mathbf{a}^T E\{-\mathbf{R}(n)^T \mathbf{d}(n)\} + E\{-[\mathbf{R}(n)^T \mathbf{d}(n)]^T\} \mathbf{a} + E\{\mathbf{d}(n)^T \mathbf{d}(n)\}, \quad (3.39)$$

Άρα η συνάρτηση κόστους είναι μία τετραγωνική συνάρτηση της μεταβλητής  $\mathbf{a}$  και συνεπώς έχει μία μοναδική ελάχιστη τιμή υπό την προϋπόθεση ότι ο πίνακας  $E\{\mathbf{R}(n)^T \mathbf{R}(n)\}$  είναι θετικά ορισμένος. Άρα θέτοντας ίση με μηδέν την παράγωγο της συνάρτησης κόστους ως προς τη μεταβλητή  $\mathbf{a}$  προκύπτουν οι βέλτιστες τιμές των συντελεστών των αντιστροφών φίλτρων ως (Elliot 1989)

$$\mathbf{a}_o = (E\{\mathbf{R}(n)^T \mathbf{R}(n)\})^{-1} E\{\mathbf{R}(n)^T \mathbf{d}(n)\}, \quad (3.40)$$

Για αυτούς τους βέλτιστους συντελεστές η συνάρτηση κόστους αποκτά την ελάχιστη τιμή της ως (Elliot 1989)

$$J_0 = E\{\mathbf{d}(n)^T \mathbf{d}(n)\} - E\{\mathbf{d}(n)^T \mathbf{R}(n)\} (E\{\mathbf{R}(n)^T \mathbf{R}(n)\})^{-1} E\{\mathbf{R}(n)^T \mathbf{d}(n)\}, \quad (3.41)$$

Η ευρωστία της λύσης εξαρτάται από τον αριθμό εξάρτησης του πίνακα  $E\{\mathbf{R}(n)^T \mathbf{R}(n)\}$ . Έτσι αν ο πίνακας είναι ασθενώς ορισμένος με μεγάλη εξάπλωση ιδιοτιμών, η αντιστροφή του

θα είναι ιδιαίτερα ευαίσθητη σε μικρές αλλαγές των στοιχείων του, και άρα οι βέλτιστες τιμές που προκύπτουν από τη σχέση (3.40) θα είναι περιορισμένης χρησιμότητας σε πρακτικές εφαρμογές, όπου ο πίνακας  $\mathbf{R}(n)$  του φιλτραρισμένου σήματος αναφοράς προκύπτει από μετρήσεις. Εάν ο πίνακας δεν είναι θετικά ορισμένος τότε θα έχει κάποιες μηδενικές ιδιοτιμές, και συνεπώς η σχέση (3.40) δεν έχει λύση εφόσον ο πίνακας  $E\{\mathbf{R}(n)^T \mathbf{R}(n)\}$  είναι ανώμαλος και συνεπώς μη αντιστρέψιμος. Ανάλογα με την ανάλυση στο πεδίο της συχνότητας, μία περισσότερο εύρωστη λύση για τις βέλτιστες τιμές των συντελεστών των φίλτρων ισοστάθμισης προκύπτει εάν στη συνάρτηση κόστους εισαχθεί ένας όρος ανάλογος με το άθροισμα των τετραγώνων των συντελεστών  $\mathbf{a}$  των φίλτρων, έτσι ώστε

$$J = E\{\mathbf{e}(n)^T \mathbf{e}(n) + \beta \mathbf{a}(n)^T \mathbf{a}(n)\} \quad (3.42)$$

όπου  $\beta \in \Re, \beta \geq 0$  είναι ο συντελεστής βάρους μεταξύ του τετραγωνικού σφάλματος και του αθροίσματος των τετραγώνων των συντελεστών των φίλτρων ισοστάθμισης. Αντικαθιστώντας τη σχέση (3.38) στη σχέση (3.42) μετά από αλγεβρικές πράξεις προκύπτει ότι η συνάρτηση κόστους μπορεί να εκφραστεί ως

$$J = \mathbf{a}^T E\{\mathbf{R}(n)^T \mathbf{R}(n) + \beta \mathbf{I}\} \mathbf{a} + \mathbf{a}^T E\{-\mathbf{R}(n)^T \mathbf{d}(n)\} + E\{-[\mathbf{R}(n)^T \mathbf{d}(n)]^T\} \mathbf{a} + E\{\mathbf{d}(n)^T \mathbf{d}(n)\} \quad (3.43)$$

Φαίνεται λοιπόν ότι και αυτή η συνάρτηση κόστους είναι μία τετραγωνική συνάρτηση της μεταβλητής  $\mathbf{a}$  και συνεπώς έχει μία μοναδική ελάχιστη τιμή, υπό την προϋπόθεση ότι ο πίνακας  $E\{\mathbf{R}(n)^T \mathbf{R}(n) + \beta \mathbf{I}\}$  είναι θετικά ορισμένος. Έτσι, θέτοντας ίση με μηδέν την παράγωγο της συνάρτησης κόστους ως προς το διάνυσμα των συντελεστών των αντίστροφων φίλτρων προκύπτουν οι βέλτιστες τιμές των φίλτρων

$$\mathbf{a}_o = (E\{\mathbf{R}(n)^T \mathbf{R}(n) + \beta \mathbf{I}\})^{-1} E\{\mathbf{R}(n)^T \mathbf{d}(n)\} \quad (3.44)$$

και η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης κόστους προκύπτει ως

$$J_0 = E\{\mathbf{d}(n)^T \mathbf{d}(n)\} - E\{\mathbf{d}(n)^T \mathbf{R}(n)\} (E\{\mathbf{R}(n)^T \mathbf{R}(n) + \beta \mathbf{I}\})^{-1} E\{\mathbf{R}(n)^T \mathbf{d}(n)\} \quad (3.45)$$

Οι ιδιοτιμές του πίνακα  $E\{\mathbf{R}(n)^T \mathbf{R}(n) + \beta \mathbf{I}\}$  είναι  $\lambda'_m = \lambda_m + \beta$ , όπου  $\lambda_m$  είναι οι ιδιοτιμές του πίνακα  $E\{\mathbf{R}(n)^T \mathbf{R}(n)\}$ . Επειδή οι ιδιοτιμές  $\lambda_m$  του πίνακα  $E\{\mathbf{R}(n)^T \mathbf{R}(n)\}$  μπορεί να είναι είτε πραγματικές θετικές είτε μηδενικές κάθε μη μηδενική τιμή του συντελεστή  $\beta$  εξασφαλίζει ότι οι ιδιοτιμές  $\lambda'_m$  του πίνακα  $E\{\mathbf{R}(n)^T \mathbf{R}(n) + \beta \mathbf{I}\}$  είναι αυστηρά θετικές. Άρα για θετικές τιμές του συντελεστή  $\beta$  ο πίνακας  $E\{\mathbf{R}(n)^T \mathbf{R}(n) + \beta \mathbf{I}\}$  είναι ομαλός και συνεπώς η σχέση (3.44) είναι εξασφαλισμένο ότι έχει λύση σε κάθε περίπτωση.

Η συνάρτηση κόστους της σχέσης (3.42) μπορεί τέλος να γραφτεί για τη γενική περίπτωση εξομάλυνσης κατά Τικχοπον ως

$$J = E\{\mathbf{e}(n)^T \mathbf{e}(n) + \beta \mathbf{a}(n)^T \mathbf{W} \mathbf{a}(n)\}, \quad (3.46)$$

όπου  $\mathbf{W}$  είναι ένας συμμετρικός πίνακας, διάφορος του μοναδιαίου, που ζυγίζει περαιτέρω το διάνυσμα με τους συντελεστές των φίλτρων. Σε μια τέτοια περίπτωση, η δυνατότητα υπολογισμού της λύσης κρίνεται πάλι από την αντιστρεψιμότητα του πίνακα  $E\{\mathbf{R}(n)^T \mathbf{R}(n) + \beta \mathbf{W}\}$ , και στην περίπτωση που ο αντίστροφος του υπάρχει, οι βέλτιστοι συντελεστές των φίλτρων προκύπτουν μέσω της σχέσης

$$\mathbf{a}_o = (E\{\mathbf{R}(n)^T \mathbf{R}(n) + \beta \mathbf{W}\})^{-1} E\{\mathbf{R}(n)^T \mathbf{d}(n)\}. \quad (3.47)$$

### 3.2.2 Αναδρομική προσέγγιση της λύσης

Από τη σχέση (3.40) φαίνεται ότι για την εκτίμηση των συντελεστών των φίλτρων αναπαραγωγής τα στατιστικά χαρακτηριστικά του σήματος εισόδου και των επιθυμητών σημάτων πρέπει να είναι γνωστά εκ των προτέρων και να είναι δυνατό να υπολογιστεί ο αντίστροφος ενός  $L \times L$  πίνακα. Επειδή οι προηγούμενες απαιτήσεις σπάνια ικανοποιούνται στην πράξη, οι συντελεστές των φίλτρων ισοστάθμισης προσεγγίζουν τις βέλτιστες τιμές τους χρησιμοποιώντας έναν αναδρομικό αλγόριθμο (βλ. σχήμα 3.3).

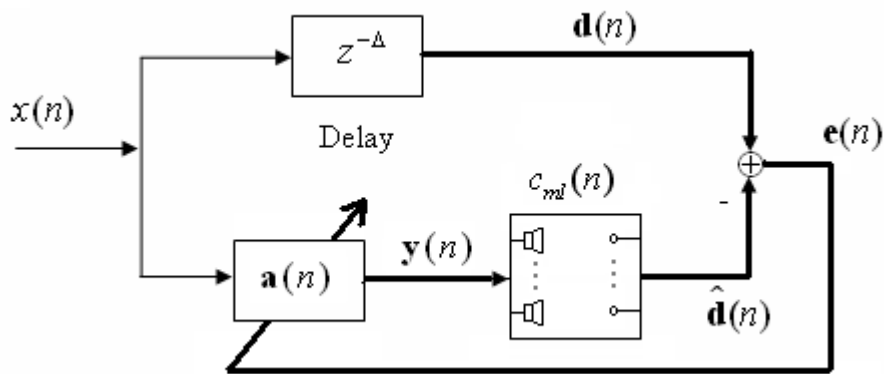
Όπως φαίνεται από τη σχέση (3.43) η συνάρτηση κόστους είναι μία τετραγωνική συνάρτηση ως προς τους συντελεστές  $\mathbf{a}$  των φίλτρων. Άρα οι βέλτιστες τιμές των συντελεστών οι οποίες ελαχιστοποιούν τη συνάρτηση κόστους μπορούν να προσεγγιστούν αναδρομικά με χρήση μεθόδων καθόδου βαθμίδας (gradient descent). Σύμφωνα με τη μέθοδο απότομης καθόδου (steepest descent) σε κάθε αναδρομή υπολογίζεται η βαθμίδα (gradient) της συνάρτησης κόστους και οι νέοι συντελεστές των φίλτρων προσαρμόζονται σε κατεύθυνση αντίθετη με το διάνυσμα βαθμίδας (gradient vector). Ο πλέον διαδεδομένος αναδρομικός αλγόριθμος για την περίπτωση είναι ο αλγόριθμος ελάχιστου μέσου τετραγώνου πολλαπλού σφάλματος (LMS) σύμφωνα με τον οποίον οι μιγαδικές εντάσεις των πηγών προσαρμόζονται σε κάθε βήμα  $n$  του διακριτού χρόνου κατά τον ακόλουθο τρόπο (Sarris 2005)

$$\mathbf{a}(n+1) = \mathbf{a}(n) + \alpha \hat{\mathbf{R}}^T(n) \mathbf{e}(n), \quad (3.48)$$

όπου

$$\mathbf{e}(n) = \mathbf{d}(n) - \mathbf{R}(n) \mathbf{a}(n) \quad (3.49)$$

και  $\alpha$  είναι ο συντελεστής σύγκλισης (convergence coefficient) ο οποίος καθορίζει την ταχύτητα σύγκλισης της μεθόδου. Ο πίνακας  $\hat{\mathbf{R}}(n)$  ο οποίος χρησιμοποιείται για την προσαρμογή των συντελεστών των φίλτρων υπολογίζεται με χρήση των FIR φίλτρων ταυτοποίησης τα οποία αναπαριστούν τις κρουστικές αποκρίσεις από τις πηγές στους δέκτες. Αν τα φίλτρα αναπαριστούν επακριβώς τις πραγματικές αποκρίσεις τότε στη σχέση (3.48) είναι  $\hat{\mathbf{R}}(n) = \mathbf{R}(n)$ . Αλλά κάτι τέτοιο δύσκολα ισχύει στην πράξη αφού σφάλματα μοντελοποίησης (plant error) και μικρές αλλαγές στις συνθήκες του περιβάλλοντος έχουν ως αποτέλεσμα τα φίλτρα ταυτοποίησης μόνο να προσεγγίζουν τις κρουστικές αποκρίσεις από τις πηγές στους δέκτες. Η δυνατότητα ενός αναδρομικού αλγόριθμου να μπορεί να συγκλίνει ακόμα και στην περίπτωση σφαλμάτων μοντελοποίησης χαρακτηρίζει την ευρωστία του συστήματος, η οποία σχετίζεται άμεσα με τον αριθμό εξάρτησης του πίνακα ακουστικών εμπεδησεων όπως αναφέρθηκε στην ενότητα 3.1.3.



**Σχήμα 3.3:** Μπλοκ αναπαράσταση του αναδρομικού αλγόριθμου για την αναπαραγωγή ηχητικού πεδίου στο πεδίο του χρόνου.

Στη περίπτωση που στη συνάρτηση κόστους εμπεριέχεται κάποια συνθήκη που παραπέμπει στη γενική μορφή εξομάλυνσης κατά Tikhonov (βλ. σχέση (3.30)), είναι πάλι επιθυμητό οι τιμές των συντελεστών των φίλτρων ισοστάθμισης να προσεγγίσουν τις βέλτιστες τιμές τους, με χρήση ενός αναδρομικού αλγόριθμου. Η παράγωγος της συνάρτησης κόστους της σχέσης (3.46) ως προς τους συντελεστές των φίλτρων  $\mathbf{a}$ , θεωρώντας ότι ο πίνακας  $\mathbf{W}$  είναι συμμετρικός μπορεί να γραφεί ως (Nelson 1996)

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{a}} = 2[-\hat{\mathbf{R}}^T(n)\mathbf{e}(n) + \beta\mathbf{W}\mathbf{a}(n)], \quad (3.50)$$

και η αναδρομική εξίσωση προκύπτει τελικά ως

$$\mathbf{a}(n+1) = (\mathbf{I} - \alpha\beta\mathbf{W})\mathbf{a}(n) + \alpha\hat{\mathbf{R}}^T(n)\mathbf{e}(n), \quad (3.51)$$

όπου το τα  $\mathbf{e}(n)$  είναι ίδιο με αυτό της σχέσης (3.49).

Συνοπτικά, τα βήματα του αναδρομικού αλγόριθμου είναι τα ακόλουθα. Ο αλγόριθμος ξεκινάει με μία αρχική εκτίμηση,  $\mathbf{a}(0)$ , του διανύσματος των συντελεστών των φίλτρων ισοστάθμισης και στη συνέχεια επαναλαμβάνονται τα ακόλουθα βήματα μέχρι τη σύγκλιση των συντελεστών:

- Υπολογισμός του πίνακα  $\hat{\mathbf{R}}(n)$  του φιλτραρισμένου σήματος αναφοράς.
- Υπολογισμός του σφάλματος ως  $\mathbf{e}(n)=\mathbf{d}(n)-\mathbf{R}(n)\mathbf{a}(n)$ .
- Υπολογισμός του επόμενου διανύσματος συντελεστών σύμφωνα με τη σχέση (3.48), ή με την (3.51).

Προφανώς, σε πραγματικές συνθήκες η πληροφορία του σφάλματος  $\mathbf{e}(n)$  παρέχεται από τη μέτρηση της ηχητικής πίεσης στους δέκτες που είναι τοποθετημένοι στην περιοχή ακρόασης. Αυτό σημαίνει ότι σε μία πραγματική εφαρμογή του αναδρομικού αλγόριθμου τα μικρόφωνα πρέπει να είναι παρόν καθόλη τη διαδικασία της ηχητικής αναπαραγωγής. Αυτό καθιστά εμφανές ότι ένας μεγάλος αριθμός μικροφώνων δυσκολεύει σημαντικά τη διαδικασία για δύο κυρίους λόγους. Πρώτον, η αύξηση του αριθμού των μικροφώνων συνεπάγεται και ανάλογη αύξηση του υπολογιστικών απαιτήσεων, κάτι που είναι ιδιαίτερα περιοριστικό κατά τη λειτουργία σε πραγματικό χρόνο. Επιπλέον, τα μικρόφωνα μέσα στο χώρο περιορίζουν σημαντικά την παρουσία και την κίνηση των ακροατών. Αν λοιπόν η αναπαραγωγή του ηχητικού πεδίου είναι επιθυμητή σε μεγάλη περιοχή ακρόασης, καθίσταται φανερή η ανάγκη για έρευνα σχετικά με τη δυνατότητα μείωσης των απαιτούμενων δεκτών ελέγχου στο χώρο.

### 3.3 Χωρική ευρωστία του συστήματος αναπαραγωγής

Ο όρος ευρωστία που χρησιμοποιήθηκε στην ενότητα 3.1 αναφέρεται στην αλγεβρική ευρωστία του συστήματος που συνήθως αποτιμάται με τον αριθμό εξάρτησης του πίνακα ακουστικών εμποδίων. Σε αυτήν την ενότητα ορίζεται η χωρική ευρωστία (spatial robustness), η οποία σχετίζεται με μια άλλη σημαντική ιδιότητα του συστήματος αναπαραγωγής. Αυξημένη χωρική ευρωστία σε ένα σύστημα αναπαραγωγής ηχητικού πεδίου εν ολίγης σημαίνει δυνατότητα ελέγχου μεγάλης χωρικής περιοχής, ενώ δεν είναι παράλογη η απαίτηση, αυτή η περιοχή να εκτείνεται πέρα από την περιοχή ελέγχου. Η ικανοποίηση μιας τέτοιας απαίτησης θα χαλάρωνε την ανάγκη για ταυτοποίηση του συστήματος σε μεγάλη περιοχή του χώρου, ενώ ιδανικά θα επέτρεπε τη χρήση μιας μικρής περιοχής και ένα μικρό αριθμό από δέκτες ελέγχου.

Για την αξιολόγηση της χωρικής ευρωστίας ενός ενεργού συστήματος ηχητικής αναπαραγωγής είναι λοιπόν απαραίτητος ο διαχωρισμός της περιοχής ακρόασης από την περιοχή ελέγχου. Με τον όρο περιοχή ελέγχου από εδώ και στο εξής εννοείται η περιοχή η οποία καταλαμβάνεται από τους δέκτες ελέγχου, για τους οποίους οι συναρτήσεις μεταφοράς από τις ηχητικές πηγές θεωρούνται γνωστές και δουλειά των οποίων είναι η επίβλεψη της αναπαραγόμενης πίεσης για τη βελτιστοποίηση του αποτελέσματος της ηχητικής αναπαραγωγής. Ως περιοχή ακρόασης από την άλλη εννοείται όλη η συνεχής περιοχή του χώρου στην οποία πρέπει να είναι ικανοποιητική η αναπαραγωγή και η οποία θεωρείται πάντα ίση ή μεγαλύτερη από την περιοχή ελέγχου.

Η ηχητική πίεση στην περιοχή ακρόασης παρατηρείται από  $M$  δέκτες καταμέτρησης (monitor sensors) οι οποίοι είναι κατάλληλα τοποθετημένοι σε ισάριθμα σημεία στην περιοχή ακρόασης με διανύσματα θέσης  $\{\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_M\}$ . Η πίεση στους δέκτες καταμέτρησης μπορεί να γραφεί

$$\mathbf{p} = \mathbf{Z}^{(m)} \mathbf{q}, \quad (3.52)$$

όπου  $\mathbf{p}$  είναι το  $M \times 1$  διάνυσμα της μιγαδικής ηχητικής πίεσης στους δέκτες καταμέτρησης,  $\mathbf{q}$  είναι το  $L \times 1$  διάνυσμα με τις μιγαδικές εντάσεις των πηγών και  $\mathbf{Z}^{(m)}$  είναι ένας  $M \times L$  πίνακας με  $Z_{ml}^{(m)}$  να συμβολίζει τη συνάρτηση μεταφοράς από την  $l$  πηγή στο  $m$  δέκτη καταμέτρησης στη θέση  $\mathbf{r}_m$ . Οι δέκτες αυτοί πληροφορούνε για την ποιότητα της αναπαραγωγής στην περιοχή ακρόασης αλλά δε συμμετέχουν στη διαδικασία βελτιστοποίησης των μιγαδικών εντάσεων και των αντίστροφων φίλτρων γενικά. Συνεπώς, οι συναρτήσεις μεταφοράς από τις ηχητικές πηγές στους δέκτες καταμέτρησης δεν θεωρούνται γνωστές από το σύστημα αναπαραγωγής, εκτός αν συμπίπτουν με τους δέκτες ελέγχου. Το σφάλμα αναπαραγωγής στους δέκτες καταμέτρησης υπολογίζεται μέσω της σχέσης

$$\mathbf{e}^{(m)} = \mathbf{p}_d^{(m)} - \mathbf{Z}^{(m)} \mathbf{q}, \quad (3.53)$$

όπου  $\mathbf{p}_d^{(m)}$  είναι τώρα το  $M \times 1$  διάνυσμα με τις επιθυμητές μιγαδικές πιέσεις στους δέκτες καταμέτρησης. Μπορεί να οριστεί τώρα το *συνολικό τετραγωνικό σφάλμα αναπαραγωγής* (global reproduction error) ως

$$E_{LS,m} = \left( \frac{(\mathbf{p}_d^{(m)} - \mathbf{Z}^{(m)} \mathbf{q})^H (\mathbf{p}_d^{(m)} - \mathbf{Z}^{(m)} \mathbf{q})}{\mathbf{p}_d^{(m)H} \mathbf{p}_d^{(m)}} \right)^{1/2}. \quad (3.54)$$



Έστω τώρα  $N$  ο αριθμός των δεκτών ελέγχου, τοποθετημένοι στο  $\{\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N\}$ . Το σύστημα επομένως ενημερώνεται συνεχώς για την επίδοση της αναπαραγωγής στην περιοχή ελέγχου από τη διαφορά μεταξύ της επιθυμητής και της αναπαραγόμενης πίεσης

$$\mathbf{e} = \mathbf{p}_d - \mathbf{Z}\mathbf{q}, \quad (3.55)$$

όπου  $\mathbf{p}_d$  είναι το διάνυσμα με τις  $N \times 1$  επιθυμητές μιγαδικές πιέσεις και  $\mathbf{Z}$  είναι ο πίνακας με τις συναρτήσεις μεταφοράς από τις  $L$  πηγές στους  $N$  δέκτες ελέγχου. Κατ' αναλογία με τη σχέση (3.54) και σε συμφωνία με τη σχέση (3.14), ορίζεται το *τετραγωνικό σφάλμα αναπαραγωγής στους δέκτες ελέγχου* (reproduction error at the control sensors) ως

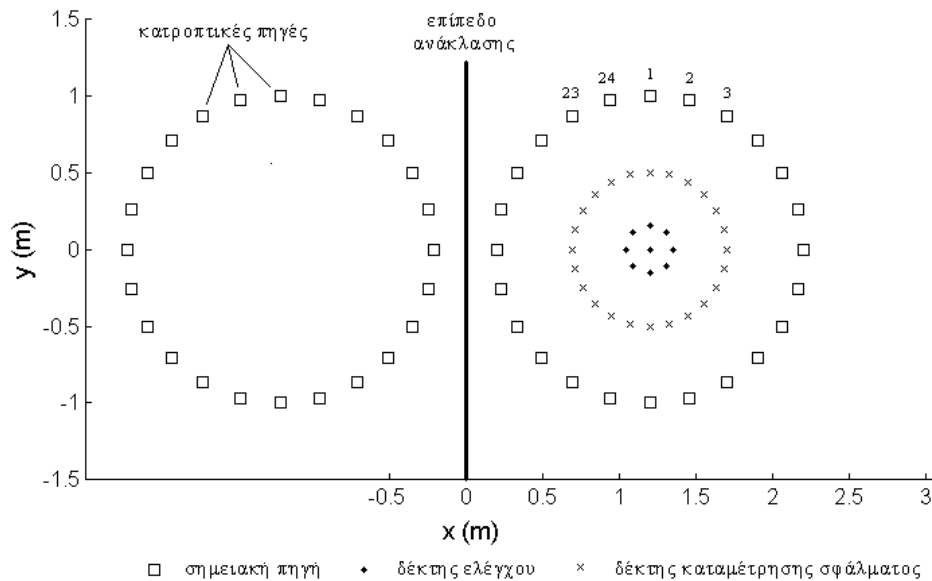
$$E_{LS,c} = \left( \frac{(\mathbf{p}_d - \mathbf{Z}\mathbf{q})^H (\mathbf{p}_d - \mathbf{Z}\mathbf{q})}{\mathbf{p}_d^H \mathbf{p}_d} \right)^{1/2}. \quad (3.56)$$

### 3.4 Σύγκριση μεταξύ ενεργού ελέγχου και WFS

Θεωρητικά ο ενεργός έλεγχος παρέχει τη δυνατότητα στο σύστημα αναπαραγωγής να προσαρμόζεται σε οποιοσδήποτε συνθήκες, επιτυγχάνοντας το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα σε μια ελεγχόμενη περιοχή που καλύπτεται από κατάλληλα τοποθετημένους δέκτες ελέγχου. Η ανάλυση που ακολουθεί στην παρούσα ενότητα έχει ως σκοπό να εξετάσει την επίδοση ενός τέτοιου συστήματος σε μια πρακτική διάταξη η οποία χρησιμοποιεί ένα μικρό μόνο αριθμό από δέκτες ελέγχου. Παράλληλα, για την ίδια διάταξη έχει ενδιαφέρον να εξετασθεί και η επίδοση μιας τεχνικής ανοιχτού βρόχου που παρουσιάστηκε πριν, της WFS.

Αποτελέσματα προσομοίωσης παρουσιάζονται για μία συστοιχία 24 ακουστικών μονόπολων τοποθετημένα σε ένα κύκλο με ακτίνα  $R=1$  m και κέντρο το  $(1.2, 0, 0)$  m όπως φαίνεται στο σχήμα 3.4. Τα μονόπολα είναι αριθμημένα σύμφωνα με τη φορά των δεικτών του ρολογιού και όλα βρίσκονται στο επίπεδο  $z=0$ . Αυτή η κυκλική διάταξη έχει το πλεονέκτημα ότι μπορεί να αναπαραγάγει εικονικές πηγές από όλες τις δυνατές κατευθύνσεις στο οριζόντιο επίπεδο, εφόσον η περιοχή ακρόασης θεωρείται εντός του κύκλου της συστοιχίας και πάνω στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με τη συστοιχία των ηχείων. Ο ορισμός του επιθυμητού ηχητικού πεδίου εδώ γίνεται εφικτός με τη θεώρηση μιας εικονικής σημειακής πηγής σε κάποιο σημείο στο χώρο υπό την προϋπόθεση ότι και αυτή βρίσκεται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο  $z=0$ . Για τη μελέτη της αναπαραγωγής με την τεχνική του ενεργού ελέγχου, εννέα δέκτες ελέγχου (control sensors), οι οποίοι απεικονίζονται με τις μαύρες τελείες στο σχήμα 3.4, τοποθετούνται γύρω από το κέντρο της συστοιχίας. Η

ακτίνα της συστοιχίας των δεκτών ελέγχου είναι ίση με 0.15 m. Ένα επίπεδο ανάκλασης θεωρείται στο  $x=0$ . Το επίπεδο αυτό εισάγεται στο πρόβλημα ώστε να διερευνηθούν οι επιπτώσεις ενός ανακλαστικού περιβάλλοντος στην απόδοση του συστήματος αναπαραγωγής. Η επίδοση του συστήματος εξετάζεται με το κριτήριο του τετραγωνικού σφάλματος αναπαραγωγής πάνω σε μια κυκλική συστοιχία 24 δεκτών καταμέτρησης με ακτίνα  $R_m=0.5$  m σύμφωνα με την εξίσωση (3.54).



**Σχήμα 3.4:** Διάταξη του συστήματος αναπαραγωγής για την αναπαραγωγή ηχητικού πεδίου εντός του κύκλου της συστοιχίας των ηχητικών πηγών. Ένα επίπεδο ανάκλασης θεωρείται στο  $x=0$ , δημιουργώντας κατροπτικές πηγές σύμφωνα με το σχήμα.

Η συνάρτηση οδήγησης για την προσέγγιση WFS υπολογίζεται σύμφωνα με τη θεωρία για καμπύλη συστοιχία μεγαφώνων (ενότητα 2.4.3) ως

$$\mathbf{q}_{WFS}(\mathbf{r}, \omega) = S(\omega) \sqrt{\frac{jk}{2\pi}} \sqrt{\frac{\Delta r}{\Delta r + r}} \cos \varphi \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}} \Delta l, \quad (3.57)$$

όπου εδώ η γραμμή αναφοράς ορίζεται ως η ευθεία γραμμή κάθετη στην ευθεία που ενώνει την εικονική πηγή με το κέντρο της συστοιχίας και  $\Delta l$  είναι η απόσταση μεταξύ των γειτονικών πηγών που στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι ίση με 0.2611 m. Οι μιγαδικές εντάσεις των πηγών για την περίπτωση του ενεργού ελέγχου προκύπτουν από την αντιστροφή του υπό-ορισμένου συστήματος με στάθμιση συνεισφοράς ως

$$\mathbf{q}_{act} = (\mathbf{Z}^H \mathbf{Z} + \beta \mathbf{I}) \mathbf{Z}^H \mathbf{p}_c^{(d)}, \quad (3.58)$$

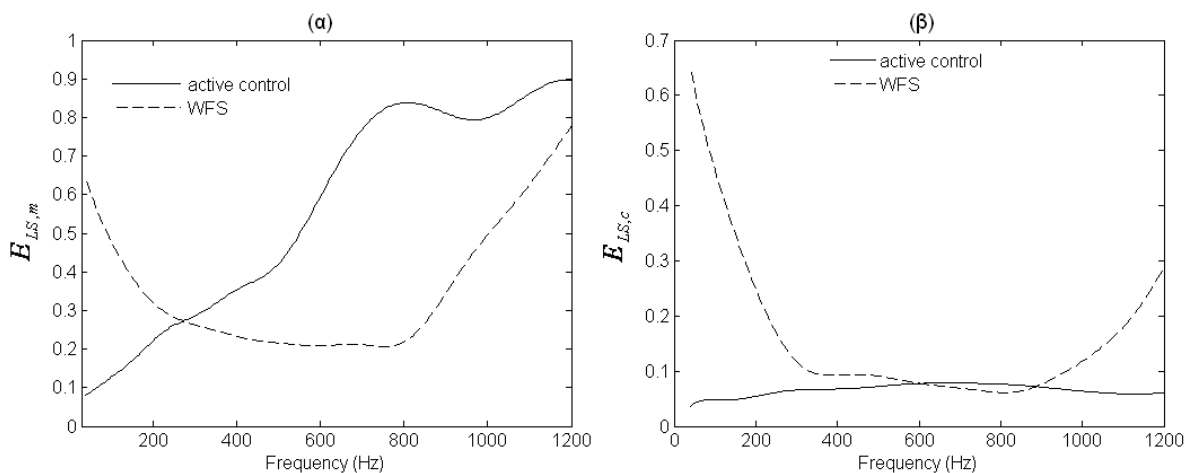
όπου  $\mathbf{Z}$  είναι ένας  $9 \times 24$  πίνακας με τις συναρτήσεις μεταφοράς από κάθε πηγή σε κάθε δέκτη ελέγχου. Τόσο το αποτέλεσμα της αναπαραγωγής όσο και η θέση των εικονικών πηγών που εξετάζονται εδώ θεωρούνται πάνω στο ίδιο δισδιάστατο επίπεδο  $z=0$ .

### 3.4.1 Αναπαραγωγή σε ανηχοϊκές συνθήκες

Το προς σύνθεση ακουστικό πεδίο ορίζεται εδώ σύμφωνα με τη θέση  $\mathbf{r}_0$  μιας εικονικής σημειακής πηγής ως

$$p^{(d)}(\mathbf{r}) = A(\omega) \frac{e^{-jk\|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}\|}}{\|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}\|}, \quad (3.59)$$

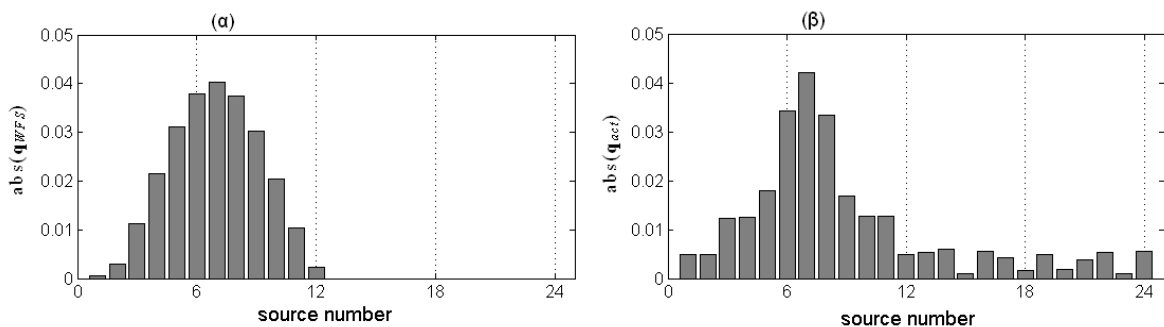
όπου με  $A(\omega)$  συμβολίζεται η ένταση της εικονικής πηγής. Μια τέτοια εικονική πηγή σταθερής έντασης ίσης με 1 για όλες τις συχνότητες θεωρήθηκε στο  $(9, 0, 0)$  m. Αγνοώντας το επίπεδο ανάκλασης, το τετραγωνικό σφάλμα αναπαραγωγής υπολογίστηκε για κάθε τεχνική πάνω στους δέκτες καταμέτρησης και στους δέκτες ελέγχου και τα αποτελέσματα απεικονίζονται στα σχήματα 3.5(α) και (β) αντίστοιχα. Ο συντελεστής στάθμισης για τη στάθμιση συνεισφοράς τέθηκε ίσος με  $\beta=10^{-4}$ . Από το σχήμα 3.5(β) φαίνεται ότι, όπως ήταν αναμενόμενο, ο ενεργός έλεγχος αναπαραγάγει με πολύ μεγάλη ακρίβεια την επιθυμητή πίεση στους δέκτες ελέγχου. Το σφάλμα αναπαραγωγής είναι μικρότερο του 0.1 για όλες τις συχνότητες και η επίδοση του είναι καλύτερη της WFS, η οποία φανερώνει αδυναμία σύνθεσης του επιθυμητού πεδίου στα δύο άκρα του φάσματος συχνοτήτων. Στις χαμηλές συχνότητες η αδυναμία της WFS είναι αποτέλεσμα της μικρής απόστασης της ευθείας αναφοράς από τη συστοιχία των ηχείων ( $\Delta r$ ) σε σχέση με το μήκος κύματος, ενώ στις υψηλές συχνότητες, όπου το μήκος κύματος γίνεται συγκρίσιμο με την απόσταση των πηγών, αυτό οφείλεται στα χωρικά φαινόμενα άλλαξης. Από το διάγραμμα (α) φαίνεται ωστόσο ότι στην ευρύτερη περιοχή των δεκτών καταμέτρησης ο ενεργός έλεγχος παρουσιάζει ένα συνεχώς αυξανόμενο με τη συχνότητα σφάλμα αναπαραγωγής, αντίθετα από την ολογραφική μέθοδο που εξασφαλίζει μια πιο καλή και σταθερή σε σχέση με τη συχνότητα επίδοση.



**Σχήμα 3.5:** Το σφάλμα αναπαραγωγής συναρτήσει της συχνότητας αγνοώντας το επίπεδο ανάκλασης. **α.** στους δέκτες καταμέτρησης και **β.** στους δέκτες ελέγχου.

Η μεγάλη διαφορά στην απόδοση του συστήματος αναπαραγωγής μεταξύ της περιοχής των δεκτών ελέγχου και των δεκτών καταμέτρησης για τον ενεργό έλεγχο φανερώνουν ότι ο ενεργός έλεγχος αδιαφορεί για το αποτέλεσμα της αναπαραγωγής μακριά από τις θέσεις ελέγχου. Αυτή η παρατήρηση είναι κοινή και για άλλες εφαρμογές, όπως για παράδειγμα στην ισοστάθμιση κλειστών χώρων, όπου φαίνεται ότι το εύρος της περιοχής ισοστάθμισης είναι αντιστρόφως ανάλογο της συχνότητας ισοστάθμισης (Santillan 1997, Sarris 2005). Για το συγκεκριμένο παράδειγμα που μελετάται, φαίνεται ότι ενώ ο αριθμός και η θέση των πηγών παρέχει τη δυνατότητα για ένα ικανοποιητικό αποτέλεσμα αναπαραγωγής τόσο στους δέκτες ελέγχου όσο και στην ευρύτερη περιοχή των δεκτών καταμέτρησης (όπως αποδεικνύεται για παράδειγμα από την WFS τεχνική), αυτή η δυνατότητα δεν αξιοποιείται από τον ενεργό έλεγχο.

Μια χαρακτηριστική διαφορά μεταξύ των δύο μεθόδων έχει να κάνει με τον τρόπο που κάθε μέθοδος δεσμεύει τις πηγές αναπαραγωγής για τη σύνθεση του πεδίου. Συγκεκριμένα, ο ενεργός έλεγχος ενεργοποιεί και τις 24 πηγές, σε αντίθεση με την τεχνική WFS που εξορισμού ενεργοποιεί μόνο τις μισές από τις διαθέσιμες πηγές. Αν θεωρηθεί ότι η γραμμή αναφοράς χωρίζει το επίπεδο  $z=0$  σε δύο ημιεπίπεδα, τότε μόνο οι πηγές που βρίσκονται στο ίδιο ημιεπίπεδο με την εικονική πηγή είναι ενεργοποιημένες σύμφωνα με την τεχνική της WFS. Αυτό φαίνεται και στο σχήμα 3.6 όπου η απόλυτη τιμή της μιγαδικής έντασης κάθε ηχητικής πηγής απεικονίζεται στα 435 Hz για την ίδια εικονική πηγή. Επειδή η εικονική πηγή βρίσκεται στη θέση  $(9, 0, 0)$  m, μόνο οι πηγές 1 έως 12 συμμετέχουν στην αναπαραγωγή του πεδίου.

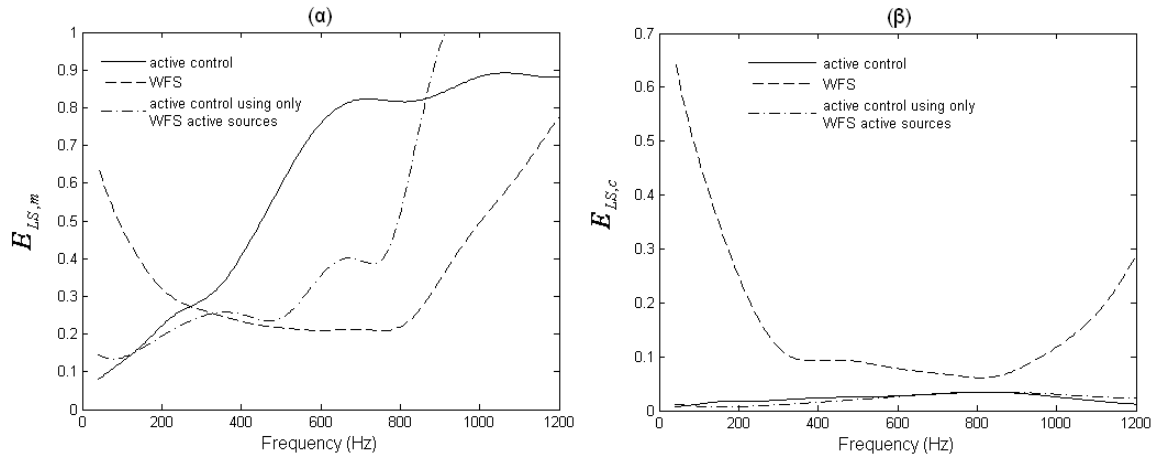


**Σχήμα 3.6:** Απόλυτη τιμή της μιγαδικής έντασης κάθε πηγής στα 435 Hz **α.** για την τεχνική WFS και **β.** για τον ενεργό έλεγχο ( $\beta=10^{-4}$ ). Η θέση της εικονικής πηγής είναι στο (9,0,0) m.

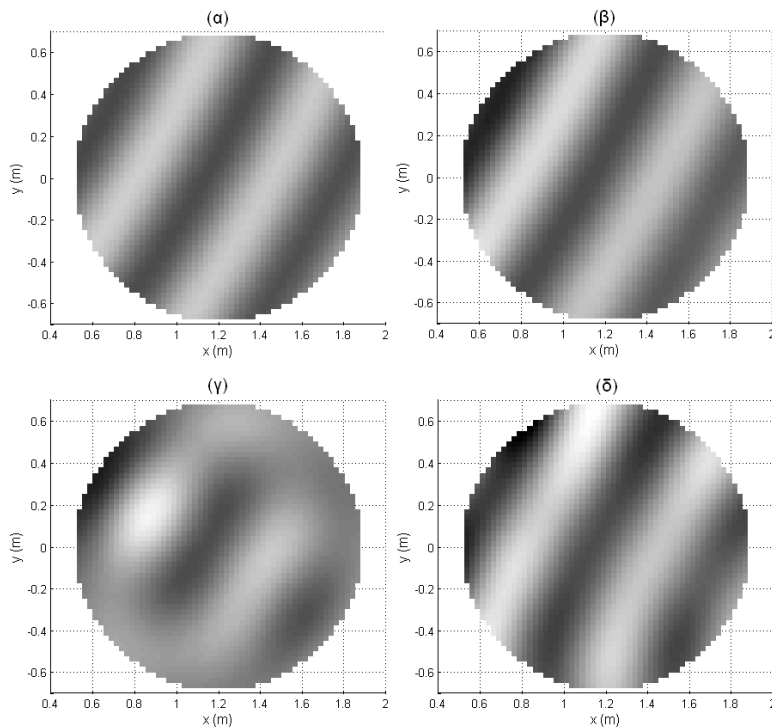
Μια ενδιαφέρουσα παρατήρηση που παρουσιάζεται παρακάτω έχει να κάνει με το ότι το σφάλμα αναπαραγωγής στους δέκτες καταμέτρησης για τον ενεργό έλεγχο μπορεί να μειωθεί δραστικά αν επιλεγθεί μόνο ένα μέρος από τις διαθέσιμες πηγές αναπαραγωγής. Μια λογική προσέγγιση θα ήταν να επιλεγθούν μόνο οι πηγές που είναι ενεργοποιημένες κατά την WFS τεχνική, δηλαδή οι πηγές που βρίσκονται πίσω σε σχέση με την κατεύθυνση διάδοσης του κύματος. Τα αποτελέσματα αυτής της προσέγγισης παρουσιάζονται στο σχήμα 3.7 για μια εικονική πηγή στο (-6, 4, 0) m. Το σφάλμα αναπαραγωγής απεικονίζεται στους δέκτες καταμέτρησης και στους δέκτες ελέγχου όταν χρησιμοποιούνται όλες οι πηγές για τον ενεργό έλεγχο, όταν χρησιμοποιούνται μόνο οι 12 από τις 24 πηγές (αυτές δηλαδή που έχουν μιγαδική ένταση διάφορη του μηδενός σύμφωνα με WFS) καθώς και το σφάλμα αναπαραγωγής για την καθαρά ολογραφική προσέγγιση (WFS). Οι τιμές της παραμέτρου  $\beta$  της εξίσωσης (3.55) ελήφθησαν ίσες με  $10^{-4}$  για τον ενεργό έλεγχο και  $10^{-5}$  για τον ενεργό έλεγχο με 12 πηγές. Από το σχήμα 3.7 είναι φανερό ότι ενώ το σφάλμα αναπαραγωγής στους δέκτες ελέγχου έμεινε ουσιαστικά αμετάβλητο σε σχέση με όταν και οι 24 πηγές ήταν ενεργοποιημένες, η προτεινόμενη τεχνική βελτίωσε σημαντικά την απόδοση του ενεργού ελέγχου στους δέκτες καταμέτρησης. Αυτό με άλλα λόγια οδήγησε στην αύξηση της χωρικής ευρωστίας του συστήματος. Μια αναπαράσταση του πραγματικού μέρους της αναπαραγόμενης ηχητικής πίεσης στα 610 Hz φαίνεται στο σχήμα 3.8, για κάθε μια διαφορετική προσέγγιση.

Γίνεται λοιπόν ενδιαφέρουσα η προοπτική για τη δημιουργία ενός συστήματος ενεργού ελέγχου το οποίο θα επιλέγει ένα μόνο μέρος από τις διαθέσιμες πηγές αναπαραγωγής, ανάλογα με γεωμετρία της διάταξης και την κατεύθυνση διάδοσης του μετώπου του επιθυμητού κύματος. Έτσι, διαφορετικές πηγές θα ήταν υπεύθυνες για την αναπαραγωγή διαφορετικών ηχογραφημένων σημάτων. Μια τέτοια τακτική, εκτός από την αναμενόμενη επέκταση της ζώνης αναπαραγωγής θα οδηγούσε επίσης και στη μείωση του

υπολογιστικού φόρτου, καθότι ο υπολογισμός των αντίστροφων φίλτρων αναπαγωγής για κάθε ηχογραφημένο σήμα περιορίζεται μόνο για τις πηγές που είναι ενεργοποιημένες (βλ. κεφ. 3.2).



**Σχήμα 3.7:** Το σφάλμα αναπαγωγής συναρτήσει της συχνότητας αγνοώντας το επίπεδο ανάκλασης **α.** στους δέκτες καταμέτρησης και **β.** στους δέκτες ελέγχου. Με τη συνεχή γραμμή απεικονίζεται το σφάλμα αναπαγωγής για τον ενεργό έλεγχο όταν χρησιμοποιεί και τις 24 πηγές ( $\beta=10^{-4}$ ) ενώ με τη διακεκομμένη γραμμή το ίδιο μέγεθος όταν χρησιμοποιούνται μόνο οι 12 πηγές που είναι ενεργοποιημένες κατά WFS ( $\beta=10^{-5}$ ).

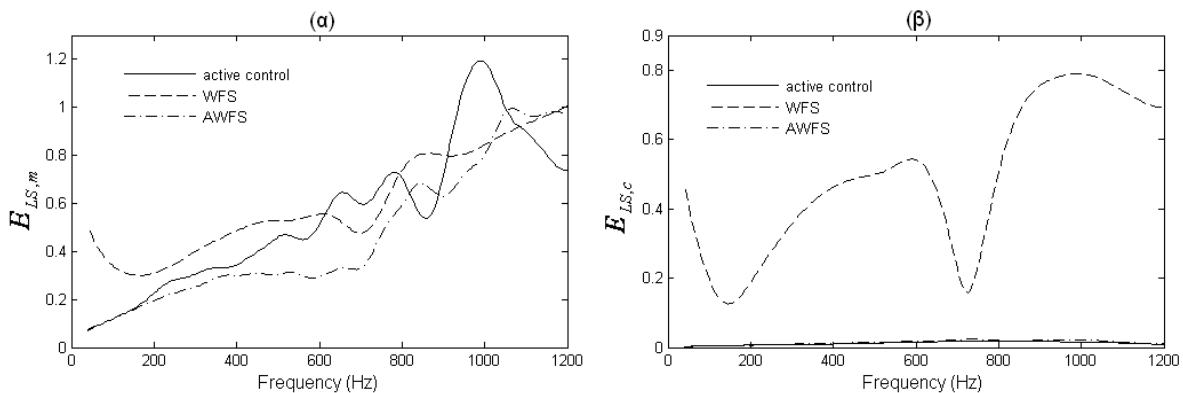


**Σχήμα 3.8:** Το πραγματικό μέρος της ηχητικής πίεσης στα 610 Hz **α.** για το επιθυμητό πεδίο, **β.** για τη WFS προσέγγιση, **γ.** για τον ενεργό έλεγχο όταν χρησιμοποιούνται και οι 24 πηγές και **δ.** για τον

ενεργό έλεγχο όταν χρησιμοποιούνται μόνο οι 12 πηγές που είναι ενεργοποιημένες κατά WFS.

### 3.4.2 Αναπαραγωγή σε ανακλαστικό περιβάλλον

Εξετάζεται τώρα το αποτέλεσμα της αναπαραγωγής λαμβάνοντας υπόψιν το επίπεδο ανάκλασης, για την ίδια εικονική πηγή στο (-6, 4, 0) m όπως και πριν. Το σφάλμα αναπαραγωγής απεικονίζεται στους δέκτες καταμέτρησης και στους δέκτες ελέγχου στο σχήμα 3.9(α) και (β) αντίστοιχα. Όπως και πριν, το αποτέλεσμα της αναπαραγωγής στους δέκτες ελέγχου είναι σχεδόν τέλει για τον ενεργό έλεγχο, ενώ αυτό της ολογραφικής προσέγγισης παρουσιάζει μεγάλη χειροτέρευση. Αυτό είναι αναμενόμενο καθότι η τεχνική WFS είναι μια προσέγγιση ανοικτού βρόχου (open loop) η οποία υποθέτει ανηχοϊκές συνθήκες και επομένως δεν λαμβάνει μέτρα για τις ανακλάσεις που εισάγονται στο χώρο αναπαραγωγής. Αντίθετα, ο ενεργός έλεγχος επιβλέπει το αποτέλεσμα της αναπαραγωγής και αναπροσαρμόζει τις εντάσεις των πηγών ανάλογα με τις ακουστικές ιδιότητες του χώρου. Από το σχήμα 3.9(α) φαίνεται ότι τώρα η επίδοση του ενεργού ελέγχου στους δέκτες καταμέτρησης είναι καλύτερη της WFS μέχρι τα 600 Hz.

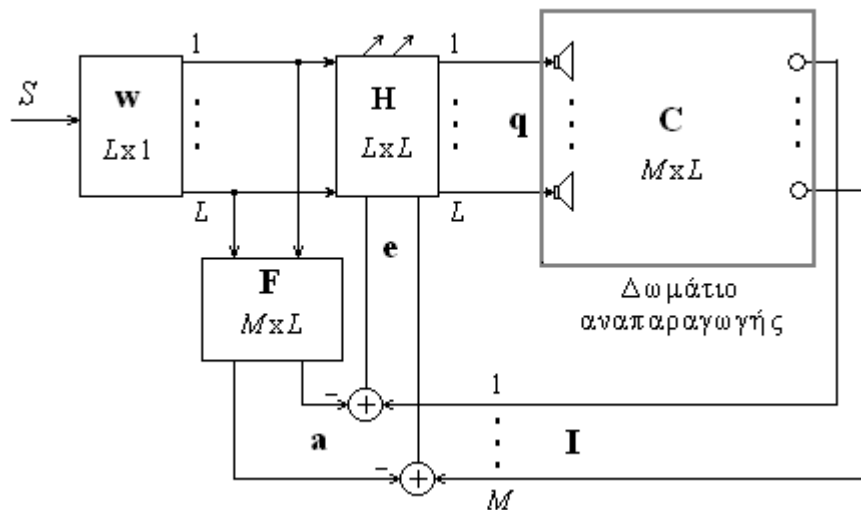


**Σχήμα 3.9:** Το σφάλμα αναπαραγωγής υπό την επίδραση του επιπέδου ανάκλασης **α.** στους δέκτες καταμέτρησης και **β.** στους δέκτες ελέγχου.

Διαφαίνεται λοιπόν μια τάση εξιδανίκευσης της κάθε τεχνικής ανάλογα με το είδος του χώρου όπου εφαρμόζεται. Σε ανηχοϊκές συνθήκες, η ολογραφική προσέγγιση είναι πιο ικανοποιητική καθότι μπορεί να ικανοποιήσει μια πολύ μεγαλύτερη περιοχή ακρόασης από αυτή του ενεργού ελέγχου. Από την άλλη όμως, ο ενεργός έλεγχος μπορεί εκ φύσεως να αντισταθμίσει την απρόβλεπτη επίδραση του χώρου αναπαραγωγής, τουλάχιστον κοντά στην περιοχή των αισθητήρων ελέγχου, γεγονός που τον κάνει καταλληλότερο για κλειστούς χώρους.

### 3.5 Αντιστάθμιση της επίδρασης του δωματίου αναπαραγωγής για ένα σύστημα βασισμένο σε τεχνικές WFS

Η αναπαραγωγή ενός ηχητικού πεδίου σε ένα κλειστό χώρο είναι δυσκολότερη πρόκληση από την περίπτωση του ελεύθερου πεδίου λόγω της επίδρασης των ανακλάσεων και των ιδιομορφών που χαρακτηρίζουν το χώρο. Ως εκ τούτου, το αποτέλεσμα της αναπαραγωγής με τη χρήση μιας διάταξης ηχείων τα οποία βασίζονται στις συναρτήσεις οδήγησης της WFS εμφανίζεται ιδιαίτερα αλλοιωμένο, αν δεν ληφθούν μέτρα για την αντιστάθμιση της επίδρασης του χώρου αναπαραγωγής. Τέτοια μέτρα μπορεί να είναι παθητικά ή ενεργά. Στην πρώτη περίπτωση, η αντιμετώπιση των ανακλάσεων επιτυγχάνεται με την επένδυση κατάλληλων ηχοαπορροφητικών στοιχείων στα σύνορα του χώρου αναπαραγωγής. Από την άλλη, η ενεργή αντιστάθμιση των ανακλάσεων υπονοεί τη χρήση του ίδιου του συστήματος αναπαραγωγής, μέσω τεχνικών ενεργού ελέγχου, για την εξάλειψη της ανεπιθύμητης επίδρασης του χώρου. Μια παραδοσιακή ενεργή τεχνική αντιστάθμισης απεικονίζεται σε μπλοκ διάγραμμα στο σχήμα 3.10 (López 2003).



**Σχήμα 3.10:** Μπλοκ διάγραμμα για την αναπαράσταση των παραδοσιακών ενεργών τεχνικών αντιστάθμισης της επίδρασης του δωματίου αναπαραγωγής σε ένα σύστημα WFS.

Για λόγους απλότητας, θεωρείται ότι από το σύστημα απαιτείται η προσομοίωση του ηχητικού πεδίου όπως προκύπτει από την επίδραση μίας μόνο εικονικής πηγής  $S$ . Για την κατανόηση αυτής της διάταξης μπορεί να θεωρήσει κανείς τη χωρίς αντιστάθμιση περίπτωση, όπου ο πίνακας με τα φίλτρα αντιστάθμισης  $\mathbf{H}$  ισούται με το μοναδιαίο πίνακα. Η WFS λύση εισέρχεται στο σύστημα μέσω του διανύσματος  $\mathbf{w}$  το οποίο περιέχει τις  $L$



μιγαδικές εντάσεις (ή τις  $L$  κρουστικές αποκρίσεις) των ηχείων για τη δημιουργία του ηχητικού πεδίου ως αποτέλεσμα της εικονικής πηγής  $S$ , θεωρώντας ότι η διαδικασία λαμβάνει χώρα στο ελεύθερο πεδίο. Το απευθείας σήμα των ηχητικών πηγών μαζί με την επίδραση του δωματίου αναπαραγωγής καταγράφεται από  $M$  μικρόφωνα ελέγχου που είναι κατάλληλα τοποθετημένα εντός του χώρου ακρόασης. Έτσι, το διάνυσμα  $\mathbf{I}$  που περιέχει τα αναπαραγόμενα ηχητικά σήματα ενδέχεται να έχει μεγάλες αποκλίσεις από το διάνυσμα  $\mathbf{a}$  το οποίο περιέχει τις ιδανικές αποκρίσεις, θεωρώντας ότι το πεδίο είναι ανηχοϊκό. Ο πίνακας  $\mathbf{F}$  κατασκευάζεται δηλαδή αναλυτικά θεωρώντας ελεύθερες συνθήκες διάδοσης για τη συνάρτηση μεταφοράς από τα ηχεία στους δέκτες ελέγχου. Σε απλές περιπτώσεις, ο πίνακας  $\mathbf{F}$  μπορεί να μοντελοποιηθεί απλά με την εισαγωγή κατάλληλης καθυστέρησης και εξασθένησης (attenuation). Η απόκλιση μεταξύ του αναπαραγόμενου ηχητικού πεδίου με και χωρίς την επίδραση του δωματίου αναπαραγωγής εκφράζεται μέσω του διανύσματος  $\mathbf{e}$ . Με τη χρήση κατάλληλων προσαρμοστικών μεθόδων, όπως για παράδειγμα με τη χρήση του αναδρομικού αλγόριθμου LMS που παρουσιάστηκε προηγουμένως, το διάνυσμα  $\mathbf{e}$  χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό των φίλτρων αντιστάθμισης  $\mathbf{H}$ , τα οποία προεπεξεργάζονται το σήμα εισόδου πριν αυτό αναπαραχθεί από τα ηχεία. Έτσι, το αποτέλεσμα της συνέλιξης του διανύσματος  $\mathbf{q}$  με τις συναρτήσεις μεταφοράς  $\mathbf{R}$  έχει ως αποτέλεσμα το αναπαραγόμενο ηχητικό πεδίο να είναι ως ένα βαθμό απαλλαγμένο από τη επίδραση του δωματίου αναπαραγωγής.

Το κομμάτι που σχετίζεται με τον ενεργό έλεγχο στην παραπάνω προσέγγιση είναι επιρρεπές στις ίδιες αδυναμίες που διέπουν τη μέθοδο των πολλαπλών σημείων, όπως φάνηκε στην ενότητα 3.3. Συγκεκριμένα, η αντιστάθμιση του δωματίου ενδέχεται να μην είναι ικανοποιητική μακριά από τα σημεία ελέγχου. Ένας αρκετά μεγάλος αριθμός δεκτών ελέγχου που καλύπτει όλη την περιοχή ακρόασης θα μπορούσε θεωρητικά να εξασφαλίσει ένα καλό συνολικό αποτέλεσμα. Κάτι τέτοιο όμως θα οδηγούσε σε αύξηση του υπολογιστικού φόρτου για τον προσδιορισμό των βέλτιστων φίλτρων αντιστάθμισης και επιπλέον, η ύπαρξη δεκτών ελέγχου στο χώρο ακρόασης θα εμπόδιζε την παρουσία και την κίνηση των ακροατών. Διάφορες δυνατότητες ωστόσο μείωσης των απαιτούμενων δεκτών ελέγχου με ταυτόχρονη διατήρηση όλης της χωρικής πληροφορίας του χώρου ακρόασης έχουν παρουσιαστεί. Ο Spors (2003) εισήγαγε την Wave Field Analysis (WFA), η οποία βασίζεται στη χρήση κλειστών καμπύλων από δέκτες ελέγχου και τη χρήση της αποσύνθεσης επίπεδου κύματος (plane wave decomposition) για τη αποσύνθεση του ηχητικού πεδίου πίεσης σε επίπεδα κύματα με συγκεκριμένη γωνία διάδοσης. Η επίδοση του συστήματος αντιστάθμισης μπορεί έτσι να βελτιωθεί σημαντικά καθότι παύει να είναι εξαρτώμενη από τη θέση και τη γεωμετρία των δεκτών ελέγχου.

### 3.6 Adaptive Wave Field Synthesis (AWFS)

Η τεχνική AWFS είναι μία μέθοδος που εκμεταλλεύεται την a-priori λύση της ολογραφικής προσέγγισης  $\mathbf{q}_{WFS}$  μέσω μια συνάρτησης κόστους της μορφής (Gauthier, 2006)

$$J_{AWFS} = \mathbf{e}^H \mathbf{e} + \beta (\mathbf{q} - \mathbf{q}_{WFS})^H (\mathbf{q} - \mathbf{q}_{WFS}) \quad (3.60)$$

η οποία πρέπει να ελαχιστοποιηθεί ως προς το  $\mathbf{q}$  για κάποια θετική τιμή του  $\beta$ . Εδώ με  $\mathbf{e}$  συμβολίζεται το σφάλμα αναπαραγωγής πάνω στους δέκτες ελέγχου για το οποίο ισχύει

$$\mathbf{e} = \mathbf{p}_d - \mathbf{Z}\mathbf{q}. \quad (3.61)$$

Ο δεύτερος όρος στη συνάρτηση κόστους (3.60) εκφράζει ουσιαστικά το μέτρο της απόκλισης μεταξύ των μιγαδικών εντάσεων των ηχητικών πηγών  $\mathbf{q}$  και των μιγαδικών εντάσεων που παρέχονται από την WFS τεχνική  $\mathbf{q}_{WFS}$ . Αντικαθιστώντας την εξίσωση (3.61) στην (3.60) και αναπτύσσοντας την φαίνεται ότι η συνάρτηση κόστους είναι 2<sup>ου</sup> βαθμού ως προς το διάνυσμα των μιγαδικών εντάσεων των πηγών  $\mathbf{q}$ . Η εξίσωση αυτή περιέχει το γνώριμο όρο  $\beta \mathbf{q}^H \mathbf{q}$ , που λειτουργεί ως στάθμιση συνεισφοράς καθώς και ένα όρο της μορφής  $-2\beta \mathbf{q}_{WFS}^H \mathbf{q}$  ο οποίος υποδηλώνει την προβολή της εκ των προτέρων γνωστής WFS λύσης πάνω στις προς βελτιστοποίηση μιγαδικές εντάσεις των πηγών. Οι βέλτιστες εντάσεις των πηγών που ελαχιστοποιούν τη συνάρτηση κόστους της σχέσης (3.60) προκύπτουν τελικά ως (Gauthier, 2006)

$$\mathbf{q}^{(opt)} = [\mathbf{Z}^H \mathbf{Z} + \beta \mathbf{I}]^{-1} [\mathbf{Z}^H \mathbf{p}^{(d)} + \beta \mathbf{q}_{WFS}]. \quad (3.62)$$

Από την εξίσωση (3.60) φαίνεται ότι όταν  $\beta \rightarrow 0$ , υπερिσχύει ο αριστερός όρος και η συνάρτηση κόστους τείνει να ταυτιστεί με τη λύση του ενεργού ελέγχου. Από την άλλη, όταν  $\beta \rightarrow \infty$ , υπερिσχύει ο δεξιός όρος και η λύση τείνει να ταυτιστεί με αυτή της WFS τεχνικής. Τα πλεονεκτήματα αυτής της μεθόδου αναδεικνύονται για μια ενδιάμεση τιμή του  $\beta$ . Παρατηρώντας τη συνάρτηση κόστους φαίνεται ότι έχει αρκετές ομοιότητες με τη στάθμιση συνεισφοράς. Η προσθήκη του  $\beta \mathbf{I}$  στον πρώτο όρο της σχέσης (3.60) έχει ως αποτέλεσμα τον περιορισμό της έντασης των ηχητικών πηγών με αντιστάθμισμα μια μικρή αύξηση της τιμής της συνάρτησης κόστους. Ταυτόχρονα όμως, ο όρος  $(\mathbf{q} - \mathbf{q}_{WFS})^H (\mathbf{q} - \mathbf{q}_{WFS})$  στη νέα συνάρτηση κόστους έχει ως αποτέλεσμα να περιορίζεται η διαφορά μεταξύ των μιγαδικών εντάσεων και της a-priori λύση της ολογραφικής προσέγγισης.

Τα αποτελέσματα της εφαρμογής αυτής της υβριδικής τεχνικής στις συνθήκες της τελευταίας προσομοίωσης της παραγράφου 3.4.2 φαίνονται στο σχήμα 3.9 για  $\beta=10^{-4}$ . Όπως φαίνεται από το σχήμα 3.9(β), το τετραγωνικό σφάλμα αναπαραγωγής της AWFS

στους δέκτες ελέγχου είναι σχεδόν της ίδιας τάξης με αυτού του ενεργού ελέγχου. Ίσως θα περίμενε κανείς η βελτιστοποίηση πάνω στους δέκτες ελέγχου να οδηγούσε στη χειροτέρευση του αποτελέσματος της αναπαραγωγής στις πιο απομακρυσμένες θέσεις των δεκτών καταμέτρησης. Απεναντίας όμως, από το σχήμα 3.9(a) φαίνεται ότι το σφάλμα αναπαραγωγής στους δέκτες καταμέτρησης είναι μικρότερο ακόμα και από αυτό της ολογραφικής προσέγγισης. Επίσης, η υβριδική μέθοδος εξάλειψε τις μεγάλες τιμές του σφάλματος αναπαραγωγής της WFS προσέγγισης στις χαμηλές συχνότητες. Φαίνεται λοιπόν ότι το σύστημα ανάδρασης λειτούργησε σαν ένα μέσο αναγνώρισης και αντιστάθμισης τόσο των ιδιοτήτων του χώρου όσο και της αδυναμίας της ολογραφικής μεθόδου στις χαμηλές συχνότητες. Η AWFS τεχνική παρουσιάζει ενδιαφέρουσες ιδιότητες και κατά την εφαρμογή της εντός κλειστών χώρων, όπως θα φανεί στο κεφάλαιο 5.



## Κεφάλαιο 4

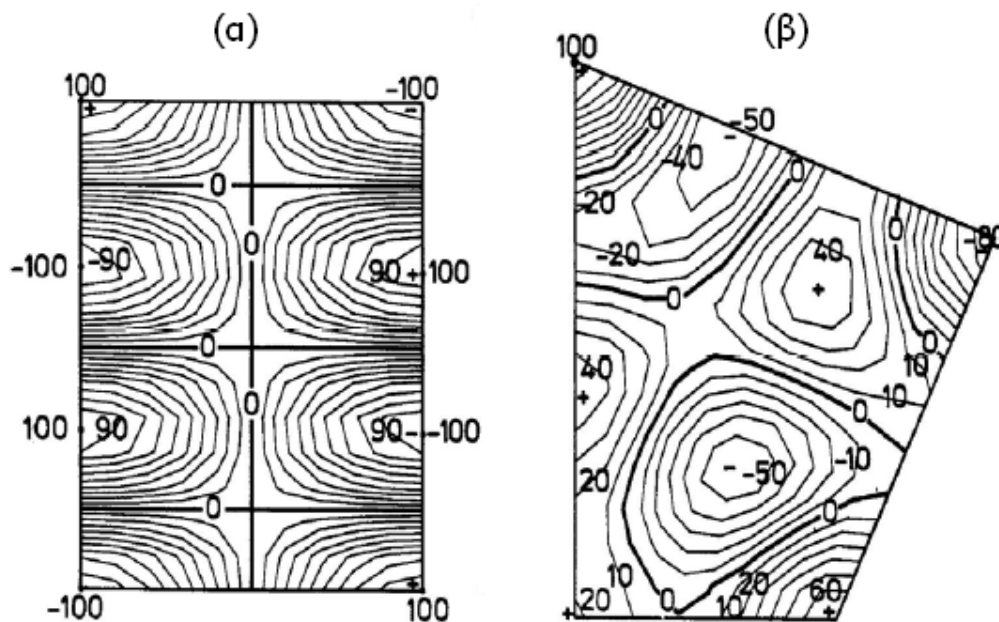
### **Βελτιώσεις στα συστήματα ισοστάθμισης ηχητικού πεδίου σε κλειστούς χώρους**

*Στο παρόν κεφάλαιο μελετάται η ισοστάθμιση της απόκρισης κλειστών χώρων με έμφαση στην ισοστάθμιση με αναπαραγωγή επίπεδου κύματος. Το πρώτο από τα θέματα που εξετάζονται αφορά την ανάδειξη της σημασίας της θέσης των ηχητικών πηγών στην επίδοση του συστήματος ισοστάθμισης. Πρακτικοί κανόνες παρουσιάζονται από τους οποίους αποδεικνύεται ότι σε κάποιες συγκεκριμένες θέσεις μπορεί να επιτευχθεί σημαντική αύξηση τόσο στην ποιότητα όσο και στην έκταση της ισοστάθμισης μέσα στο χώρο. Αποτελέσματα προσομοίωσης επιβεβαιώνουν την αξία αυτών των συμπερασμάτων και σε χώρους αυθαίρετης γεωμετρίας. Η ανάλυση στις επόμενες ενότητες επικεντρώνεται στην παρουσίαση δύο νέων τεχνικών εξομάλυνσης, της στάθμισης ισχύος και της στάθμισης μεταβλητότητας. Οι δύο αυτές τεχνικές πηγάζουν από την τροποποίηση της κλασικής συνάρτησης κόστους της μεθόδου των πολλαπλών σημείων, με σκοπό την ελαχιστοποίηση μιας άλλης συνάρτησης με βελτιωμένα χαρακτηριστικά. Η ανάλυση έχει ως σκοπό να αποκαλύψει για κάθε μέθοδο τόσο το βαθμό, όσο και την αιτία της επερχόμενης βελτίωσης στο σύστημα ισοστάθμισης κυρίως από πλευράς αύξησης της χωρικής ευρωστίας του συστήματος. Τέλος, η ανάλυση γύρω από τη στάθμιση μεταβλητότητας επεκτείνεται και στο πεδίο του χρόνου εξετάζοντας την ισοστάθμιση ευρυζωνικών ηχητικών σημάτων.*

## 4.1 Ισοστάθμιση ηχητικού πεδίου σε κλειστό χώρο

### 4.1.1 Ηχητικά πεδία σε κλειστούς χώρους

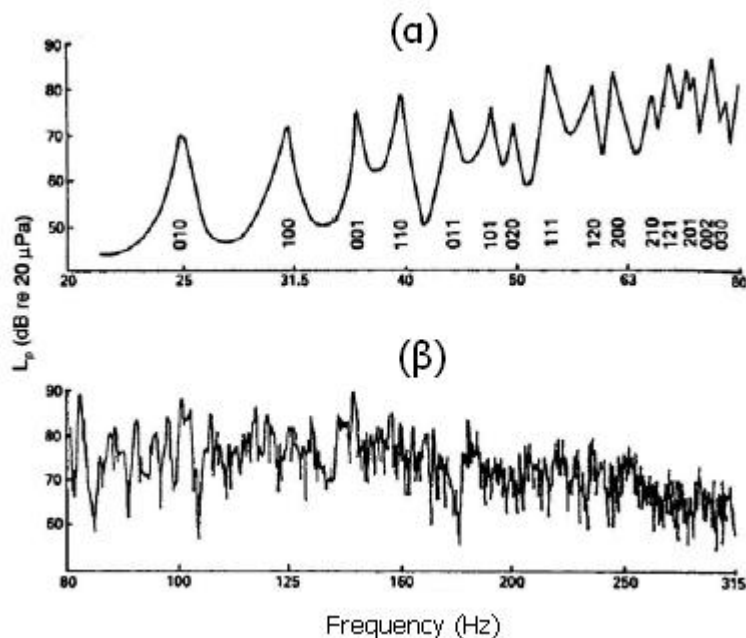
Ως γνωστό, ένα δωμάτιο συντονίζεται όταν η συχνότητα διέγερσης είναι κοντά στις φυσικές συχνότητες (natural frequencies) του χώρου. Οι φυσικές συχνότητες ταλάντωσης λέγονται και *ιδιοσυχνότητες* (modal frequencies) και οι χαρακτηριστικές χωρικές διακυμάνσεις της ηχητικής πίεσης στις ιδιοσυχνότητες ονομάζονται *ιδιομορφές* (modal shapes). Οποιαδήποτε και αν είναι η γεωμετρία ενός χώρου, το ηχητικό πεδίο εντός αυτού μπορεί να αποσυντεθεί σε ιδιοσυχνότητες και ιδιομορφές. Ως παράδειγμα, μια ιδιομορφή σε ένα δωμάτιο ορθογώνιας και τυχαίας γεωμετρίας φαίνεται στο σχήμα 4.1(α) και (β) αντίστοιχα. Οι γραμμές μηδενισμού της ηχητικής πίεσης στο σχήμα 4.1(α) ονομάζονται *γραμμές ελάχιστης ταλάντωσης* ή *κομβικές γραμμές* (nodal lines) της ιδιομορφής. Αντίστοιχα, για το τυχαίας γεωμετρίας δωμάτιο του σχήματος (β) μπορεί κανείς να χρησιμοποιήσει τον όρο *κομβικές καμπύλες* (nodal curves). Προφανώς, αν το παράδειγμα του σχήματος 4.1 επεκταθεί νοητά στις τρεις διαστάσεις θα πρέπει να γίνει χρήση των όρων *κομβικές επιφάνειες* (nodal surfaces) και *κομβικές καμπύλες επιφάνειες* (curved nodal surfaces) για το σχήμα (α) και (β) αντίστοιχα.



**Σχήμα 4.1:** Τυπικές Ιδιομορφές **α.** σε ένα ορθογώνιο και **β.** σε ένα μη ορθογώνιο δωμάτιο.

Χαρακτηριστικό γνώρισμα της ιδιοσυμπεριφοράς ενός ηχητικού πεδίου στις χαμηλές συχνότητες είναι ότι οι συναρτήσεις μεταφοράς από μία πηγή σε ένα δέκτη εξαρτώνται

περισσότερο από τη θέση της ηχητικής πηγής και τη θέση του δέκτη σε σχέση με το χώρο, παρά από τη θέση της πηγής σε σχέση με το δέκτη. Όταν ένας κλειστός χώρος διεγείρεται από ένα ηχητικό σήμα, τότε, λόγω της ιδιοσυμπεριφοράς του, εισάγονται *φασματικοί χρωματισμοί* (spectral coloration), οι οποίοι στις χαμηλές συχνότητες είναι ιδιαίτερα έντονοι και αισθητοί. Μια τυπική απόκριση συχνότητας σε ένα ορθογώνιο δωμάτιο φαίνεται στο σχήμα 4.2. Από τις κορυφές της απόκρισης συχνότητας, παρατηρεί κανείς ότι η επίδραση του δωματίου μπορεί να χωριστεί σε δύο διαφορετικές συχνοτικές περιοχές. Στις χαμηλές συχνότητες, όπου η πυκνότητα των ιδιομορφών είναι χαμηλή (low modal density) και οι ιδιομορφές είναι έντονες και ευδιάκριτες, και στις υψηλότερες συχνότητες όπου η πυκνότητα των ιδιομορφών είναι υψηλή (high modal density) και οι ιδιομορφές του χώρου επικαλύπτονται, με αποτέλεσμα να μη ξεχωρίζουν εύκολα μεταξύ τους. Κατά κανόνα, η πυκνότητα των ιδιομορφών αυξάνεται με το τετράγωνο της συχνότητας (Jacobsen 2007). Το ηχητικό πεδίο για την απόκριση συχνότητας του σχήματος 4.2(β) λέγεται ότι είναι *διάχυτο* (diffuse field). Το συχνοτικό όριο πάνω από το οποίο ένα ηχητικό πεδίο σε ένα κλειστό χώρο γίνεται διάχυτο εξαρτάται κυρίως από το μέγεθος του χώρου, και ορίζει δύο διαφορετικές φασματικές περιοχές. Οι δύο αυτές περιοχές διαφέρουν τόσο στις φυσικές και ψυχοακουστικές τους ιδιότητες, όσο και στις μεθόδους που χρησιμοποιούνται κατά τη μαθηματική τους μοντελοποίησή (Jacobsen 2007).

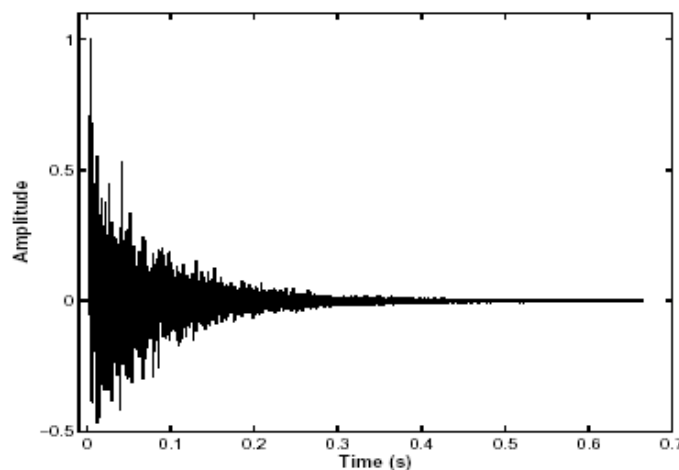


**Σχήμα 4.2:** Τυπική απόκριση συχνότητας ενός κλειστού χώρου.

Αντίθετα από τη συχνοτική περιοχή των έντονων και διακριτών ιδιομορφών, ένα διάχυτο πεδίο χαρακτηρίζεται από διαφορετικές παραδοχές. Ένα τέλεια διάχυτο πεδίο (perfectly diffuse field) θεωρείται ότι αποτελείται από ηχητικά κύματα που προέρχονται από όλες τις πιθανές κατευθύνσεις. Αυτό οδηγεί στη σύλληψη ενός ηχητικού πεδίου που δημιουργείται από μη συσχετισμένες ηχητικές πηγές θορύβου που είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες σε όλες τις κατευθύνσεις. Καθότι οι ηχητικές πηγές δεν είναι συσχετισμένες, το ηχητικό πεδίο είναι ομοιογενές και ιστροπικό. Αυτό σημαίνει ότι η στάθμη της ηχητικής πίεσης θα είναι ίδια σε όλες τις θέσεις (εκτός από τις περιοχές κοντά στα σύνορα του χώρου) και οι χρονικές συναρτήσεις συσχέτισης μεταξύ γραμμικών μεγεθών σε δύο διαφορετικά σημεία στο χώρο εξαρτώνται τώρα από τη σχετική τους απόσταση. Αυτό σημαίνει ότι η συνάρτηση μεταφοράς από μία πηγή σε ένα δέκτη εξαρτάται από τη σχετική απόσταση μεταξύ των δύο και όχι από τη θέση τους σε σχέση με το δωμάτιο όπως για το μη διάχυτο πεδίο που σχολιάστηκε στην προηγούμενη παράγραφο (Jacobsen 2007).

#### 4.1.2 Ισοστάθμιση ηχητικού πεδίου

Γενικά ένας κλειστός χώρος μπορεί να αναπαρασταθεί ως ένα γραμμικό χρονικά αναλλοίωτο (ΓΧΑ) σύστημα του οποίου η κρουστική απόκριση περιγράφει τα χαρακτηριστικά μετάδοσης του απευθείας και του ανακλώμενου ήχου από μία πηγή σε έναν δέκτη. Μία τυπική κρουστική απόκριση ενός κλειστού χώρου απεικονίζεται στο Σχήμα 4.3, όπου φαίνονται τα τρία διαφορετικά μέρη του απευθείας σήματος, των πρώιμων ανακλάσεων και της αντήχησης.



**Σχήμα 4.3:** Κρουστική απόκριση κλειστού χώρου.



Η ισοστάθμιση είναι μία διαδικασία η οποία στοχεύει στην αφαίρεση ή τη μείωση των χαρακτηριστικών που ένας κλειστός χώρος εισάγει στα ηχητικά σήματα που διαδίδονται μέσα σε αυτόν. Ανάλογα με την εφαρμογή της ισοστάθμισης πριν ή μετά την αναπαραγωγή του ηχητικού σήματος σε έναν κλειστό χώρο διακρίνονται δύο κυρίες κατηγορίες εφαρμογών. Η πρώτη αφορά εφαρμογές όπως μία ζωντανή συναυλία και η αναπαραγωγή του ηχητικού σήματος σε έναν κινηματογράφο, όπου η ισοστάθμιση επιτυγχάνεται με την προ-επεξεργασία του ηχητικού σήματος πριν αυτό αναπαραχθεί στον κλειστό χώρο, έτσι ώστε να αντισταθμιστούν οι παραμορφώσεις τις οποίες θα εισάγει ο χώρος στο ηχητικό σήμα. Αντιθέτως, η δεύτερη κατηγορία αφορά εφαρμογές όπως η ηχογράφηση μουσικής ή ομιλίας, η τηλεδιάσκεψη και η κινητή τηλεφωνία, όπου η ισοστάθμιση επιτυγχάνεται με την επεξεργασία του καταγεγραμμένου σήματος για την απομάκρυνση των παραμορφώσεων οι οποίες εισήχθησαν κατά τη διάδοσή του στον κλειστό χώρο. Η πρώτη από τις δύο αυτές κατηγορίες είναι που μελετάται σε αυτό το κεφάλαιο.

Κατά μία γενική έννοια, η ισοστάθμιση του ηχητικού πεδίου είναι και αυτή μια "μονοφωνική" τεχνική ηχητικής αναπαραγωγής. Η απομάκρυνση της επίδρασης του χώρου βελτιώνει το αντιληπτό αποτέλεσμα και κατά συνέπεια προσφέρει μια βελτίωση κατά τη μετάδοση της ηχητικής πληροφορίας μέσα σε ένα κλειστό χώρο. Κατά το συνήθη ορισμό της όμως προκύπτει με την ομογενοποίηση του ηχητικού πεδίου στην περιοχή ακρόασης. Κατ' αυτόν τον τρόπο, διαχωρίζεται από τις τεχνικές ηχητικής αναπαραγωγής από το γεγονός ότι δε μεταδίδει χωρική πληροφορία, καθότι η μετάδοση της χωρικής πληροφορίας προϋποθέτει κατάλληλη διαφοροποίηση του ηχητικού πεδίου στα αυτιά του ακροατή.

Ιδανικά, η ισοστάθμιση μπορεί να επιτύχει εξολοκλήρου αφαίρεση της επίδρασης του χώρου, πράξη που στην ουσία ισοδυναμεί με την πράξη της από-συνέλιξης. Στην απλούστερή της μορφή, δηλ. για μία πηγή και έναν δέκτη σε έναν κλειστό χώρο, η διαδικασία μπορεί να διατυπωθεί ως εξής: Έστω ότι η κρουστική απόκριση του χώρου για συγκεκριμένες θέσεις της πηγής και του δέκτη συμβολίζεται ως  $f(n)$  και η αντίστοιχη συνάρτηση μεταφοράς ως  $F(z)$ . Τότε το αντίστροφο φίλτρο ισοστάθμισης σχεδιάζεται ώστε η κρουστική του απόκριση  $f_{inv}(n)$  και η συνάρτηση μεταφοράς του  $F_{inv}(z)$  να ικανοποιούν τις σχέσεις

$$f(n) * f_{inv}(n) = \delta(n) \quad (4.1)$$

και

$$F(z) \times F_{inv}(z) = 1. \quad (4.2)$$

Όμως το πρόβλημα της εύρεσης του αντίστροφου φίλτρου δεν είναι απλό να λυθεί αφού η κρουστική απόκριση ενός κλειστού χώρου είναι συνάρτηση μη ελαχίστων φάσεων και άρα η απευθείας αντιστροφή της δεν έχει σαν αποτέλεσμα ένα σταθερό και αιτιατό αντίστροφο φίλτρο (Neely 1979 και Munshi 1992). Για αυτό το λόγο, αντί για την πλήρη από-συνέλιξη του χώρου, η ισοστάθμιση επικεντρώνεται στον ορισμό ενός αντίστροφου φίλτρου με το οποίο η συνάρτηση μεταφοράς του σύνθετου συστήματος αντίστροφου φίλτρου-κλειστού χώρου να προσεγγίζει κάποια επιθυμητά χαρακτηριστικά. Μια συνηθισμένη απαίτηση είναι η νέα επιθυμητή συνάρτηση μεταφοράς να επιλεχθεί έτσι ώστε να απομακρύνει τους φασματικούς χρωματισμούς που ο χώρος εισάγει στο ηχητικό σήμα (magnitude equalization).

Εναλλακτικά, αντί μίας επίπεδης απόκρισης συχνότητας μία ψυχοακουστικά βέλτιστη απόκριση μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως στόχος της ισοστάθμισης (Schroeder 1987). Μια τέτοια κατηγορία ισοστάθμισης αφορά τον έλεγχο των χρονικών χαρακτηριστικών της συνάρτησης μεταφοράς. Αντί για ένα σταθερό πλάτος απόκρισης, η τεχνική αυτή επικεντρώνεται στην αύξηση του ρυθμού απόσβεσης των πιο προβληματικών ιδιομορφών του χώρου (modal equalization). Μέθοδοι σαν αυτές είναι επικεντρωμένες στις χαμηλές συχνότητες, και συγκεκριμένα στη συχνотική περιοχή όπου το ηχητικό πεδίο χαρακτηρίζεται από διακριτές ιδιομορφές με μικρή σχετικά επικάλυψη (Schroeder 1954). Ουσιαστικά, αυτό που επιχειρείται είναι ο επανασχεδιασμός της θέσης των πόλων της κρουστικής απόκρισης του συστήματος, με σκοπό οι νέοι ρυθμοί εξασθένισης (decay rate) των ιδιομορφών που θα προκύψουν να είναι μικρότεροι. Συνήθως, οι νέοι χρόνοι αντήχησης που προκύπτουν μετά την ισοστάθμιση καθορίζονται έτσι ώστε να μην υπερβαίνουν το χρόνο αντήχησης στις μεσαίες και υψηλές συχνότητες του χώρου (Makivirta 2003). Στις περισσότερες εφαρμογές αυτού του είδους, σημαντική προϋπόθεση για την επιτυχή ισοστάθμιση είναι η ακριβής εκτίμηση της θέσης των πόλων του συστήματος (Makivirta 2003, και Wilson 2003). Εναλλακτικά, τεχνικές βασιζόμενες στη σχηματοποίηση της κρουστικής απόκρισης μέσω πολλαπλασιασμού με κατάλληλα παράθυρα, μπορούν να οδηγήσουν στο σχεδιασμό φίλτρων χωρίς την ανάγκη για ακριβή παραμετροποίηση της κρουστικής απόκρισης του συστήματος (Karjalainen 2003).

#### **4.1.3 Ισοστάθμιση της κρουστικής απόκρισης σε ένα σύστημα πολλαπλών πηγών-δεκτών.**

Στη εφαρμογή που μελετάται, ο στόχος της ισοστάθμισης είναι η δημιουργία μίας εκτεταμένης συνεχούς τρισδιάστατης περιοχής  $V_T$ , στην οποία να ακυρώνονται οι

παραμορφώσεις οι οποίες εισάγονται σε ηχητικά σήματα που μεταδίδονται σε έναν κλειστό χώρο. Για την υλοποίηση της, είναι απαραίτητο ένα πλήθος πηγών-δεκτών και αντίστροφων φίλτρων ισοστάθμισης. Η λύση του προβλήματος θεωρώντας ένα αρμονικό πεδίο έγκειται στην εύρεση των βέλτιστων μιγαδικών εντάσεων των πηγών που οδηγούν στην ελαχιστοποίηση της απόκλισης της καταγραφόμενης πίεσης από τη επιθυμητή. Μαθηματικά αυτό μπορεί να αποδοθεί με την ελαχιστοποίηση της συνάρτησης κόστους

$$J = \frac{1}{V_T} \int_{V_T} |\mathbf{e}(\mathbf{r})|^2 dV = \frac{1}{V_T} \int_{V_T} |p_d(\mathbf{r}) - \mathbf{Z}(\mathbf{r})\mathbf{q}|^2 dV, \quad (4.3)$$

όπου  $p_d(\mathbf{r})$  είναι η επιθυμητή μιγαδική πίεση στη θέση  $\mathbf{r}$  ενώ με  $\mathbf{Z}(\mathbf{r})$ ,  $\mathbf{q}$  συμβολίζεται αντίστοιχα το διάνυσμα των ακουστικών εμπεδήσεων από τις πηγές στη θέση  $\mathbf{r}$  και το διάνυσμα που φέρει τις μιγαδικές εντάσεις των πηγών. Η μαθηματική διατύπωση λοιπόν του προβλήματος είναι ουσιαστικά ίδια με αυτή της αναπαραγωγής ηχητικού πεδίου και όλη η ανάλυση σχετικά με τον υπολογισμό των βέλτιστων μιγαδικών εντάσεων, στο πεδίο της συχνότητας, και των βέλτιστων φίλτρων, στο πεδίο του χρόνου, ταυτίζεται με αυτή του τρίτου κεφαλαίου.

Η μέθοδος ισοστάθμισης που εξετάζεται σε αυτήν την ενότητα διαφοροποιείται σε σχέση με τον κλασικό ορισμό του επιθυμητού ηχητικού πεδίου που αποσκοπεί στην επίτευξη μιας ηχητικής πίεσης σταθερού πλάτους και φάσης σε όλη την περιοχή ισοστάθμισης. Σε μια τέτοια περίπτωση, έχει αποδειχθεί ότι το αποτέλεσμα της ισοστάθμισης μπορεί να είναι ικανοποιητικό σε μια μικρή μόνο χωρική περιοχή που είναι ανάλογη του μήκους κύματος της συχνότητας ισοστάθμισης. Συγκεκριμένα, οι διαστάσεις της περιοχής ισοστάθμισης δε μπορούν να υπερβαίνουν το μισό του μήκους κύματος της μέγιστης αναπαραγόμενης συχνότητας εάν οι διακυμάνσεις της ηχητικής πίεσης στην περιοχή ισοστάθμισης απαιτείται να μην υπερβαίνουν τα  $\pm 3$  dB από την επιθυμητή ηχητική πίεση (Santillan 1997). Σύνηθες αποτέλεσμα όταν η ισοστάθμιση είναι επικεντρωμένη σε μία συνεχή μεν αλλά μικρή περιοχή του χώρου είναι η χειροτέρευση της κρουστικής απόκρισης ή της απόκρισης συχνότητας σε απομακρυσμένες από αυτήν περιοχές του χώρου (Mourjoroulos 1985). Επιπλέον, εκτός από το περιορισμένο χωρικό εύρος αυτής της μεθόδου, η επιβολή μεγάλου κέρδους που συσχετίζεται με την αντιμετώπιση των μηδενικών στη συνάρτηση μεταφοράς πομπού-δέκτη είναι πολύ πιθανόν να οδηγήσει σε υπέρβαση του δυναμικού εύρους του συστήματος.

Οι περιορισμοί από την παραπάνω προσέγγιση είναι δυνατόν να αντιμετωπιστούν αν στον ορισμό της επιθυμητής πίεσης επιτραπεί η μεταβολή ως προς τη φάση της, αποσκοπώντας για παράδειγμα στη δημιουργία ενός επίπεδου κύματος που οδεύει προς συγκεκριμένη

κατεύθυνση. Σε πρώτη φάση η τακτική αυτή εξετάστηκε από τον Elliot (1989) ο οποίος μελέτησε την ισοστάθμιση σε διαφορετικά σημεία μέσα σε ένα χώρο εισάγοντας κατάλληλες καθυστερήσεις που αντιστοιχούσαν στην αναπαραγωγή ενός ηχητικού πεδίου όμοιου με αυτό ενός επίπεδου κύματος και επέφερε καλύτερα αποτελέσματα από αυτήν ενός στάσιμου κύματος. Θεωρητικές και πειραματικές μελέτες που ακολούθησαν έδειξαν ότι η περιοχή ισοστάθμισης μπορεί να επεκταθεί σχεδόν σε ολόκληρη την περιοχή ενός τρισδιάστατου ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου δωματίου με την αναπαραγωγή ενός επίπεδου κύματος. Η υλοποίηση μιας τέτοιας απαίτησης οδηγούσε δηλαδή στη δημιουργία ενός ηχητικού πεδίου σταθερού πλάτους και μεταβλητής φάσης ως

$$p(y) = Ae^{-jky} , \quad (4.4)$$

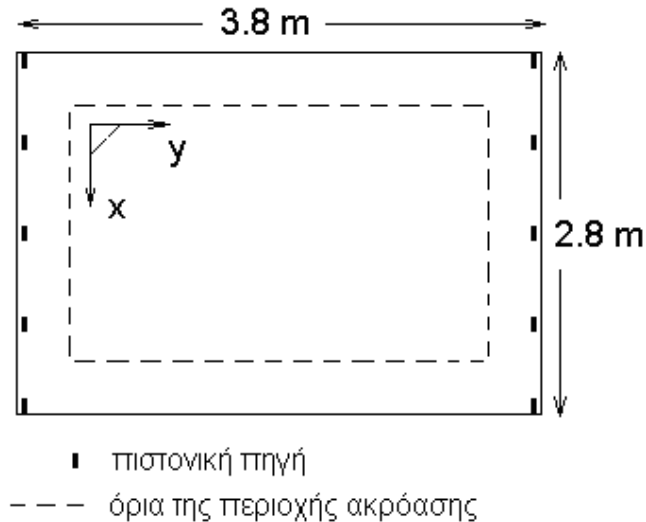
όπου το  $A$  είναι το πλάτος του κύματος ενώ  $y$  είναι η συντεταγμένη ως προς τον  $y$ -άξονα με τον οποίο ταυτίζεται και η διεύθυνση διάδοσης του κύματος και η οποία είναι παράλληλη σε δύο από τις τέσσερις κατακόρυφες πλευρές του δωματίου (Santilan 2001 και 2005, Sarris 2004 και Celestinos 2005 και 2006). Όλα αυτά έκαναν γρήγορα εμφανές ότι με κατάλληλη τοποθέτηση των πηγών, οι χωρικοί περιορισμοί της προηγούμενης μεθόδου, είναι δυνατόν να εξαλειφθούν με την αναπαραγωγή ενός ηχητικού πεδίου που ταυτίζεται με αυτό ενός κύματος που διαδίδεται προς συγκεκριμένη γωνία μέσα στο χώρο.

#### **4.1.4 Ισοστάθμιση με αναπαραγωγή επίπεδου κύματος σε ορθογώνιο δωμάτιο**

Η ισοστάθμιση με αναπαραγωγή επίπεδου κύματος εξετάζεται εδώ στο πεδίο της συχνότητας σε έναν ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο χώρο με διαστάσεις  $L_x=2.8$ ,  $L_y=3.8$  και  $L_z=0.2$  m. Οι άξονες του καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων εδώ ταυτίζονται με τις πλευρές του δωματίου ενώ η αρχή των αξόνων συμπίπτει με τη μία γωνία του δωματίου σύμφωνα με το Σχήμα 4.4. Η κατά τον  $z$  άξονα διάσταση είναι κατά πολύ μικρότερη από τις άλλες έτσι ώστε για το εξεταζόμενο εύρος συχνοτήτων να μην εισάγονται σημαντικές ιδιομορφές από τις ανακλάσεις στους τοίχους στο  $z=0$  και  $z=L_z$ . Το πρόβλημα δηλαδή είναι στην ουσία δισδιάστατο. Για την προσομοίωση της ηχητικής πίεσης χρησιμοποιήθηκε το κλασικό μοντέλο αθροίσματος όλων των ιδιομορφών έως τα 1300 Hz. Συνολικά 793 ιδιομορφές χρησιμοποιήθηκαν για την προσομοίωση της ηχητικής πίεσης και ο συντελεστής απόσβεσης τέθηκε ίσος με 0.01 για όλες τις ιδιομορφές του δωματίου (αυτό αντιστοιχεί σε  $T_{60} = 1.1$  sec στα 100 Hz).

Ως περιοχή ακρόασης ορίστηκε η συνεχής ορθογώνια περιοχή που απεικονίζεται με τη διακεκομμένη γραμμή στο σχήμα 4.4. Η περιοχή αυτή σχεδιάστηκε έτσι ώστε η απόσταση

της κάθε πλευράς της ζώνης ακρόασης από την κοντινότερη παράλληλη πλευρά του δωματίου να είναι ίση με 0.3 m. Για την εκτίμηση της μιγαδικής ηχητικής πίεσης εντός της ζώνης ακρόασης έγινε χρήση από ένα πλέγμα από  $12 \times 33 = 396$  δέκτες ελέγχου ομοιόμορφα κατανομημένων σε δώδεκα γραμμές παράλληλες στον άξονα  $y$  με 33 δέκτες σε κάθε γραμμή. Όλοι οι δέκτες τοποθετήθηκαν στο επίπεδο  $z=0.1$  m.



**Σχήμα 4.4:** Διάταξη του συστήματος ισοστάθμισης για την αναπαραγωγή επίπεδου κύματος το οποίο οδεύει παράλληλα στον άξονα  $y$ . Η περιοχή ελέγχου ταυτίζεται εδώ με την περιοχή ακρόασης.

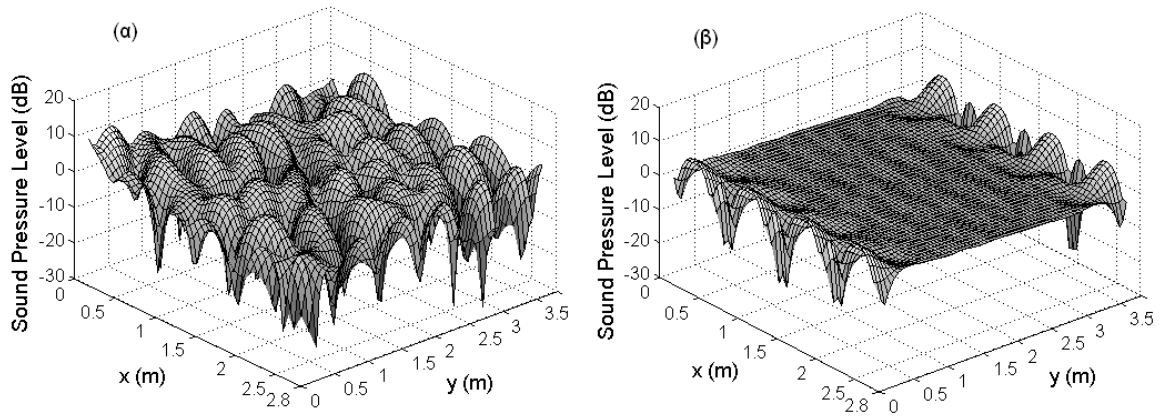
Η αναπαραγωγή του επίπεδου κύματος εδώ εξετάζεται κατά μήκος του άξονα  $y$ . Για αυτή τη κατεύθυνση του κύματος οι πηγές θα πρέπει να διαταχθούν παράλληλα στις δύο πλευρές που είναι κάθετες στην κατεύθυνση διάδοσης του κύματος, δηλαδή κατά μήκος των πλευρών  $y=0$  και  $y=L_y$ . Πέντε πιστονικές πηγές με μήκος πλευράς 0.1 m τοποθετήθηκαν τελικά σε κάθε πλευρά σύμφωνα με το σχήμα 4.4. Η επιθυμητή πίεση ορίστηκε σύμφωνα με αυτή που θα χαρακτήριζε ένα επίπεδο κύμα που ταξιδεύει παράλληλα στον άξονα του  $y$  ως

$$p(\mathbf{r}) = \exp(-jky). \quad (4.5)$$

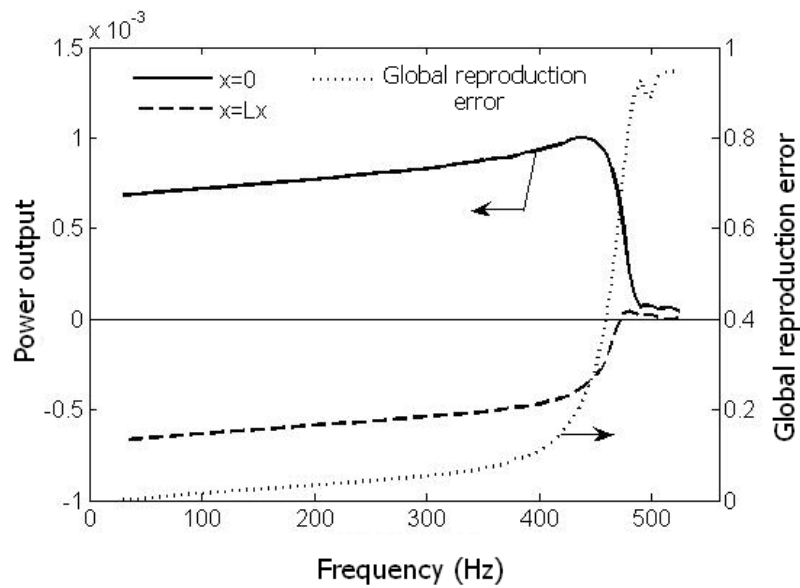
Η χωρική κατανομή της ηχητικής πίεσης στο επίπεδο  $z=0.1$  m σε όλο το χώρο πριν και μετά την ισοστάθμιση στα 400 Hz απεικονίζεται στο σχήμα 4.5. Η χωρική κατανομή της πίεσης πριν την ισοστάθμιση προέκυψε διεγείροντας μόνο την πηγή που βρίσκεται στην πάνω αριστερή γωνία κοντά στο (0, 0) m. Από τα διαγράμματα (α) και (β) του σχήματος φαίνεται ότι η ισοστάθμιση κατάφερε να απομακρύνει εντελώς τις χωρικές διακυμάνσεις της ηχητικής πίεσης σε όλο σχεδόν το χώρο. Το τετραγωνικό σφάλμα της ισοστάθμισης για ένα εύρος συχνοτήτων από 30 έως 525 Hz απεικονίζεται στο σχήμα 4.6 μέσω του

σφάλματος ελαχίστων τετραγώνων  $E_{LS}$  το οποίο ορίστηκε στη σχέση (3.14). Παρατηρείται ότι η απόκλιση της ηχητικής πίεσης από την επιθυμητή τιμή είναι αύξουσα συνάρτηση της συχνότητας. Ωστόσο, η ισοστάθμιση είναι αρκετά ικανοποιητική έως τα 450 Hz, όπου το  $E_{LS}$  είναι μικρότερο του 0.3.

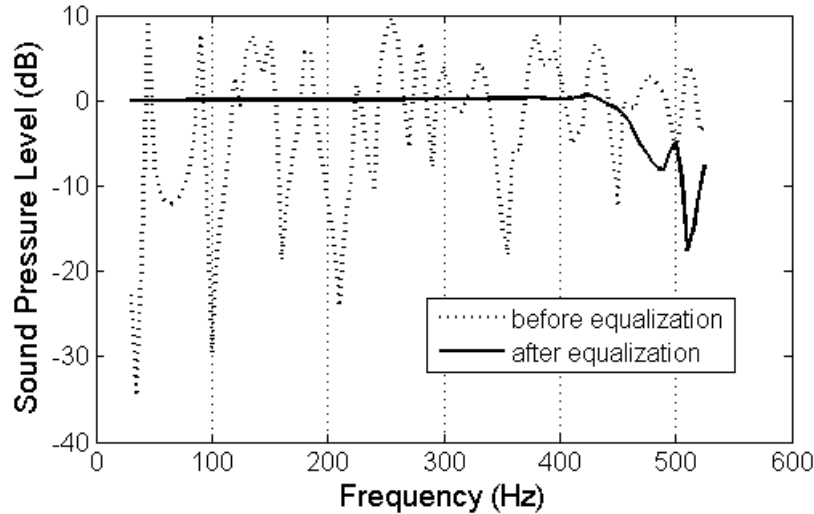
Στο ίδιο σχήμα φαίνεται η διακύμανση της ακουστικής ισχύος από τις πηγές στο  $x=0$  (συμπαγής γραμμή) και στο  $x=Lx$  (διακεκομμένη γραμμή). Αυτή η μεταβολή προέκυψε αθροίζοντας την ακουστική ισχύ των πέντε αριστερών και πέντε δεξιών πηγών χωριστά. Οι αριστερές πηγές χαρακτηρίζονται από θετική ισχύ ενώ οι αριστερές πηγές από αρνητική. Αυτό υποδηλώνει ότι η αριστερή συστοιχία πρέπει να καταναλώσει ισχύ για την αναπαραγωγή του επίπεδου κύματος ενώ η δεξιά συστοιχία πρέπει να απορροφήσει ένα μέρος από αυτήν. Η ικανότητα μιας συστοιχίας από πηγές να απορροφήσει μέρος της ισχύος που καταναλώνεται από μια άλλη είναι σημαντική διεργασία για την αναπαραγωγή ενός αρμονικού κύματος σε ένα κλειστό χώρο με σκληρά τοιχώματα (Gauthier 2005, Vanderkooy 2007). Για το συγκεκριμένο παράδειγμα, η επιτυχής λειτουργία της ισοστάθμισης επιβάλλει ότι η φάση των ηχητικών πηγών στο  $x=Lx$  πρέπει να ακολουθεί τη συνάρτηση  $-e^{-jkLx}$ , δηλαδή οι ηχητικές πηγές πρέπει να βρίσκονται σε αντίθετη φάση από αυτή του επιθυμητού ηχητικού πεδίου όταν αυτό ανάγεται στις θέσεις των ηχητικών πηγών (Santillan 2001). Από το σχήμα 4.6 παρατηρείται επίσης ότι η απόλυτη τιμή της ισχύος σε κάθε πλευρά μειώνεται απότομα μετά τα 450 Hz, γεγονός που συνοδεύεται από την απότομη αύξηση του  $E_{LS}$ . Αυτό οφείλεται στο ότι καθώς η πυκνότητα των ιδιομορφών αυξάνεται, η συγκεκριμένη διάταξη αδυνατεί να ελέγξει τις υψηλότερες ιδιομορφές και ως εκ τούτου, ένα μηδενικό σήμα οδήγησης για τις πηγές γίνεται η καλύτερη λύση, γεγονός που κάνει το  $E_{LS}$  να σταθεροποιείται γύρω από την τιμή 1. Τα αποτελέσματα για ένα ενδεικτικό σημείο που βρίσκεται στο (2.4, 2.4) m φαίνονται πριν και μετά την ισοστάθμιση στο σχήμα 4.7. Από ότι μπορεί να δει κανείς, η ισοστάθμιση έχει αναιρέσει εντελώς τις διακυμάνσεις της ακουστικής πίεσης έως τα 450 Hz.



**Σχήμα 4.5:** Η χωρική διακύμανση της ακουστικής πίεσης στα 450 Hz **α.** πριν και **β.** μετά την ισοστάθμιση.



**Σχήμα 4.6:** Η μεταβολή του σφάλματος ισοστάθμισης και της συνολικής εκπεμπόμενης ακουστικής ισχύος συναρτήσει της συχνότητας.



**Σχήμα 4.7:** Η μεταβολή της ακουστικής πίεσης (σε dB) πριν και μετά την ισοστάθμιση για το σημείο με συντεταγμένες (2.4, 2.4) m.

Ήδη έχει αρχίσει να γίνεται φανερή η αμοιβαία σχέση μεταξύ της ισοστάθμισης και της αναπαραγωγής ενός ηχητικού πεδίου σε μια εκτεταμένη περιοχή ενός κλειστού χώρου. Καταρχήν, φάνηκε ότι η ισοστάθμιση σε μια εκτεταμένη περιοχή γίνεται δυνατή με την αναπαραγωγή ενός συγκεκριμένου ηχητικού πεδίου. Το αποτέλεσμα είναι η αφαίρεση των βυθίσεων και των κορυφών από τη συνάρτηση μεταφοράς και η εξομάλυνση της ηχητικής πίεσης σε ένα πολύ μεγάλο ποσοστό του διαθέσιμου όγκου του χώρου. Λόγω της χωρικά εκτεταμένης περιοχής ισοστάθμισης η μέθοδος αυτή διαφοροποιείται από τις άλλες τεχνικές ισοστάθμισης με τον όρο *global sound equalization*.

## 4.2 Βέλτιστη τοποθέτηση πηγών για ισοστάθμιση με αναπαραγωγή επίπεδου κύματος

Σε αυτήν την ενότητα μελετάται η εξάρτηση της επίδοσης του συστήματος ισοστάθμισης από τη θέση των ηχητικών πηγών. Για τις συχνότητες που η πυκνότητα των ιδιομορφών είναι χαμηλή, τα οφέλη που μπορούν να αποκομιστούν από την επιλεκτική τοποθέτηση των πηγών είναι σημαντικά. Ο Groh (1974) μελέτησε αυτά τα πλεονεκτήματα με την επιλεκτική τοποθέτηση τόσο της πηγής όσο και του ακροατή μέσα σε ένα ορθογώνιο δωμάτιο, με σκοπό την απομάκρυνση των κορυφών που δημιουργούνταν από την επίδραση του δωματίου στη συνάρτηση μεταφοράς. Ο ίδιος αναφέρθηκε σε αυτή τη διαδικασία με τον όρο *placement equalization*. Στις παραγράφους που ακολουθούνε σκοπός είναι να αναδειχθεί η σημασία της τοποθέτησης των πηγών για την ισοστάθμιση σε



συνδυασμό με τον ενεργό έλεγχο και τις προαναφερόμενες τεχνικές επεξεργασίας σήματος.

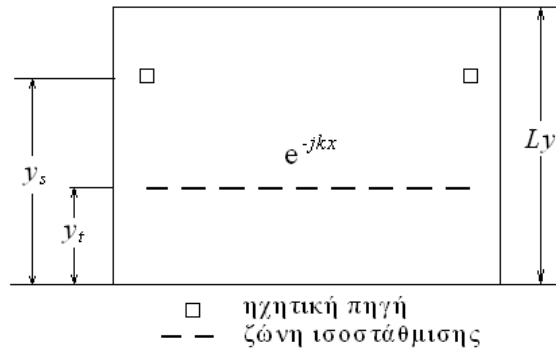
Για την καταμέτρηση της ποιότητας της ισοστάθμισης σε ένα δεδομένο εύρος συχνοτήτων ορίζεται το μέσο τετραγωνικό σφάλμα ισοστάθμισης ως

$$\tilde{E}_{LS} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K E_{LS}(k), \quad (4.6)$$

όπου  $K$  είναι ο συνολικός αριθμός από διακριτές συχνότητες που χρησιμοποιήθηκαν και  $E_{LS}(k)$  είναι το σφάλμα ισοστάθμισης για την  $k$  συχνότητα που υπολογίζεται σύμφωνα με τη σχέση (3.14). Είναι προφανές ότι όσο πιο μικρή η τιμή του  $\tilde{E}_{LS}$ , τόσο καλύτερη η ποιότητα της ισοστάθμισης για το εξεταζόμενο εύρος συχνοτήτων. Η διαδικασία εξετάζεται σε ένα ορθογώνιο δωμάτιο με χρήση του αναλυτικού μοντέλου άθροισης των ιδιομορφών καθώς και σε ένα δισδιάστατο σχήμα που αντιστοιχεί στην καμπίνα ενός αυτοκινήτου με χρήση της μεθόδου των συνωριακών στοιχείων (BEM).

#### **4.2.1 Τοποθέτηση πηγών για ισοστάθμιση σε συγκεκριμένο ύψος γραμμής ορθογώνιου δωματίου**

Ένα δισδιάστατο ορθογώνιο δωμάτιο μοντελοποιήθηκε με διαστάσεις  $L_x=3.8$  m,  $L_y=2.8$  m και  $L_z=0.2$  m. Όλες οι ιδιομορφές με συχνότητα έως τα 1200 Hz ελήφθησαν υπόψιν για την προσομοίωση της πίεσης εντός του δωματίου. Οι πηγές μοντελοποιήθηκαν σαν τετραγωνικά πιστόνια με μήκος πλευράς 0.1 m και η ταχύτητα του ήχου ελήφθη ίση με 343 m/sec. Η επίδοση του συστήματος εξετάζεται εδώ ως προς την αναπαραγωγή επίπεδου κύματος σε ένα συγκεκριμένο ύψος εντός του δωματίου. Η περιοχή ακρόασης είναι δηλαδή μία ευθεία γραμμή παράλληλη στον άξονα του  $x$  σε ένα ύψος που μπορεί να μεταβάλλεται από  $y_t=0.1$  m σε  $y_t=2.7$  m (βλ. σχήμα 4.8). Συνολικά χρησιμοποιήθηκαν 31 δέκτες τοποθετημένοι ανά 0.1 m κατά τη  $x$  διεύθυνση από το  $x=0.4$  έως τα 3.4 m. Μία τετράγωνη πιστονική πηγή με μήκος πλευράς 0.1 m τοποθετήθηκε δίπλα σε κάθε κάθετη πλευρά έτσι ώστε η κατά το  $x$ - συντεταγμένη να διατηρείται σταθερή στο  $x=0.05$  m για την αριστερή και στο  $x=3.75$  m για τη δεξιά. Η κατά το  $y$ -συντεταγμένη των δύο πηγών μπορεί να μεταβάλλεται σε όλο το ύψος του δωματίου από  $y_s=0.1$  έως  $y_s=2.7$  m. Η επιθυμητή πίεση ορίζεται σύμφωνα με αυτή ενός επίπεδου κύματος που μεταδίδεται παράλληλα στον άξονα του  $x$  ως  $e^{-jkx}$ , όπου  $k$  είναι ο κυματικός αριθμός και  $x$  είναι η  $x$ -συνιστώσα κάθε δέκτη ελέγχου.



**Σχήμα 4.8:** Διάταξη του συστήματος για τη μελέτη της ισοστάθμισης σε συγκεκριμένο ύψος ακρόασης σε ένα δισδιάστατο ορθογώνιο δωμάτιο. Με  $y_s$  και  $y_t$  συμβολίζεται αντίστοιχα το ύψος των πηγών αναπαραγωγής και των δεκτών ελέγχου.

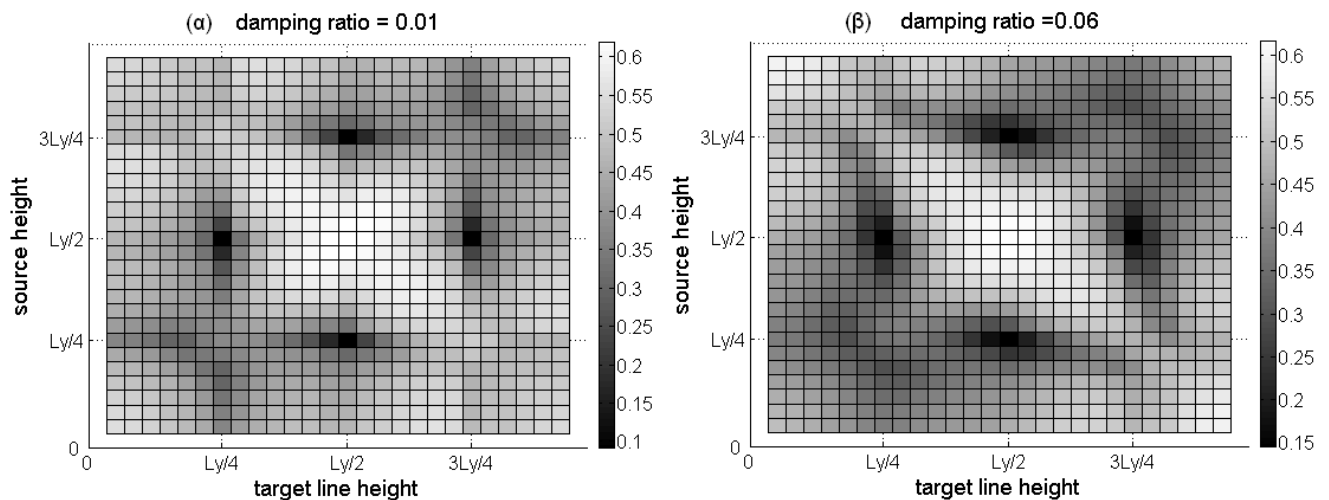
Σαν πρώτη φάση της διερεύνησης το μέσο σφάλμα ελαχίστων τετραγώνων ( $\tilde{E}_{LS}$ ) υπολογίζεται για όλες τις συχνότητες από 30 έως 185 Hz με βήμα 5 Hz σύμφωνα με την σχέση (4.6), για όλους τους συνδυασμούς  $y_s$  και  $y_t$ . Η μεταβολή του  $\tilde{E}_{LS}$  απεικονίζεται στο σχήμα 4.9 για δύο διαφορετικές τιμές του συντελεστή απόσβεσης 0.01 και 0.06. Η μέγιστη συχνότητα για τον υπολογισμό του  $\tilde{E}_{LS}$  (185 Hz) ελήφθη επίτηδες κοντά στη χαρακτηριστική συχνότητα της ιδιομορφής (0,3). Όπως μπορεί να παρατηρήσει κανείς από το σχήμα 4.9 υπάρχουν τέσσερις χαρακτηριστικοί συνδυασμοί  $y_s$  και  $y_t$  όπου το  $\tilde{E}_{LS}$  μειώνεται σημαντικά. Συγκεκριμένα, όταν οι πηγές βρίσκονται στο  $y=Ly/4$  ή στο  $3Ly/4$ , το  $\tilde{E}_{LS}$  ελαχιστοποιείται όταν οι δέκτες βρίσκονται στο  $y=Ly/2$ . Όταν οι δέκτες βρίσκονται στο  $y=Ly/4$  ή στο  $3Ly/4$ , το  $\tilde{E}_{LS}$  ελαχιστοποιείται όταν το ύψος των πηγών είναι στο  $Ly/2$ . Αυτές οι θέσεις αποτελούν το γεωμετρικό τόπο ελάχιστης ταλάντωσης κάποιων ιδιομορφών (π.χ. (0,1), (1,1), (2,1), (0,3) για  $y=Ly/2$  και (0,2), (1,2), (2,2) για  $y=Ly/4$  ή  $3Ly/4$ ) οι οποίες δρουν κατασταλτικά ως προς την αναπαραγωγή του επίπεδου κύματος κατά τη  $x$  διεύθυνση. Στις συγκεκριμένες θέσεις αποφεύγεται η διέγερση των ιδιομορφών από τις πηγές ενώ ταυτόχρονα κατά μήκος των δεκτών η επίδραση κάποιων ανεπιθύμητων ιδιομορφών τείνει να εξαλειφθεί. Καθότι η επιρροή των υπόλοιπων ανεπιθύμητων ιδιομορφών είναι ακόμα αδύνατη μέχρι τα 185 Hz, το ηχητικό πεδίο κατά μήκος των δεκτών κυριαρχείται μόνο από τις πρώτες επιθυμητές αξονικές ιδιομορφές (π.χ. (1,0), (2,0) και (3,0)). Στην ουσία, για αυτούς τους συνδυασμούς των θέσεων των πηγών και των δεκτών, η διαδικασία αναπαραγωγής μπορεί να παρομοιαστεί με ένα μονοδιάστατο πρόβλημα, όπως για παράδειγμα την αναπαραγωγή ενός επίπεδου κύματος μέσα σε ένα σωλήνα. Αυτά τα συμπεράσματα υπογραμμίζουν τη σημασία της επιλεκτικής τοποθέτησης των πηγών και την ίδια στιγμή αποκαλύπτουν την ύπαρξη γραμμών ακρόασης (ή

επιπέδων ακρόασης για τις τρεις διαστάσεις) που μπορούν να ευνοήσουν ιδιαίτερα τη διαδικασία αυτού του είδους ισοστάθμισης. Οι θέσεις των γραμμών αυτών για τις τέσσερις πρώτες ανεπιθύμητες αξονικές ιδιομορφές φαίνονται στον πίνακα 4.1 ενώ δύο παραδείγματα ευνοϊκών διατάξεων απεικονίζονται στο σχήμα 4.10.

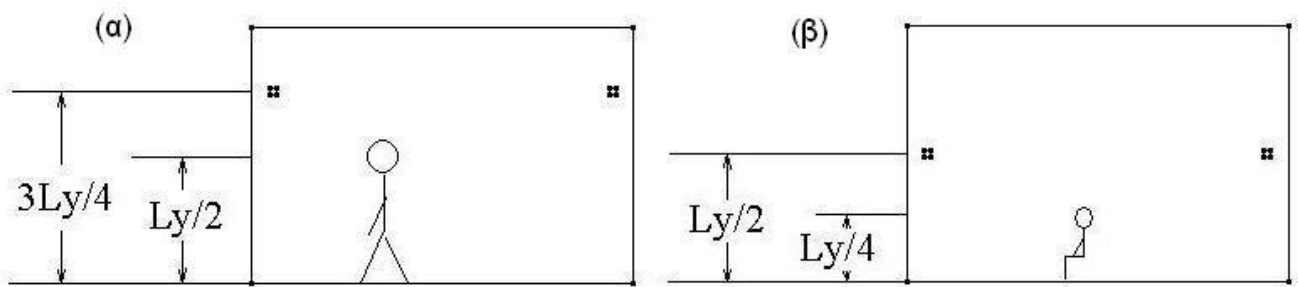
ιδιομορφή	(0,1)	(0,2)	(0,3)	(0,4)
Συχνότητα (Hz)	61	123	184	245
Ύψος γραμμών δεσμών	$L_y/2$	$L_y/4$	$L_y/6$	$L_y/8$
	-	$3L_y/4$	$L_y/2$	$3L_y/8$
	-	-	$5L_y/6$	$5L_y/8$
	-	-	-	$7L_y/8$

**Πίνακας 4.1:** Ύψος των γραμμών δεσμών των τεσσάρων πρώτων  $\gamma$ - αξονικών ιδιομορφών του δωματίου.

Συγκρίνοντας τα σχήματα 4.9(α) and 4.9(β) φαίνεται ότι η αύξηση της τιμής του συντελεστή απόσβεσης οδηγεί σε αύξηση της ελάχιστης εφικτής τιμής του  $\tilde{E}_{LS}$  ενώ ταυτόχρονα μειώνει το σφάλμα για μικρές αποκλίσεις από τις βέλτιστες θέσεις. Μπορεί επίσης να παρατηρήσει κανείς ότι η αύξηση του τετραγωνικού σφάλματος ισοστάθμισης για μικρές αποκλίσεις από τα ιδανικά ύψη είναι μικρότερη γύρω από το  $L_y/2$  παρά από το  $L_y/4$  ή το  $3L_y/4$ . Αυτό έχει να κάνει με το ότι η χωρική μεταβολή της πρώτης ανεπιθύμητης αξονικής ιδιομορφής είναι υποδιπλάσια αυτής της δεύτερης ιδιομορφής με αποτέλεσμα για την ίδια απόκλιση  $\Delta y$  από το ιδανικό ύψος, το ποσοστό διέγερσης της (0,2) ιδιομορφής να είναι μεγαλύτερο αυτού της (0,1). Λαμβάνοντας υπόψιν το γεγονός ότι οι πηγές μπορούν να σταθεροποιηθούν ευκολότερα σε ένα ιδανικό ύψος παρά ότι οι ακροατές, θα ήτανε λογικό να προτιμήσει κανείς τη διάταξη του σχήματος 4.10 (α) παρά αυτή του 4.10(β). Μια τελική παρατήρηση όσον αφορά το ίδιο σχήμα είναι ότι το  $\tilde{E}_{LS}$  είναι συμμετρικό ως προς και τις δύο διαγώνιους. Η μία συμμετρία είναι αποτέλεσμα της γεωμετρικής συμμετρίας του δωματίου ενώ η άλλη υποδηλώνει ότι το σφάλμα αναπαραγωγής παραμένει αμετάβλητο αν τα ύψη των πηγών και των δεκτών αντιμετατεθούν.



**Σχήμα 4.9:** Μεταβολή του μέσου τετραγωνικού σφάλματος ισοστάθμισης συνάρτησε του ύψους των πηγών και των δεκτών ελέγχου για το ίδιο ορθογώνιο δωμάτιο με συντελεστή απόσβεσης  $\alpha$ . 0.01 και  $\beta$ . 0.06.

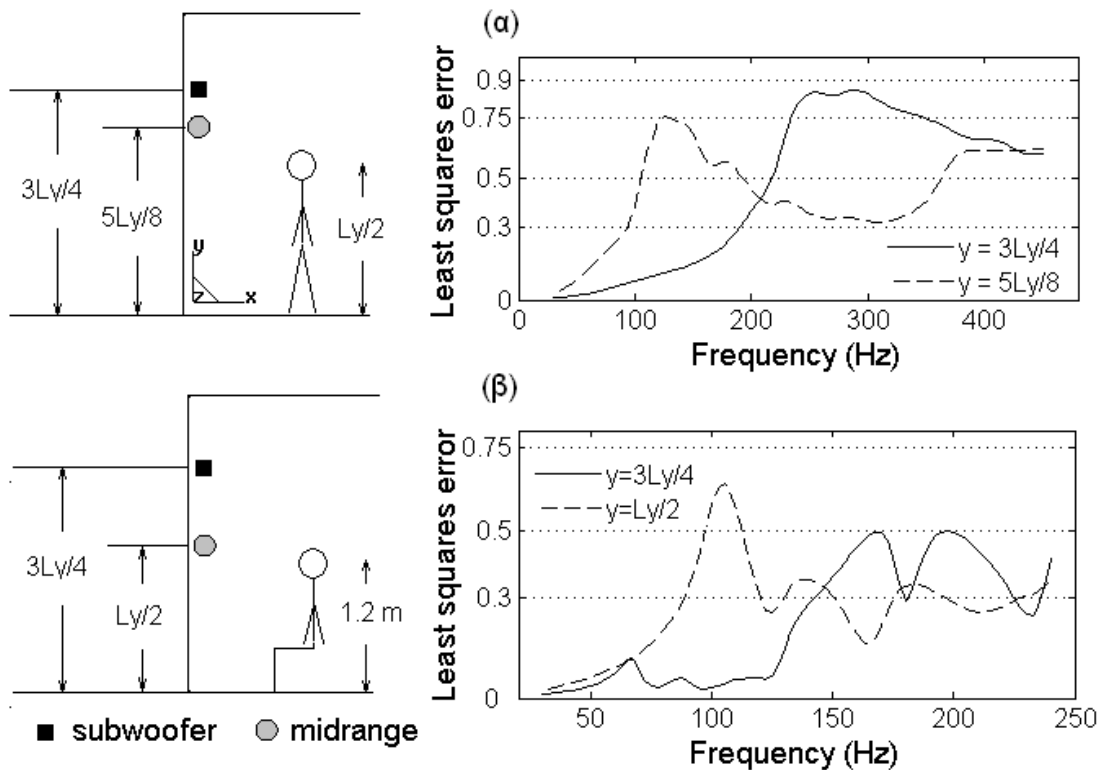


**Σχήμα 4.10:** Βέλτιστο ύψος τοποθέτησης των ηχητικών πηγών όταν το ύψος της ζώνης ισοστάθμισης είναι  $\alpha$ . στο  $Ly/2$  και  $\beta$ . στο  $Ly/4$ .

#### 4.2.2 Τοποθέτηση ηχείων πολλαπλών δρόμων

Τα ηχεία πολλαπλών δρόμων (multi-way loudspeakers) χρησιμοποιούν διαφορετικές μονάδες για την αναπαραγωγή διαφορετικών συχνοτικών περιοχών του ηχητικού σήματος. Συνήθως, η μονάδα χαμηλών συχνοτήτων που ονομάζεται sub-woofer είναι υπεύθυνη για την αναπαραγωγή του σήματος μέχρι τη συχνότητα cross-over, προτού αναλάβει δράση η μονάδα μεσαίων συχνοτήτων (mid-range). Λαμβάνοντας υπόψιν ότι η συχνότητα cross-over μπορεί να ρυθμίζεται κατά βούληση του μηχανικού, ενδιαφέροντα πλεονεκτήματα μπορούν να προκύψουν για το εξεταζόμενο σύστημα ισοστάθμισης. Η μεταβολή του  $E_{LS}$  συνάρτησε της συχνότητας φαίνεται στο σχήμα 4.11 για διάφορες διατάξεις. Στο σχήμα 4.11(a) η ισοστάθμιση εξετάζεται όταν η γραμμή ακρόασης είναι στο  $Ly/2$  και δύο διαφορετικά ζευγάρια από πηγές είναι τοποθετημένα στα ύψη  $3Ly/4$  και  $5Ly/8$  m. Η απόσταση από τον κοντινότερο τοίχο είναι σταθερή και ίση με 0.05 m για όλες

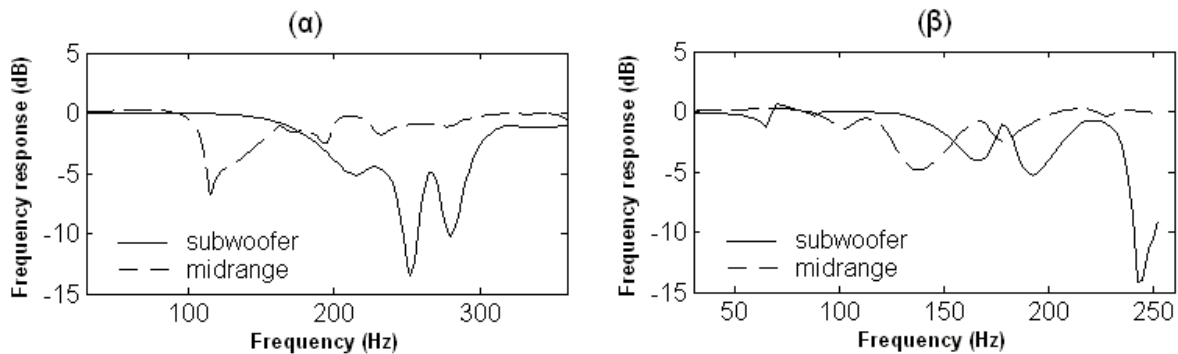
τις διατάξεις του σχήματος 4.11. Για τις πηγές που βρίσκονται στο  $3Ly/4$  m το  $E_{LS}$  είναι μικρότερο από 0.3 μέχρι τη χαρακτηριστική συχνότητα της ιδιομορφής (0,3) και αυξάνει ραγδαία με τη συχνότητα καθώς οι υψηλότερες ανεπιθύμητες ιδιομορφές γίνονται κυρίαρχες. Ωστόσο, η συμπεριφορά αυτή ανατρέπεται για το άλλο ζευγάρι πηγών. Το  $E_{LS}$  μειώνεται από κάποια συχνότητα και μετά, γεγονός που είναι αναμενόμενο αφού το ύψος της δεύτερης διάταξης πηγών αποτελεί γραμμή ελάχιστης ταλάντωσης για όλες τις ιδιομορφές που έχουν ως συνιστώσα την τέταρτη ανεπιθύμητη ιδιομορφή, δηλαδή την (0,4), (1,4) κ.ο.κ.



**Σχήμα 4.11:** Τετραγωνικό σφάλμα ισοστάθμισης συναρτήσεως της συχνότητας για δύο διαφορετικές θέσεις πηγών (— και --) όταν το ύψος της ζώνη ισοστάθμισης είναι **α.** στο  $Ly/2$  και **β.** στο 1.2 m.

Αυτό που απεικονίζεται στο σχήμα 4.11 μπορεί στην ουσία να αποτελέσει οδηγό για το σχεδιασμό και την τοποθέτηση των δύο πρώτων μονάδων για ηχεία δύο ή τριών δρόμων (two-way, three-way loudspeakers). Για το παράδειγμα του σχήματος 4.11(a) προτείνεται η τοποθέτηση του sub-woofer στο  $y=3Ly/4$  (ή στο  $Ly/4$ ) και της μονάδας μεσαίων συχνοτήτων σε ένα από τα ύψη ελάχιστης ταλάντωσης της ιδιομορφής (0,4). Μια συχνότητα cross-over γύρω στα 200 Hz θα ήταν στην προκειμένη περίπτωση αναγκαία για να εξασφαλίσει τη μετάβαση από τη μία μονάδα στην άλλη, αποφεύγοντας έτσι τη διέγερση των δύο διαδοχικών ανεπιθύμητων ιδιομορφών και βελτιώνοντας έτσι σημαντικά

το αποτέλεσμα της ισοστάθμισης. Η απόκριση συχνότητας για κάθε μία από τις δύο θέσεις των ηχείων φαίνεται για ένα σημείο με συντεταγμένη  $x=1$  m πάνω στη γραμμή ακρόασης στο σχήμα 4.12(α). Είναι φανερό ότι με αυτήν την τεχνική η μέγιστη συχνότητα για την οποία επιτυγχάνεται μια απόκριση εντός των  $\pm 3$  dB από την επιθυμητή τιμή επεκτείνεται μέχρι και τα 350 Hz. Για την περίπτωση του σχήματος 4.11(β) το ύψος της γραμμής των δεκτών έχει ληφθεί αυθαίρετα και είναι ίσο με 1.2 m. Το μέγιστο όφελος που μπορεί να αποκομιστεί από την τοποθέτηση των πηγών είναι με το sub-woofer στο  $y=3Ly/4$  και το mid-range ηχείο στο  $Ly/2$ . Αυτό οδηγεί αντίστοιχα στο να αποτραπεί η διέγερση της δεύτερης και τρίτης ανεπιθύμητης αξονικής ιδιομορφής (0,2) και (0,3). Η συχνότητα του cross-over για αυτό το παράδειγμα θα πρέπει να σχεδιαστεί στα 150 Hz. Η απόκριση συχνότητας για ένα σημείο με συντεταγμένη  $x=1$  m πάνω στη γραμμή ακρόασης φαίνεται στο σχήμα 4.12(β). Εφόσον το σύστημα σχεδιαστεί λαμβάνοντας υπόψιν αυτές τις παραμέτρους η απόκριση συχνότητας και στις δύο περιπτώσεις του σχήματος 4.12 συμπίπτει με τη συμπαγή γραμμή ως τη συχνότητα του cross-over ενώ μετά θα ακολουθεί τη διακεκομμένη γραμμή. Μια βασική προϋπόθεση ωστόσο για την υλοποίηση αυτής της μεθόδου είναι το sub-woofer και το mid-range να βρίσκονται σε ξεχωριστές κατασκευές έτσι ώστε τα ακουστικά τους κέντρα να είναι καλά ορισμένα.

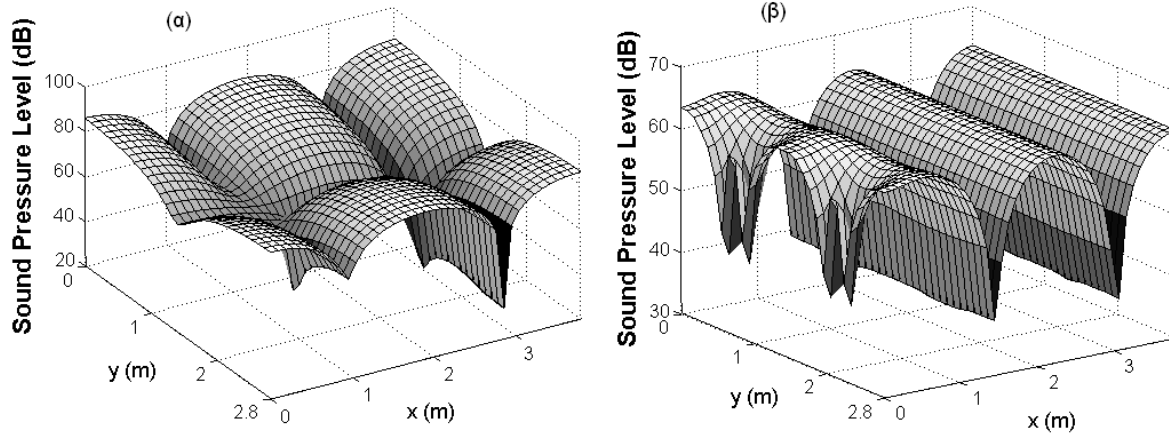


**Σχήμα 4.12:** Τοποθέτηση ηχείων δύο δρόμων για αύξηση του συχνотικού εύρους της ισοστάθμισης. Το ύψος της ζώνη ισοστάθμισης είναι α. στο  $Lz/2$  και β στο 1.2 m.

### 4.2.3 Τοποθέτηση πηγών για ισοστάθμιση σε εκτεταμένη περιοχή ορθογώνιου δωματίου

Για τη μελέτη της ισοστάθμισης σε μια ευρύτερη περιοχή που καταλαμβάνει μέχρι και ολόκληρο τον όγκο του δωματίου είναι φανερό ότι χρειάζονται περισσότερες πηγές για τον επαρκή έλεγχο του ηχητικού πεδίου. Στο ίδιο δισδιάστατο δωμάτιο του προηγούμενου παραδείγματος ένα πλέγμα από 372 αισθητήρες τοποθετείται σε δώδεκα γραμμές παράλληλες του  $x$ - άξονα από το  $y=0.3$  έως το  $y=3.5$  m. Συνολικά 31 αισθητήρες είναι

τοποθετημένοι σε κάθε γραμμή παράλληλη του  $x$ - με τον ίδιο τρόπο όπως το προηγούμενο παράδειγμα. Το πρώτο αντικείμενο αυτής της μελέτης αφορά τον εντοπισμό των βέλτιστων θέσεων τεσσάρων ηχητικών πηγών μέσα στο χώρο για την αναπαραγωγή ενός επίπεδου κύματος το οποίο οδεύει παράλληλα στο άξονα του  $x$  σε όλο σχεδόν το χώρο του δωματίου. Το πλάτος του κύματος είναι ίσο με 1 και επομένως η μεταβολή της επιθυμητής πίεσης σε σχέση με τη θέση του δέκτη μπορεί να αποδοθεί με βάση τη συνάρτηση  $e^{-jkx}$ . Οι κατά το  $x$ - συντεταγμένες των κέντρων των πηγών είναι σταθερές στο  $x=0.05$  m για τις δύο πηγές αριστερά και στο  $x=3.75$  m για τις δύο δεξιά. Η κατά το  $z$ - συντεταγμένη κάθε πηγής είναι και αυτή σταθερή στο  $z=0.1$  m αλλά η  $y$ -συντεταγμένη μπορεί να μεταβάλλεται έτσι όμως ώστε η συμμετρία γύρω από τη γραμμή  $y=L/2$  να διατηρείται. Για τον εντοπισμό της βέλτιστης θέσης των πηγών μελετάται η μεταβολή του μέσου σφάλματος ελάχιστων τετραγώνων ( $\tilde{E}_{LS}$ ) συναρτήσει της  $y$ -συντεταγμένης των πηγών. Η διερεύνηση αυτή καταλήγει σύντομα στο συμπέρασμα ότι το  $\tilde{E}_{LS}$  ελαχιστοποιείται όταν οι τέσσερις πηγές είναι τοποθετημένες πάνω στους κόμβους της  $(0,2)$  ιδιομορφής και πιο συγκεκριμένα στο  $(0.05, L/4)$ ,  $(0.05, 3L/4)$  για τις αριστερές και στο  $(3.75, L/4)$ ,  $(3.75, 3L/4)$  m για τις δεξιές πηγές. Παρατηρώντας τις βέλτιστες μιγαδικές εντάσεις τους φαίνεται ότι τόσο οι δύο αριστερές πηγές όσο και οι δύο δεξιές πηγές οδηγούνται με ακριβώς το ίδιο μέτρο και φάση, κάτι που άλλωστε είναι αναμενόμενο λόγω της συμμετρίας του προβλήματος. Αυτό οδηγεί στο να αποφευχθεί η διέγερση της  $(0,1)$  ιδιομορφής διότι οι δύο πηγές σε κάθε πλευρά διεγείρουν την ιδιομορφή με το ίδιο πλάτος αλλά με ακριβώς αντίθετη φάση. Για την καλύτερη απεικόνιση αυτού του μηχανισμού ακύρωσης της ανεπιθύμητης ιδιομορφής μπορεί κανείς να κοιτάξει το σχήμα 4.13. Στο σχήμα 4.13(α) το δωμάτιο διεγείρεται στη χαρακτηριστική συχνότητα της ιδιομορφής  $(2,1)$  στα 109 Hz από μία πηγή με ένταση ίση με 1 τοποθετημένη κοντά στη γωνία στο  $(0,0)$  m. Στο σχήμα 4.13(β) δύο πηγές τοποθετημένες στο  $(0.1, L/4)$  και  $(0.1, 3L/4)$  m οδηγούνται με ακριβώς την ίδια ένταση (επίσης ίση με 1) στην ίδια ακριβώς συχνότητα και το αποτέλεσμα είναι η κατανομή της ακουστικής πίεσης να προσεγγίζει ουσιαστικά αυτή της  $(2,0)$  ιδιομορφής.



**Σχήμα 4.13:** Διακύμανση της ακουστικής πίεσης όταν το δωμάτιο διεγείρεται από **α.** μία πηγή τοποθετημένη σε μια από τις γωνίες του χώρου και **β.** από δύο πηγές ίδιας μιγαδικής έντασης τοποθετημένες στις δύο γραμμές δεσμών της  $(2,0)$  ιδιομορφής.

Αυτός ο μηχανισμός μπορεί να γενικευτεί για τη βελτιστοποίηση της θέσης ενός οποιουδήποτε αριθμού από  $N$  πηγές. Θα αποδειχθεί ότι οι πηγές μπορούν να τοποθετηθούν έτσι ώστε η διέγερση όλων των ανεπιθύμητων αξονικών ιδιομορφών από την  $(0,1)$  έως την  $(0,2N-1)$  να αποφεύγεται εντελώς. Υποθέστε ότι  $2N$  πηγές είναι διαθέσιμες στο δωμάτιο,  $N$  σε κάθε πλευρά, με τις συντεταγμένες τους ως προς  $y$  να συμπίπτουν με τις  $N$  γραμμές δεσμών της  $(0,N)$  αξονικής ιδιομορφής. Η  $y$  συντεταγμένη για την  $n$  πηγή είναι ίση με  $(2n-1)Ly/2N$ , όπου  $Ly$  είναι το μήκος της πλευράς του δωματίου η οποία είναι κάθετη στην κατεύθυνση διάδοσης του επίπεδου κύματος. Ο βαθμός με τον οποίο η  $(0,m)$  ιδιομορφή διεγείρεται από μια πηγή με συντεταγμένη  $y$  είναι ανάλογος του  $\cos(m\pi y/Ly)$ . Σε πρώτη φάση μπορεί να αποδειχθεί εύκολα ότι με τη συγκεκριμένη κατανομή από σημειακές ηχητικές πηγές είναι δυνατόν να αποφευχθούν όλες οι ιδιομορφές από  $(0,1)$  έως  $(0,N-1)$ . Αυτό είναι ισοδύναμο με την απόδειξη της σχέσης

$$\sum_{n=1}^N \cos\left(m\pi \frac{2n-1}{2N}\right) f(n) = 0 \text{ για } m = 1, 2, \dots, N-1, \quad (4.7)$$

όπου  $f(n)=\text{const}$  είναι μια σταθερή συνάρτηση. Αν το  $n$  αντικατασταθεί από το  $\xi=n-1$  τότε η παραπάνω σχέση ταυτίζεται με τον διακριτό μετασχηματισμό συνημίτονου δεύτερης μορφής (DCT II) (Karagiannis 1991). Αυτό σημαίνει ότι η παραπάνω σχέση θα είναι ίση με το μηδέν για κάθε σταθερή συνάρτηση  $f(n)$ , το οποίο μεταφράζεται στο ότι όλες οι πρώτες  $N-1$  ανεπιθύμητες αξονικές ιδιομορφές θα ακυρώνονται εφόσον οι πηγές σε κάθε πλευρά οδηγούνται με ακριβώς το ίδιο μέτρο και φάση. Φυσικά, η  $(0,N)$  ιδιομορφή επίσης δεν θα διεγείρεται καθότι οι πηγές βρίσκονται ακριβώς πάνω στις θέσεις ελάχιστης ταλάντωσης

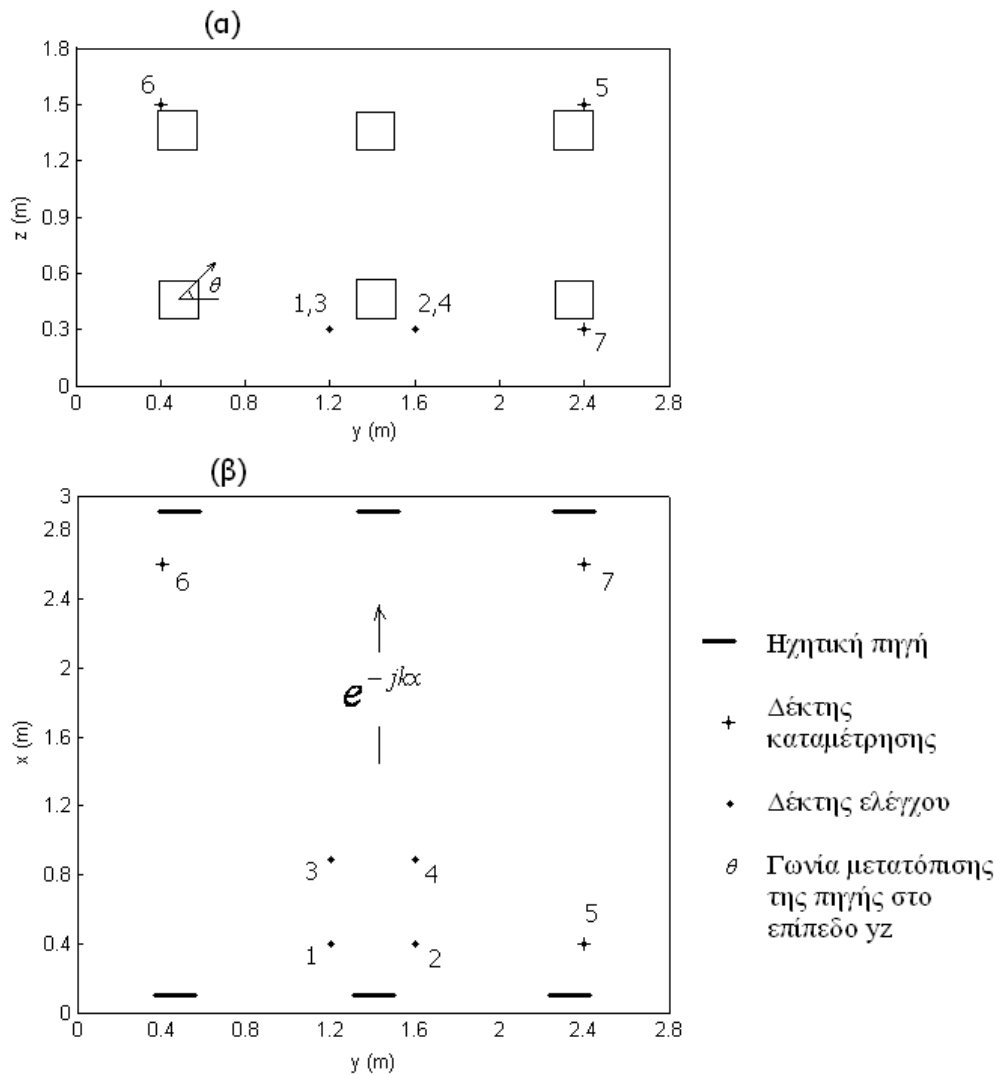


της. Μένει λοιπόν να αποδειχθεί ότι αυτό ισχύει και για τις υπόλοιπες ιδιομορφές από  $(0, N+1)$  έως  $(0, 2N-1)$ . Κάνοντας την αντικατάσταση  $m=2N-k$ , μένει να αποδειχθεί ότι αυτό ισχύει και για  $k=1, 2, \dots, N-1$  το οποίο φαίνεται από το γεγονός ότι

$$\sum_{n=1}^N \cos\left((2N-k)\pi \frac{2n-1}{2N}\right) = \sum_{n=1}^N -\cos\left(k\pi \frac{2n-1}{2N}\right) = 0, \quad (4.8)$$

λόγω της (4.7). Η ανάλυση λοιπόν δείχνει ότι η μικρότερη ανεπιθύμητη αξονική ιδιομορφή που διεγείρεται χειροτερεύοντας έτσι σημαντικά την ποιότητα της ισοστάθμισης είναι η  $(0, 2N)$ , ενώ ακολουθεί η  $(0, 4N)$ , η  $(0, 6N)$  κ.ο.κ. Προκύπτει επομένως μια άμεση σχέση μεταξύ του αριθμού των ηχητικών πηγών και της μέγιστης συχνότητας ισοστάθμισης μέσα στο χώρο.

Η παραπάνω επιχειρηματολογία για την τοποθέτηση των ηχητικών πηγών μπορεί να γενικευτεί και για την περίπτωση που η ισοστάθμιση απαιτείται να εκτείνεται στον όγκο ενός τρισδιάστατου δωματίου. Σε μια τέτοια περίπτωση, απαιτείται μια δισδιάστατη κατανομή από ηχητικές πηγές, τοποθετημένες πάνω στους τοίχους του δωματίου που είναι κάθετοι στη διεύθυνση διάδοσης τους επιθυμητού κύματος. Θεωρώντας ότι έχουμε  $N$  στήλες και  $M$  σειρές από ηχητικές πηγές και ότι η κατεύθυνση διάδοσης του επίπεδου κύματος είναι παράλληλα στον άξονα του  $x$ , ο παραπάνω κανόνας υπαγορεύει την τοποθέτησή τους ως εξής: Οι  $y$ - συντεταγμένες των ηχητικών πηγών θα πρέπει να ταυτίζονται με τις κομβικές επιφάνειες της  $(0, N, 0)$  ιδιομορφής και οι  $z$ - συντεταγμένες με τις κομβικές επιφάνειες της  $(0, 0, M)$  ιδιομορφής. Με άλλα λόγια, οι θέσεις των πηγών υπαγορεύονται από τα σημεία τομής των κομβικών επιπέδων των ιδιομορφών  $(0, N, 0)$  και  $(0, 0, M)$ . Κατ' αυτόν τον τρόπο, οι χαμηλότερες ανεπιθύμητες ιδιομορφές που θα αρχίσουν να διεγείρονται χειροτερεύοντας το αποτέλεσμα της ισοστάθμισης είναι η  $(0, 2N, 0)$  και η  $(0, 0, 2M)$ . Για να εξασφαλιστεί επομένως ότι η συγκεκριμένη κατανομή από ηχητικές πηγές αποτρέπει τη διέγερση των ανεπιθύμητων ιδιομορφών σε μια συνεχή περιοχή από συχνότητες, οι φυσικές συχνότητες ταλάντωσης των παραπάνω ιδιομορφών δεν θα πρέπει να απέχουν πολύ μεταξύ τους. Είναι φανερό επίσης ότι οι βέλτιστες θέσεις των ηχητικών πηγών μπορούν να οριστούν εύκολα μέσω της σημειογραφίας  $(0, N, M)$ .



**Σχήμα 4.14:** Διάταξη του συστήματος για ισοστάθμιση σε εκτεταμένη περιοχή ενός τρισδιάστατου ορθογώνιου δωματίου.

Ένα παράδειγμα για την επίδειξη της σημασίας αυτών των κανόνων τοποθέτησης παρουσιάζεται για το τρισδιάστατο δωμάτιο διαστάσεων  $3 \times 2.8 \times 1.8$  m του σχήματος 4.14. Έξι τετραγωνικές πιστονικές πηγές με μήκος πλευράς ίσο με 0.25 m τοποθετήθηκαν σε κάθε πλευρά του δωματίου σύμφωνα με τη σημειολογία (0,3,2). Στη συνέχεια, τα κέντρα των πηγών απομακρύνθηκαν από τις βέλτιστες θέσεις πάνω στο επίπεδο yz κατά μια ακτίνα 2 cm και κατά μήκος μιας γωνίας  $\theta$  που επιλέχθηκε τυχαία για κάθε πηγή. Αυτή η απόκλιση είχε ως σκοπό να φανερώσει τις συνέπειες ενός μικρού σφάλματος τοποθέτησης στην επίδοση της ισοστάθμισης. Σκοπός της διάταξης είναι η ισοστάθμιση του ηχητικού πεδίου σε μια συνεχή τρισδιάστατη περιοχή του χώρου. Επειδή το μέτρο και η φάση της διέγερσης των πηγών σε κάθε πλευρά δεν πρέπει να διαφέρει, αυτό σημαίνει ότι ουσιαστικά απαιτείται ο υπολογισμός δύο μόνο φίλτρων, ένα για κάθε εξάδα πηγών σε

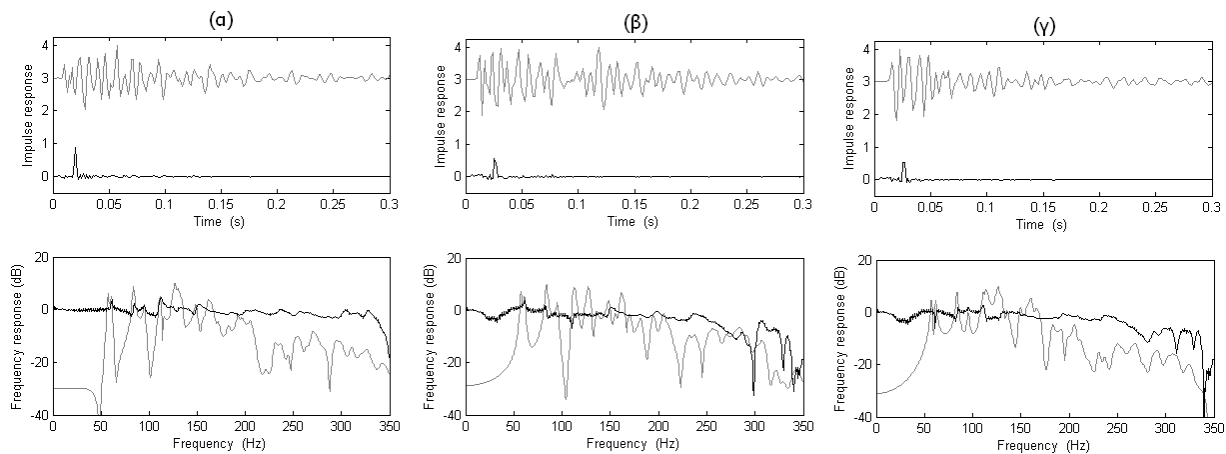
κάθε πλευρά. Για τον έλεγχο του ηχητικού πεδίου χρησιμοποιήθηκαν τέσσερις μόνο δέκτες ελέγχου τοποθετημένοι κοντά στον τοίχο  $x=0$  σύμφωνα με το σχήμα 4.14. Επίσης, τρεις δέκτες καταμέτρησης τοποθετήθηκαν στις τρεις από τις οκτώ γωνίες της περιοχής ισοστάθμισης. Η περιοχή ισοστάθμισης θεωρήθηκε ως ένας ορθογώνιος παραλληλεπίπεδος χώρος διαστάσεων  $2.2 \times 2.2 \times 1.2$  m, τοποθετημένος συμμετρικά εντός του δωματίου και οι θέσεις των δεκτών καταμέτρησης ήταν στα  $(0.4, 0.3, 1.5)$ ,  $(2.6, 2.5, 1.5)$  και  $(2.6, 0.3, 0.3)$  m.

Για την υλοποίηση της μελέτης στο πεδίο του χρόνου, οι πηγές μοντελοποιήθηκαν ως υψιπερατά αναλογικά φίλτρα πρώτης τάξης με έναν πόλο στα 100 Hz. Το εύρος συχνοτήτων που μελετήθηκε ήταν έως τα 350 Hz και συνεπώς η συχνότητα δειγματοληψίας επιλέχθηκε να είναι 700 Hz. Για τον υπολογισμό των διακριτών κρουστικών αποκρίσεων από τις πηγές στους δέκτες εκτιμήθηκαν οι συναρτήσεις μεταφοράς χρησιμοποιώντας το κλασικό μοντέλο στο πεδίο της συχνότητας, αθροίζοντας όλες τις ιδιομορφές ταλάντωσης του χώρου με ιδιοσυχνότητα έως 1200 Hz. Ένας συντελεστής απόσβεσης με τιμή 0.012 θεωρήθηκε ίδιος για όλες τις ιδιομορφές του χώρου. Οι συναρτήσεις μεταφοράς που προέκυψαν πολλαπλασιάστηκαν με την απόκριση βαθυπερατών αναλογικών Butterworth φίλτρων 14ης τάξης με συχνότητα αποκοπής 280 Hz, που μοντελοποίησαν φίλτρα μη αναδίπλωσης φάσματος, τα οποία χρησιμοποιούνται στην πράξη ώστε να αποφευχθεί το φαινόμενο της αναδίπλωσης (aliasing). Ακολουθώντας το αποτέλεσμα πολλαπλασιάστηκε με την απόκριση των πηγών, οι οποίες είχαν μοντελοποιηθεί ως υψιπερατά αναλογικά φίλτρα πρώτης τάξης, όπως αναφέρθηκε προηγουμένως. Οι διακριτές κρουστικές αποκρίσεις αποκτήθηκαν με την αντιστροφή του αποτελέσματος και αναπαραστάθηκαν από FIR φίλτρα 400 συντελεστών.

Το σήμα εισόδου θεωρήθηκε στο εύρος συχνοτήτων έως 350 Hz και σχεδιάστηκε ώστε να έχει τη συνάρτηση δέλτα ως συνάρτηση αυτοσυσχέτισης. Το σήμα εισόδου φιλτραρίστηκε από ένα φίλτρο μη αναδίπλωσης φάσματος το οποίο μοντελοποιήθηκε ως ένα βαθυπερατό αναλογικό Butterworth φίλτρο 14ης τάξης με συχνότητα αποκοπής 280 Hz, ώστε να αποφευχθεί το φαινόμενο της αναδίπλωσης.

Τα φίλτρα ισοστάθμισης ήταν FIR φίλτρα 90 συντελεστών, και επειδή ήταν επιθυμητή η ισοστάθμιση με την παραγωγή ενός επίπεδου κύματος, το οδεύον επίπεδο ηχητικό κύμα δημιουργήθηκε εφαρμόζοντας καθυστερήσεις 30 δειγμάτων για τον υπολογισμό των επιθυμητών ηχητικών σημάτων στους δέκτες ελέγχου 1 και 2 και πρόσθετης καθυστέρησης ενός δείγματος στους δέκτες ελέγχου 3 και 4. Η σχετική καθυστέρηση του

ενός δείγματος αντιστοιχεί στο χρόνο που χρειάζεται το ηχητικό κύμα για να διαδοθεί από τη μία σειρά δεκτών στην επόμενη.



**Σχήμα 4.15:** Κρουστική απόκριση και απόκριση συχνότητας πριν (- -) και μετά (—) την ισοστάθμιση **α.** για το δέκτη καταμέτρησης 5, **β.** για το δέκτη καταμέτρησης 6 και **γ.** για το δέκτη καταμέτρησης 7. Οι αποκρίσεις πριν την ισοστάθμιση προέκυψαν διεγείροντας με τις δύο πηγές στο  $(0.1, Ly/6, 3Lz/4)$  και στο  $(0.1, 5Ly/6, 3Lz/4)$  m.

Το αποτέλεσμα της ισοστάθμισης φαίνεται στο σχήμα 4.15 όπου απεικονίζονται οι κρουστικές αποκρίσεις και οι αποκρίσεις συχνότητας στους τρεις δέκτες καταμέτρησης πριν και μετά την ισοστάθμιση. Οι αποκρίσεις πριν την ισοστάθμιση προέκυψαν διεγείροντας με τις δύο πηγές στο  $(0.1, Ly/6, 3Lz/4)$  και στο  $(0.1, 5Ly/6, 3Lz/4)$  m. Από τα αποτελέσματα φαίνεται ότι η ισοστάθμιση επέτυχε να απομακρύνει σε ένα μεγάλο βαθμό τις διακυμάνσεις της ηχητικής πίεσης. Από το ίδιο σχήμα επίσης φαίνεται ότι η κρουστική απόκριση του συστήματος προσεγγίζει τη συνάρτηση ενός καθυστερημένου μοναδιαίου παλμού. Αυτό οφείλεται στη εισαγωγή καθυστέρησης 30 δειγμάτων που είναι απαραίτητη ώστε να ληφθεί υπόψιν ο περιορισμός της αιτιότητας (Nelson 1995). Παρόμοιες αποκρίσεις συχνότητας και μοναδιαίου παλμού προέκυψαν και για άλλα σημεία εντός της περιοχής ισοστάθμισης. Να σημειωθεί ότι οι κορυφές στις κρουστικές αποκρίσεις των δεκτών καταμέτρησης 6 και 7 εμφανίζονται ψαλιδισμένες διότι η χρονική καθυστέρηση που αντιστοιχεί στο χρόνο διάδοσης της διαταραχής από τους πρώτους δύο δέκτες ελέγχου στους εν λόγω δέκτες δεν αντιστοιχεί σε ακέραιο αριθμό δειγμάτων.

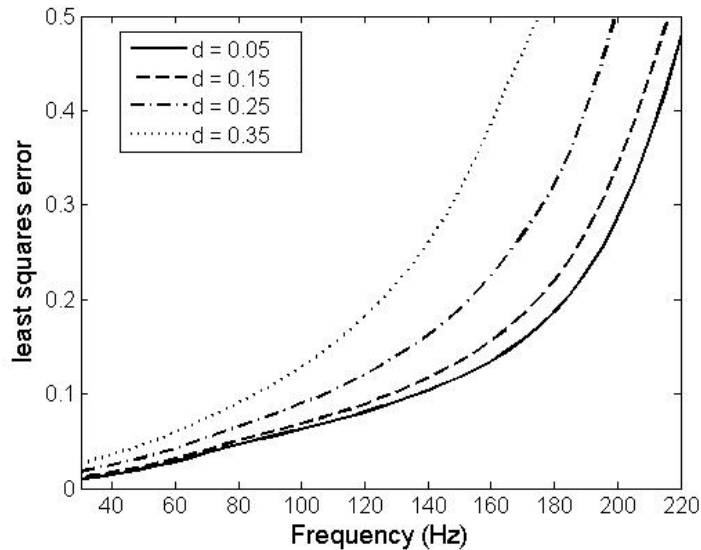
Από μια λεπτομερέστερη εξέταση της απόκρισης συχνότητας στους δέκτες καταμέτρησης φαίνεται ότι δεν αποφεύγονται εντελώς κάποιες μικρές διακυμάνσεις στο μέτρο της ηχητικής πίεσης. Αυτές οι κορυφές φαίνεται ότι συμπίπτουν με κάποιες από τις ιδιομορφές του χώρου, και οφείλονται στη μικρή απόκλιση των κέντρων των ηχητικών πηγών από

την ιδανική τους θέση. Παρατηρήθηκε ότι οι παραπάνω διακυμάνσεις εξαλείφονταν εντελώς όταν οι πηγές ήταν ακριβώς τοποθετημένες στις βέλτιστες θέσεις και ότι οι διακυμάνσεις αυξάνονταν ανάλογα με την ακτίνα απομάκρυνσης. Επίσης, παρατηρήθηκε ότι οι εν λόγω διακυμάνσεις ήταν αντιστρόφως ανάλογες του συντελεστή απόσβεσης. Η μικρή αλλά όχι ασήμαντη αυτή αστοχία στις θέσεις των ηχητικών πηγών σχετίζεται επίσης με τη μείωση της μέγιστης συχνότητας ισοστάθμισης, γύρω στα 250 Hz στο σχήμα 4.15, τη στιγμή που για την ακριβή τοποθέτηση η μέγιστη συχνότητα μέχρι την οποία παρατηρήθηκε μια επίπεδη απόκριση συχνότητας ήταν γύρω στα 350 Hz. Αυτή η συχνότητα είναι αρκετά κοντά στην ιδιοσυχνότητα που αντιστοιχεί στην (0,6,0) ιδιομορφή του χώρου η οποία είναι ίση με 369 Hz.

Είναι λοιπόν φανερό ότι η επιτυχία του συστήματος ισοστάθμισης οφείλεται στην εκ φύσεως ακύρωση των  $y$ - και  $z$ - ανεπιθύμητων αξονικών ιδιομορφών του χώρου. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την ακύρωση της τρισδιάστατης φύσης του ηχητικού πεδίου και τη μετάβαση σε ένα μονοδιάστατο ηχητικό πεδίο όπου μέχρι κάποια συχνότητα, μόνο οι επιθυμητές  $x$ - αξονικές ιδιομορφές είναι παρούσες μέσα στο χώρο. Κατ' αυτόν τον τρόπο, λίγοι μόνο δέκτες ελέγχου τοποθετημένοι σε ένα μικρό τμήμα του χώρου είναι ικανοί για την ισοστάθμιση του ηχητικού πεδίου σε όλη την περιοχή ισοστάθμισης. Παρατηρήθηκε ότι ακόμα και με δύο μόνο δέκτες ελέγχου, για παράδειγμα με τους δέκτες 1 και 3, ήταν δυνατόν να επιτευχθεί η ίδια ποιότητα ισοστάθμισης. Η προσέγγιση που παρουσιάστηκε εδώ οδήγησε σε σημαντική απλοποίηση του προβλήματος έναντι άλλων προσεγγίσεων που έχουν ακολουθηθεί στη βιβλιογραφία (Santillan 2001 και 2007, Sarris 2004 και Stefanakis 2008) και οδήγησε όχι μόνο στην αύξηση της μέγιστης συχνότητας ισοστάθμισης αλλά και στη σημαντική αύξηση της χωρικής ευρωστίας του συστήματος.

Αντίθετα από ότι με τις ανεπιθύμητες ιδιομορφές, η δυνατότητα διέγερσης των επιθυμητών ιδιομορφών είναι σημαντική προϋπόθεση για την επιτυχία της ισοστάθμισης. Στο ίδιο δισδιάστατο δωμάτιο με αυτό των προηγούμενων υποενοτήτων θεωρήθηκαν τέσσερις πηγές τοποθετημένες στο  $(d, Ly/4)$ ,  $(d, 3Ly/4)$ ,  $(L-d, Ly/4)$  και  $(L-d, 3Ly/4)$  m, όπου με  $d$  συμβολίζεται η απόσταση των πηγών από τους πλησιέστερους τοίχους στο  $x=0$  και  $x=Lx$  m. Οι πηγές δηλαδή είναι βέλτιστα τοποθετημένες σύμφωνα με τη σημειογραφία (0,2) και η απόστασή τους από τον πλησιέστερο τοίχο ήταν δυνατό να μεταβάλλεται από  $d=0.05$  έως  $d=0.35$  m. Το  $E_{LS}$  συναρτήσεως της συχνότητας για τέσσερις διαφορετικές τιμές του  $d$  υπολογίστηκε πάνω στους 372 δέκτες ελέγχου που κάλυπταν όλη την περιοχή ισοστάθμισης και απεικονίζεται στο σχήμα 4.16. Είναι φανερό ότι όσο πιο κοντά βρίσκονται οι πηγές στο όριο του δωματίου τόσο περισσότερο επιδρούν με τις επιθυμητές

ιδιομορφές. Το σφάλμα αναπαραγωγής αυξάνεται για μεγαλύτερες αποστάσεις διότι οι πηγές πρέπει να οδηγηθούν με μεγαλύτερη ένταση ώστε να διεγείρουν τις επιθυμητές ιδιομορφές στον απαραίτητο βαθμό και αυτό οδηγεί αναπόφευκτα στη διέγερση και των ανεπιθύμητων ιδιομορφών.



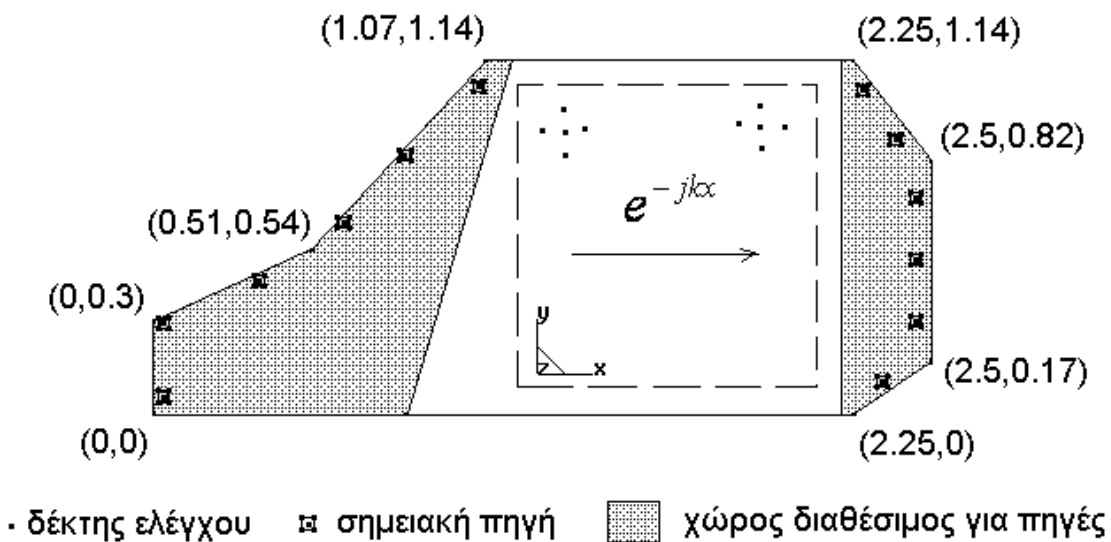
**Σχήμα 4.16:** Μεταβολή του σφάλματος ισοστάθμισης για τέσσερις διαφορετικές αποστάσεις των ηχητικών πηγών από τον κοντινότερο κάθετο στη διεύθυνση διάδοσης του επίπεδου κύματος τοίχο του δωματίου.

#### 4.2.4 Τοποθέτηση πηγών για ισοστάθμιση στην καμπίνα ενός αυτοκινήτου

Είναι φανερό ότι η ισοστάθμιση με την αναπαραγωγή επίπεδου κύματος είναι πολύ βολική για το ορθογώνιο δωμάτιο. Επίσης, η ανάλυση σχετικά με τη βέλτιστη τοποθέτηση των πηγών για αυτό το σκοπό γίνεται άμεσα λόγω της συμμετρίας του χώρου και της ιδιαίτερης φύσης των ιδιομορφών του. Σε αυτήν την ενότητα η περίπτωση μιας δισδιάστατης καμπίνας αυτοκινήτου εξετάζεται με τη χρήση των συνοριακών στοιχείων (BEM). Οι συναρτήσεις μεταφοράς από τα ακουστικά μονόπολα στους δέκτες υπολογίζονται μέσω BEM, σύμφωνα με την ανάλυση που γίνεται στο Παράρτημα. Αν και η BEM δεν έχει καμία σχέση με την προηγούμενη αναλυτική μέθοδο της άθροισης των ιδιομορφών, αναμένεται ότι η ακουστική συμπεριφορά του χώρου παραμένει εξαρτώμενη από τις ιδιομορφές του και επομένως μια ανάλυση ως προς αυτές μπορεί να αποκαλύψει χρήσιμα συμπεράσματα για την τοποθέτηση των πηγών, τουλάχιστον για τις χαμηλές συχνότητες.

Μια δισδιάστατη καμπίνα ενός αυτοκινήτου μοντελοποιείται με διαστάσεις σύμφωνα με το σχήμα 4.17. Ένας αριθμός από 495 γραμμικά στοιχεία χρησιμοποιήθηκε για την

διακριτοποίηση της επιφάνειάς του συνόρου της καμπίνας και σε όλα αποδόθηκε μια αρκετά μεγάλη τιμή ακουστικής εμπέδησης η οποία αντιστοιχεί στην περίπτωση μιας σκληρής επιφάνειας. Σκοπός της ανάλυσης εδώ είναι η διερεύνηση της μεταβολής της ποιότητας της ισοστάθμισης σε σχέση με τη θέση δύο ακουστικών πηγών που βρίσκονται απέναντι η μία από την άλλη, κάθε μια σε μία από τις δύο γραμμοσκιασμένες περιοχές του σχήματος 4.17. Σαν περιοχή ακρόασης μπορεί να λαμβάνεται ολόκληρη η περιοχή ή κάποιο τμήμα αυτής εντός του ορθογωνίου που απεικονίζεται με τη διακεκομμένη γραμμή. Το κριτήριο για το χαρακτηρισμό της καταλληλότητας της θέσης των πηγών είναι και πάλι η μεταβολή του μέσου σφάλματος ελαχίστων τετραγώνων ( $\tilde{E}_{LS}$ ) όπως αυτό διαμορφώνεται για κάποιο άνω φραγμένο εύρος συχνοτήτων.



**Σχήμα 4.17:** Γεωμετρία του κλειστού χώρου και διάταξη του συστήματος για τη μελέτη της ισοστάθμισης στη διαδιάστατη καμπίνα ενός αυτοκινήτου.

Το αποτέλεσμα της ισοστάθμισης σε αυτήν την πρώτη προσομοίωση εξετάζεται σε δύο μικρά τμήματα της καμπίνας όπου το καθένα αποτελείται από πέντε δέκτες οι οποίοι συμβολίζονται με τις μαύρες τελείες στο σχήμα 4.17. Μόνο μια εκ των έξι πηγών αριστερά και δεξιά της καμπίνας μπορεί να είναι ενεργή κάθε φορά, ενώ το αποτέλεσμα της ισοστάθμισης εξετάζεται για δύο διαφορετικά επιθυμητά σήματα. Το πρώτο σήμα είναι σταθερού μέτρου και φάσης ενώ το δεύτερο αντιστοιχεί σε αυτό ενός επίπεδου κύματος που οδεύει παράλληλα προς τον άξονα του  $x$  ως  $e^{-jkx_m}$ , όπου  $x_m$  είναι η  $x$ - συντεταγμένη του  $m$  δέκτη ελέγχου και  $k$  ο κυματικός αριθμός. Όλοι οι 36 συνδυασμοί των πηγών εξετάζονται και το  $\tilde{E}_{LS}$  υπολογίζεται για 80 διαφορετικές συχνότητες από τα 60 έως τα 257.5 Hz με βήμα 2.5 Hz. Οι τιμές του  $\tilde{E}_{LS}$  φαίνονται στον Πίνακα 4.2 για το σήμα

σταθερού πλάτους και φάσης και στον Πίνακα 4.3 για το σήμα που αντιστοιχεί στο επίπεδο κύμα. Ο αριθμός της γραμμής και της στήλης σε κάθε πίνακα ταυτίζονται με τον αύξοντα αριθμό κάθε πηγής αριστερά και δεξιά αντίστοιχα, όπως αυτές διατάσσονται από τα κάτω προς τα πάνω (βλ. σχήμα 4.17).

Συγκρίνοντας τους πίνακες 4.2 και 4.3 γίνεται φανερό ότι η ισοστάθμιση με την αναπαραγωγή του επιπέδου κύματος είναι πιο αποτελεσματική από αυτή που επιτυγχάνεται με το σήμα σταθερής φάσης. Η ελάχιστη τιμή του  $\tilde{E}_{LS}$  που παρατηρείται στον Πίνακα 4.3 είναι 0.085 και αντιστοιχεί στο ζευγάρι πηγών (4,3). Ο συγκεκριμένος συνδυασμός πηγών δεν είναι τυχαίος. Οι πρώτες οκτώ ιδιομορφές της καμπίνας εντοπίστηκαν με τη χρήση ενός γνωστού πακέτου ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων (FEMLAB) και η χωρική κατανομή της ακουστικής πίεσης απεικονίζεται σε λογαριθμική κλίμακα στο σχήμα 4.18.

		Δεξιές πηγές						
		1	2	3	4	5	6	
συντεταγμένες		(2.34,0.11)	(2.45,0.30)	(2.45,0.50)	(2.45,0.70)	(2.39,0.88)	(2.28,2.04)	
Αριστερές πηγές	1	(0.03,0.06)	0,235	0,240	0,260	0,204	0,240	0,274
	2	(0.03,0.29)	0,233	0,239	0,258	0,203	0,237	0,271
	3	(0.34,0.43)	0,179	0,214	0,321	0,171	0,150	0,192
	4	(0.61,0.62)	0,225	0,235	0,313	0,305	0,245	0,240
	5	(2.80,0.82)	0,165	0,178	0,262	0,256	0,252	0,255
	6	(2.05,2.06)	0,194	0,230	0,294	0,273	0,263	0,263

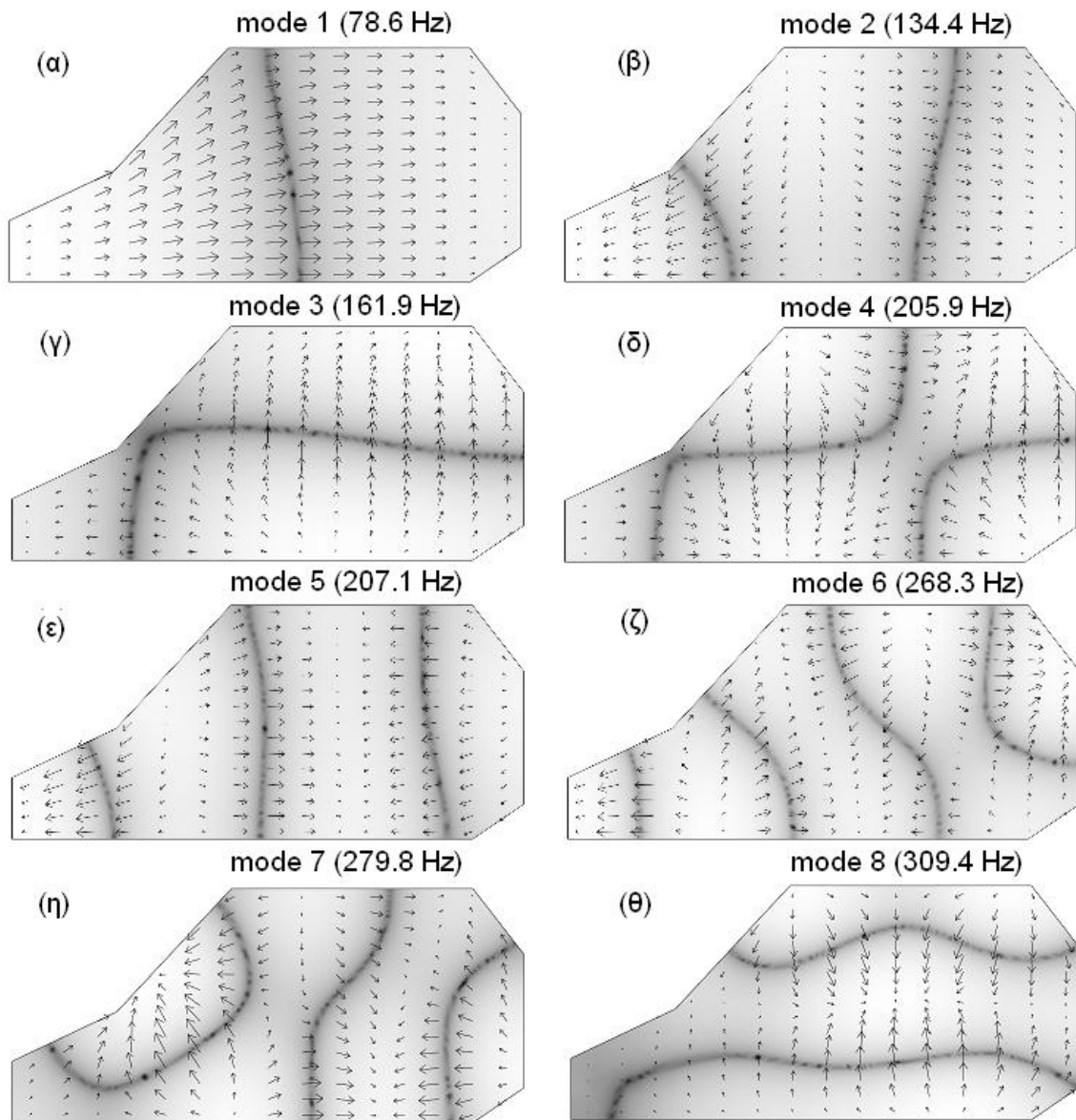
**Πίνακας 4.2:** Το μέσο τετραγωνικό σφάλμα ισοστάθμισης για όλους τους συνδυασμούς αριστερών και δεξιών πηγών για επιθυμητό σήμα σταθερού πλάτους και φάσης.

		Δεξιές πηγές						
		1	2	3	4	5	6	
συντεταγμένες		(2.34,0.11)	(2.45,0.30)	(2.45,0.50)	(2.45,0.70)	(2.39,0.88)	(2.28,2.04)	
Αριστερές πηγές	1	(0.03,0.06)	0,134	0,141	0,124	0,115	0,137	0,161
	2	(0.03,0.29)	0,131	0,141	0,125	0,115	0,136	0,160
	3	(0.34,0.43)	0,115	0,110	0,121	0,138	0,145	0,167
	4	(0.61,0.62)	0,162	0,147	0,085	0,204	0,176	0,177
	5	(2.80,0.82)	0,148	0,135	0,128	0,188	0,219	0,236
	6	(2.05,2.06)	0,156	0,160	0,181	0,214	0,232	0,238

**Πίνακας 4.3:** Το μέσο τετραγωνικό σφάλμα ισοστάθμισης για όλους τους συνδυασμούς αριστερών και δεξιών πηγών για σήμα σταθερού πλάτους και μεταβλητής φάσης (επίπεδο κύμα).



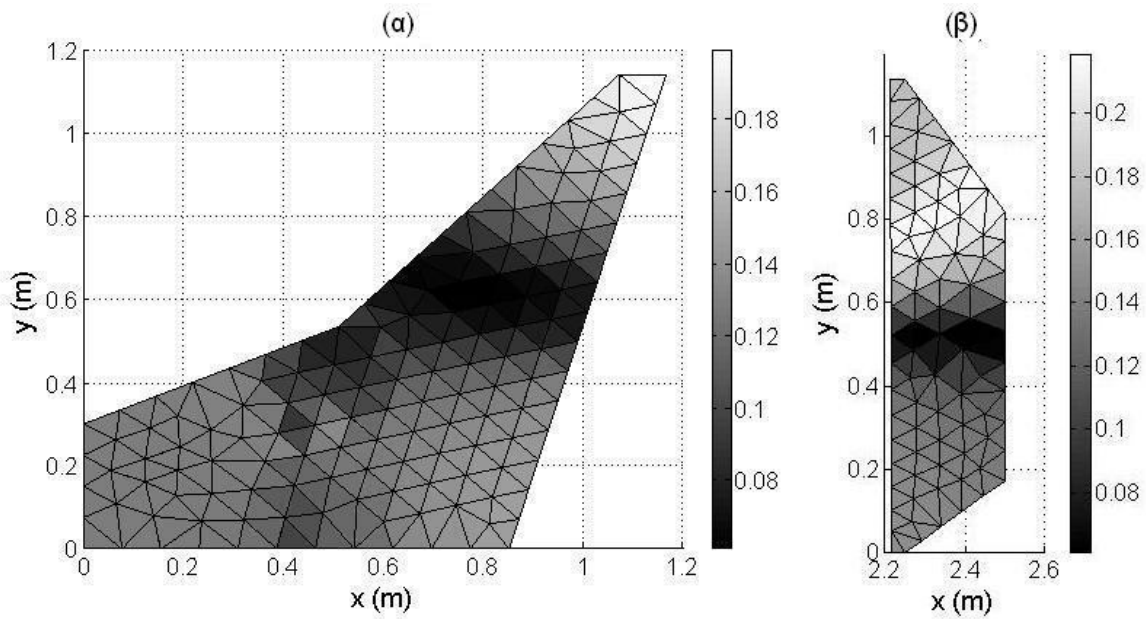
Από το σχήμα 4.18 φαίνεται ότι παρόμοια με το ορθογώνιο δωμάτιο οι ιδιομορφές 1, 2, 5, 6 και 7 τείνουν να ευνοήσουν τη διάδοση του επίπεδου κύματος στη συγκεκριμένη κατεύθυνση ενώ η 3 και η 8 ιδιομορφή φαίνεται να αντιτίθενται σε αυτή τη διάδοση. Δημιουργείται λοιπόν η υποψία ότι το συγκεκριμένο ζεύγος πηγών επιτυγχάνει μικρότερο σφάλμα ισοστάθμισης διότι η τέταρτη και η τρίτη πηγή αριστερά και δεξιά της καμπίνας αντίστοιχα βρίσκονται πλησιέστερα από ότι οι άλλες πηγές στις θέσεις ελάχιστης ταλάντωσης μιας ανεπιθύμητης ιδιομορφής (mode 3). Μια πιο πειστική ωστόσο απόδειξη αυτής της εικασίας φαίνεται στην ακόλουθη παράγραφο.



**Σχήμα 4.18:** Διακύμανση της ακουστικής πίεσης (σε dB) για τις οκτώ πρώτες ιδιομορφές της καμπίνας.

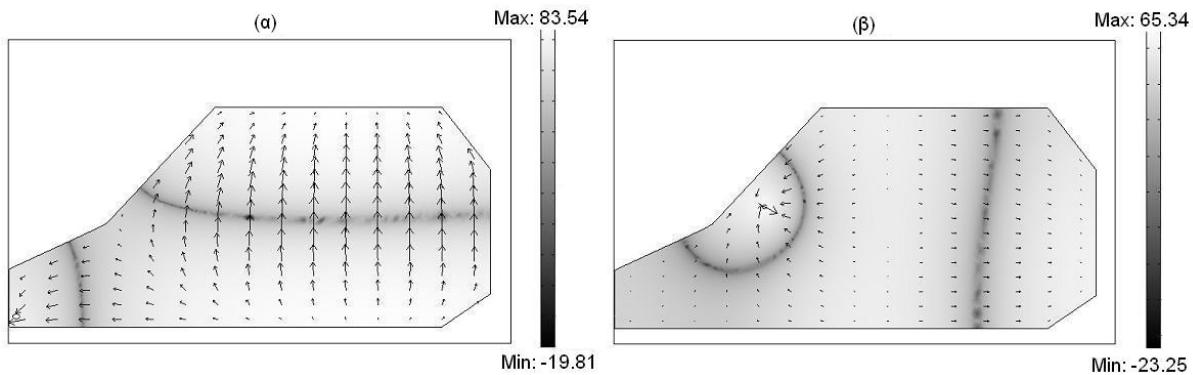
Το αποτέλεσμα της ισοστάθμισης με επίπεδο κύμα εξετάζεται εξαντλητικά μετακινώντας την αριστερή πηγή σε όλες τις θέσεις εντός της αριστερής γραμμοσκιασμένης περιοχής και κρατώντας τη θέση της δεξιάς πηγής σταθερή σε κάποιο σημείο. Η διαδικασία αυτή μετά αντιστρέφεται για τη διερεύνηση στο δεξί μέρος της καμπίνας. Συνολικά, η διερεύνηση έγινε για 236 και 125 διαφορετικές θέσεις αριστερά και δεξιά της καμπίνας αντίστοιχα, στα κέντρα βάρους ενός ίσου αριθμού από τρίγωνα που δημιουργήθηκαν καλύπτοντας τις δύο γραμμοσκιασμένες περιοχές του σχήματος 4.17. Η διερεύνηση στο αριστερό τμήμα της καμπίνας έγινε με τη δεξιά πηγή τοποθετημένη στο (2.5, 0.5) m. Αυτή η επιλογή έγινε με βάση το γεγονός ότι σε αυτή τη θέση εξασφαλίζεται η διέγερση των επιθυμητών ιδιομορφών (1, 2, 5 και 6) ενώ ταυτόχρονα η θέση βρίσκεται κοντά στη γραμμή ελάχιστης ταλάντωσης της τρίτης ιδιομορφής.

Η επιθυμητή πίεση σε κάθε δέκτη καθορίστηκε με βάση τις τιμές της ηχητικής πίεσης ενός επίπεδου κύματος οδεύοντος παράλληλα στο  $x$ - άξονα και οι τιμές του  $E_{LS}$  υπολογίστηκαν για όλες τις συχνότητες από 60 έως 340 Hz με βήμα 2.5 Hz. Αυτό που ουσιαστικά απεικονίζεται στο σχήμα 4.19(α) είναι η χωρική μεταβολή του μέσου τετραγωνικού σφάλματος όπως προέκυψε για τις 71 πρώτες συχνότητες έως τα 235 Hz όταν μια σημειακή βρίσκεται στο κέντρο βάρους κάθε τριγώνου στην αριστερή γραμμοσκιασμένη περιοχή ενώ η δεξιά σημειακή πηγή βρίσκεται στην καθορισμένη θέση που αναφέρθηκε προηγουμένως. Σε μια παρόμοια διαδικασία, η χωρική μεταβολή του  $\tilde{E}_{LS}$  υπολογίστηκε για τις ίδιες συχνότητες στο δεξί τμήμα της καμπίνας, με την αριστερή σημειακή πηγή τοποθετημένη στο (0.73, 0.61) m, τη θέση για την οποία η τιμή του  $\tilde{E}_{LS}$  ήταν ελάχιστη για την πρώτη διερεύνηση. Συγκρίνοντας το σχήμα 4.19 με την κατανομή της ηχητικής πίεσης στο σχήμα 4.18(γ) φαίνεται ότι οι σκούρες περιοχές της ελάχιστου σφάλματος ισοστάθμισης συμπίπτουν με τα σημεία ελάχιστης ταλάντωσης της τρίτης ιδιομορφής επιβεβαιώνοντας έτσι το χαρακτηρισμό της ως ανεπιθύμητης. Μπορεί να παρατηρήσει κανείς ένα λόγο της τάξης του 3:1 και 4:1 στις τιμές του  $\tilde{E}_{LS}$  μεταξύ των καλών και των κακών θέσεων στο αριστερό και το δεξί τμήμα της καμπίνας αντίστοιχα.

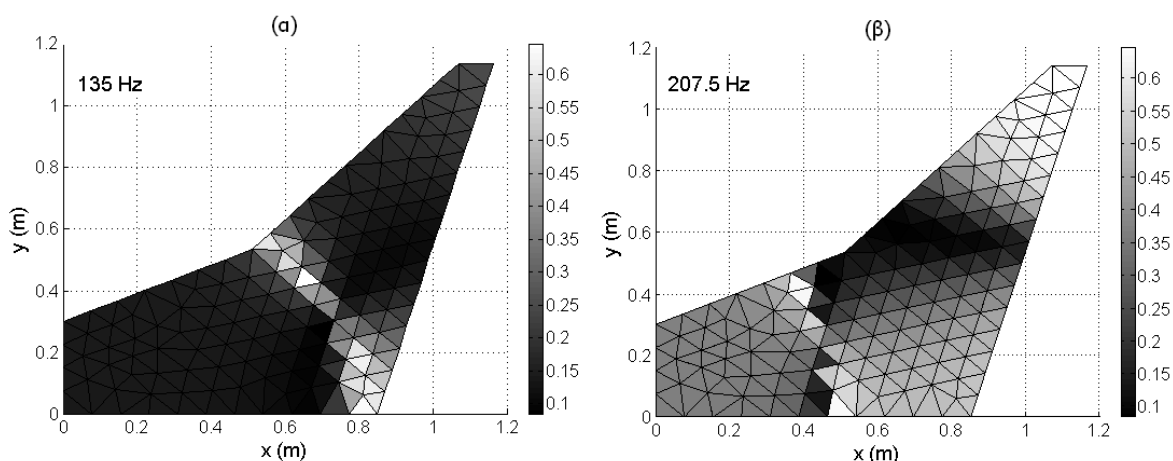


**Σχήμα 4.19:** Χωρική μεταβολή του μέσου τετραγωνικού σφάλματος ισοστάθμισης συναρτήσει της θέσης της ηχητικής πηγής **α.** αριστερά και **β.** δεξιά της καμπίνας.

Τα προτερήματα από την αποφυγή διέγερσης της τρίτης ιδιομορφής φαίνονται επίσης στο σχήμα 4.20, όπου η χωρική μεταβολή της πίεσης στα 160 Hz απεικονίζεται όταν η καμπίνα διεγείρεται από μία σημειακή πηγή σε δύο διαφορετικές θέσεις, στο (0.1 0.1) m στο σχήμα 4.20 (α) και στο (0.78, 0.63) m στο σχήμα 4.20(β). Αντίθετα με την περίπτωση του επίπεδου κύματος, η τοποθέτηση των πηγών στα σημεία ελάχιστης ταλάντωσης της τρίτης ιδιομορφής δε θα ήτανε καλή τακτική αν επιλεγόταν σήμα σταθερής φάσης για την ισοστάθμιση. Αυτό φαίνεται στον πίνακα 3, απ' όπου μπορεί να διαπιστωθεί ότι οι τιμές του  $\tilde{E}_{LS}$  είναι μέγιστες για τα ζευγάρια (4,3) και (3,3) μεταξύ των άλλων συνδυασμών.



**Σχήμα 4.20:** Διακύμανση της ηχητικής πίεσης (σε dB) όταν η καμπίνα διεγείρεται από μία ακουστική πηγή τοποθετημένη **α.** στην κάτω αριστερή γωνία και **β.** κοντά σε ένα από τα σημεία ελάχιστης ταλάντωσης της τρίτης ιδιομορφής.



**Σχήμα 4.21:** Χωρική μεταβολή του μέσου τετραγωνικού σφάλματος ισοστάθμισης συναρτήσει της θέσης της ηχητικής πηγής αριστερά της καμπίνας **α.** στα 135 Hz και **β.** στα 207.5 Hz.

Παρόμοια με το σχήμα 4.19, η χωρική διακύμανση του τετραγωνικού σφάλματος ισοστάθμισης φαίνεται στο σχήμα 4.21 για δύο διακριτές συχνότητες αυτή τη φορά, στα 135 Hz και 207.5Hz, οι οποίες αντιστοιχούν στην 2<sup>η</sup> και 5<sup>η</sup> ιδιοσυχνότητα του χώρου. Από το σχήμα 4.21(α) φαίνεται ότι η τοποθέτηση της αριστερής πηγής κοντά στην κομβική γραμμή της δεύτερης ιδιομορφής κοντά στα πόδια του οδηγού οδηγεί σε ραγδαία χειροτέρευση της ισοστάθμισης. Αυτό επιβεβαιώνει ότι η δεύτερη ιδιομορφή είναι όντως επιθυμητή και επομένως η ηχητική πηγή δεν πρέπει να βρίσκεται στα σημεία ελάχιστης ταλάντωσής της. Από το σχήμα 4.21(β) φαίνεται καθαρά η βελτίωση που αποκομίζεται από την τοποθέτηση της πηγής στην κομβική γραμμή της ανεπιθύμητης ιδιομορφής, γεγονός που φανερώνει ότι η τρίτη ιδιομορφή είναι ακόμα κυρίαρχη στα 207.5 Hz.

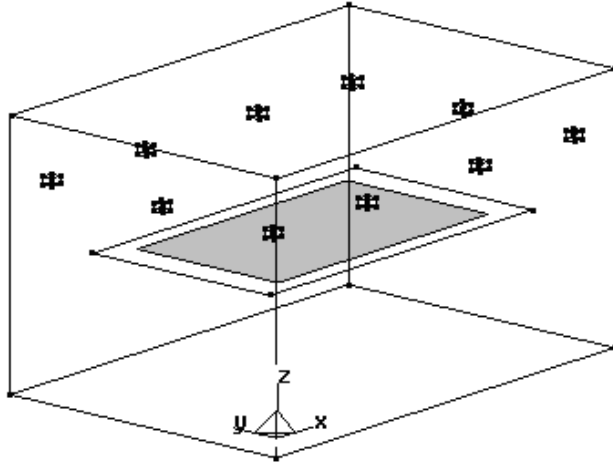
Αξίζει να σημειωθεί ότι επιπλέον προσομοιώσεις που έγιναν για διαφορετικές θέσεις των δεκτών δεν παρουσίασαν σημαντική μετακίνηση των σκούρων περιοχών του σχήματος 4.19 για το παραπάνω εύρος συχνοτήτων. Ωστόσο, για συχνότητες άνω των 235 Hz μια τάση για μετακίνηση των βέλτιστων περιοχών γίνεται φανερή. Είναι λογικό ότι πέρα κάποιας συχνότητας η καταστολή της τρίτης ιδιομορφής παύει να είναι σημαντικός παράγοντας για τη βελτίωση της ισοστάθμισης. Παρατηρήθηκε επίσης ότι με την αύξηση της συχνότητας οι ιδανικές περιοχές τοποθέτησης είναι πιο ευαίσθητες στη θέση των δεκτών όσο και στην αρχική επιλογή για την τοποθέτηση της σταθερής πηγής στα αριστερά ή στα δεξιά της καμπίνας. Ωστόσο, με την αύξηση της πυκνότητας των ιδιομορφών, οι διακυμάνσεις στην απόκριση συχνότητας μειώνονται και η ανάγκη για

ισοστάθμιση παύει να είναι το ίδιο επιτακτική με την περίπτωση των χαμηλών συχνοτήτων.

Φαίνεται λοιπόν ότι τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την ανάλυση στο ορθογώνιο δωμάτιο επιβεβαιώνονται και στην περίπτωση κλειστού χώρου αυθαίρετης γεωμετρίας: από στιγμή που οι ιδιομορφές του χώρου κατηγοριοποιούνται σε επιθυμητές και ανεπιθύμητες, οι ηχητικές πηγές καλό είναι να βρίσκονται σε θέσεις που επιτρέπουν τη διέγερση των πρώτων αλλά αποφεύγουν τη διέγερση των τελευταίων.

#### **4.2.5 Τοποθέτηση πηγών για αναπαραγωγή ηχητικού πεδίου**

Είναι φανερό ότι αν το ζήτημα εξεταστεί από την πλευρά της ηχητικής αναπαραγωγής, τότε ο έλεγχος του πεδίου θα έπρεπε να εξεταστεί για όλες τις πιθανές κατευθύνσεις διάδοσης του κύματος. Ταυτόχρονα, για να επιτευχθεί κάτι τέτοιο, θα έπρεπε να τοποθετηθούν επιπλέον πηγές περιμετρικά της περιοχής ακρόασης. Μια ικανή τέτοια διάταξη παρουσιάζεται στο σχήμα 4.22 όπου το σύστημα εξετάζεται ως προς τη δημιουργία πανοραμικής ηχητικής εικόνας σε μια δισδιάστατη περιοχή ακρόασης που βρίσκεται σε κάποιο ύψος  $z=z_c$ . Για να γίνει αυτό κατορθωτό, μια σημαντική προϋπόθεση είναι απαραίτητη. Ότι πάνω σε όλη την περιοχή ακρόασης το σύστημα έχει κατορθώσει να εξουδετερώσει τα στάσιμα κύματα, δηλαδή τη χαρακτηριστική επίδραση των ιδιομορφών στο ηχητικό πεδίο του χώρου και ότι έχει εξασφαλίσει μια φαινομενικά φυσική ροή ενέργειας κατά τη φορά της κατεύθυνσης αναπαραγωγής. Για το συγκεκριμένο τρισδιάστατο σχήμα που εξετάζεται είναι φανερό ότι εκτός των άλλων, το σύστημα πρέπει να αντιμετωπίσει τις κατακόρυφες αξονικές και εφαπτομενικές ιδιομορφές που δημιουργούνται λόγω των ανακλάσεων από το πάτωμα και το ταβάνι. Δεδομένης της παραλληλίας αυτών των δύο επιπέδων, τα μέτρα που μπορούν να ληφθούν για την καταστολή της επίδρασης αυτών των ιδιομορφών στην περιοχή ακρόασης παραπέμπουνε στη δισδιάστατη ανάλυση που προηγήθηκε στην παράγραφο 4.2.1. Έτσι για παράδειγμα, είναι δυνατόν να αποτρέψουμε την επίδραση των δύο πρώτων κατακόρυφων αξονικών ιδιομορφών  $(0,0,1)$  και  $(0,0,2)$  με την τοποθέτηση των ηχητικών πηγών και του επιπέδου ακρόασης στο  $3Lz/4$  και  $Lz/2$  αντίστοιχα. Για την περίπτωση που η περιοχή ακρόασης είναι τρισδιάστατη και επεκτείνεται καθ' όλο το ύψος του δωματίου τότε προφανώς η χρήση περισσότερων επιπέδων από πηγές είναι απαραίτητη και η ανάλυση που προηγήθηκε στην παράγραφο 4.2.3 θα είναι κατατοπιστική για την επιλογή του ύψους τοποθέτησης των ηχητικών πηγών.



**Σχήμα 4.22:** Τοποθέτηση πηγών σε ορθογώνιο δωμάτιο για την αναπαραγωγή ηχητικού πεδίου σε ένα δισδιάστατο επίπεδο ακρόασης. Οι πηγές είναι τοποθετημένες στο  $3Lz/4$  ενώ το επίπεδο ακρόασης, αναπαριστώμενο με τη γκριζα σκιασμένη περιοχή, βρίσκεται στο  $Lz/2$ .

### 4.3 Στάθμιση ισχύος

Η ισοστάθμιση του ηχητικού πεδίου σε μια εκτεταμένη συνεχή περιοχή ενός κλειστού χώρου με τη χρήση ενός συστήματος πολλαπλών πηγών-δεκτών απαιτεί την αντιστροφή του πίνακα των ακουστικών εμπεδήσεων. Όπως κάθε ενεργό σύστημα, έτσι και το σύστημα ισοστάθμισης μπορεί κατά την αντιστροφή αυτή να συναντήσει προβλήματα τα οποία απαιτούν τη χρήση των τεχνικών εξομάλυνσης που παρουσιάστηκαν στις ενότητες 3.1.4 και 3.2.1. Ανάλογα με τη μέθοδο, η χρήση της εξομάλυνσης μπορεί να βοηθήσει όχι μόνο στον αλγεβρικό υπολογισμό της λύσης, αλλά και να προσδώσει στο σύστημα βελτιωμένα χαρακτηριστικά, όπως για παράδειγμα η AWFS τεχνική οδήγησε σε επέκταση της περιοχής ακρόασης στα συστήματα ηχητικής αναπαραγωγής της ενότητας 3.6. Σε αυτήν την ενότητα προτείνεται μια νέα τεχνική εξομάλυνσης που ονομάζεται η *στάθμιση ισχύος* (power output regularization) (Stefanakis 2008).

Η σύλληψη της ιδέας για την προκειμένη τεχνική βασίζεται στην παρατήρηση ότι σύμφωνα με την εξίσωση Kirchhoff-Helmholtz, αν ηχογραφήσουμε την ακουστική πίεση και την κάθετη συνιστώσα της ταχύτητας πάνω στο σύνορο  $S$ , τότε, θα ήταν δυνατό, κάποια άλλη στιγμή, να ενεργοποιήσουμε κατάλληλα ένα συνεχές στρώμα από μονόπολα και δίπολα πάνω σε μια επιφάνεια  $S'$  που είναι γεωμετρικά ταυτόσημη με την  $S$ , έτσι ώστε το ακουστικό πεδίο στο χώρο  $V'$  να είναι μια τέλεια αντιγραφή του  $V$  (βλ. σχήμα 2.8(β)).

Θεωρώντας ότι μια ακουστική πηγή εκπέμπει εκτός του  $V$ , τότε είναι εύκολο να παρατηρήσει κανείς ότι ο ρυθμός με τον οποίο ακουστική ενέργεια εισέρχεται και εξέρχεται εκτός του  $V$  είναι ακριβώς ο ίδιος. Αντίστοιχα τώρα, αν το επιθυμητό ηχητικό πεδίο εντός του  $V$  αντιστοιχεί σε αυτό που δημιουργείται όταν μια ακουστική πηγή είναι ενεργοποιημένη εκτός του  $V$ , τότε, αν θεωρήσουμε αμελητέες τις απώλειες του μέσου, η συνολική ακουστική ισχύς όλων των δευτερευουσών πηγών θα είναι ίση με μηδέν. Αυτό σημαίνει ότι οι εντάσεις των δευτερευουσών πηγών είναι τέτοιες ώστε κάποιο μέρος από το στρώμα των πηγών να απορροφάει εξολοκλήρου την ισχύ που εκπέμπεται από το άλλο.

Η ιδέα λοιπόν του μηδενισμού της ακουστικής ισχύος φαίνεται ότι είναι συναφής με την τέλεια αναπαραγωγή ενός ηχητικού πεδίου, όταν αυτό δημιουργείται από εικονικές πηγές εκτός του χώρου αναπαραγωγής. Βέβαια, η χρήση ενός συνεχούς στρώματος από δίπολα και μονόπολα έχει μόνο θεωρητικό ενδιαφέρον και δικαιολογημένα δημιουργείται το ερώτημα αν μπορεί να ωφελήσει η παραπάνω παρατήρηση σε μια ρεαλιστική διάταξη αναπαραγωγής. Η αλήθεια είναι ότι εφόσον η περιοχή ακρόασης καταλαμβάνει ένα αρκετά μεγάλο ποσοστό του χώρου αναπαραγωγής, τότε, η συνολική ακουστική ισχύς του συστήματος πρέπει να είναι σχετικά χαμηλή για δύο διαφορετικούς λόγους. Πρώτον, κάποιες πηγές πρέπει να απορροφούν ισχύ για την εξασφάλιση της ροής ενέργειας που είναι απαραίτητη για τη δημιουργία του οδεύοντος κύματος, γεγονός που σημαίνει την ύπαρξη όρων με αρνητικό πρόσημο και άρα την μείωση της συνολικής ακουστικής ισχύος του συστήματος (βλ. πχ. σχήμα 4.6). Δεύτερον, για την αναπαραγωγή ενός ηχητικού πεδίου σε μία εκτεταμένη περιοχή σε ένα κλειστό χώρο απαιτείται η απομάκρυνση των στάσιμων κυμάτων που δημιουργούνται λόγω των ιδιομορφών του χώρου. Αυτό σημαίνει ότι για την επίτευξη ενός ικανοποιητικού αποτελέσματος αναπαραγωγής είναι απαραίτητο να αποφεύγονται οι κορυφές στη διακύμανση της ισχύος που σχετίζονται με τη δημιουργία στάσιμων κυμάτων μέσα στο χώρο. Όλα αυτά οδηγούν στην πεποίθηση ότι η κύρωση της ακουστικής ισχύος (power-output penalty) στη συνάρτηση κόστους ενός συστήματος αναπαραγωγής που βασίζεται στη μέθοδο των πολλαπλών σημείων μπορεί να έχει θετικά αποτελέσματα έναντι άλλων διαδεδομένων τεχνικών εξομάλυνσης, όπως η στάθμιση συνεισφοράς και η Truncated Singular Value Decomposition.

#### **4.3.1 Διατύπωση του προβλήματος και βέλτιστη λύση**

Έστω ένα σύστημα αναπαραγωγής με  $L$  ηχητικές πηγές και  $N$  δέκτες ελέγχου το οποίο αποσκοπεί στον έλεγχο του ηχητικού πεδίου σε μια συνεχή και εκτεταμένη περιοχή ενός κλειστού χώρου. Λαμβάνοντας υπόψιν τους ορισμούς και τη σημειολογία της ενότητας 3.3, η στρατηγική ελέγχου που προτείνεται βασίζεται στη συνάρτηση κόστους της μορφής

$$J^{(\lambda)} = \mathbf{e}^H \mathbf{e} + \lambda \mathbf{q}^H \mathbf{W} \mathbf{q}. \quad (4.9)$$

Εδώ  $\lambda$  είναι ένας πραγματικός και θετικός αριθμός,  $\mathbf{q}^H \mathbf{W} \mathbf{q}$  είναι η συνολική ακουστική ισχύς του συστήματος και ο  $\mathbf{W}$  είναι ένας συμμετρικός  $L \times L$  και θετικά ορισμένος πίνακας όπου κάθε στοιχείο του  $W_{ij}$  αντιπροσωπεύει το πραγματικό μέρος της συνάρτησης μεταφοράς από την  $i$  πηγή στην  $j$  (Elliott 1991) πολλαπλασιασμένο επί  $1/2$ . Όλη η θεωρία σχετικά με τον υπολογισμό και τις ιδιότητες του πίνακα  $\mathbf{W}$  γίνεται στο συμπληρωματικό κεφάλαιο στο τέλος της διατριβής. Η σχέση (4.9) υπονοεί την εισαγωγή ενός όρου ανάλογου της ακουστικής ισχύος του συστήματος αντί για το μέτρο της μιγαδικών εντάσεων των πηγών που χρησιμοποιείται στην περίπτωση της στάθμισης συνεισφοράς

$$J^{(\mu)} = \mathbf{e}^H \mathbf{e} + \mu \mathbf{q}^H \mathbf{q}. \quad (4.10)$$

Από αντικατάσταση της σχέσης (3.49) στην (4.9) προκύπτει

$$J^{(\lambda)} = \mathbf{q}^H (\mathbf{Z}^H \mathbf{Z} + \lambda \mathbf{W}) \mathbf{q} - \mathbf{q}^H \mathbf{Z}^H \mathbf{p}_d - \mathbf{p}_d^H \mathbf{Z} \mathbf{q} + \mathbf{p}_d^H \mathbf{p}_d, \quad (4.11)$$

όπου φαίνεται η προτεινόμενη συνάρτηση κόστους είναι επίσης μία τετραγωνική συνάρτηση του  $\mathbf{q}$ . Υπό την προϋπόθεση ότι ο πίνακας  $\lambda \mathbf{W} + \mathbf{Z}^H \mathbf{Z}$  είναι θετικά ορισμένος, οι βέλτιστες μιγαδικές εντάσεις των πηγών που ελαχιστοποιούν τη  $J^{(\lambda)}$  μπορούν να υπολογιστούν μέσω της σχέσης

$$\mathbf{q}^{(\lambda)} = (\lambda \mathbf{W} + \mathbf{Z}^{(c)H} \mathbf{Z}^{(c)})^{-1} \mathbf{Z}^{(c)H} \mathbf{p}_d. \quad (4.12)$$

Οι μιγαδικές εντάσεις που προκύπτουν από τη σχέση (4.12) πρέπει να συγκριθούν με αυτές που προκύπτουν από τη στάθμιση συνεισφοράς ως

$$\mathbf{q}^{(\mu)} = (\mu \mathbf{I} + \mathbf{Z}^{(c)H} \mathbf{Z}^{(c)})^{-1} \mathbf{Z}^{(c)H} \mathbf{p}_d. \quad (4.13)$$

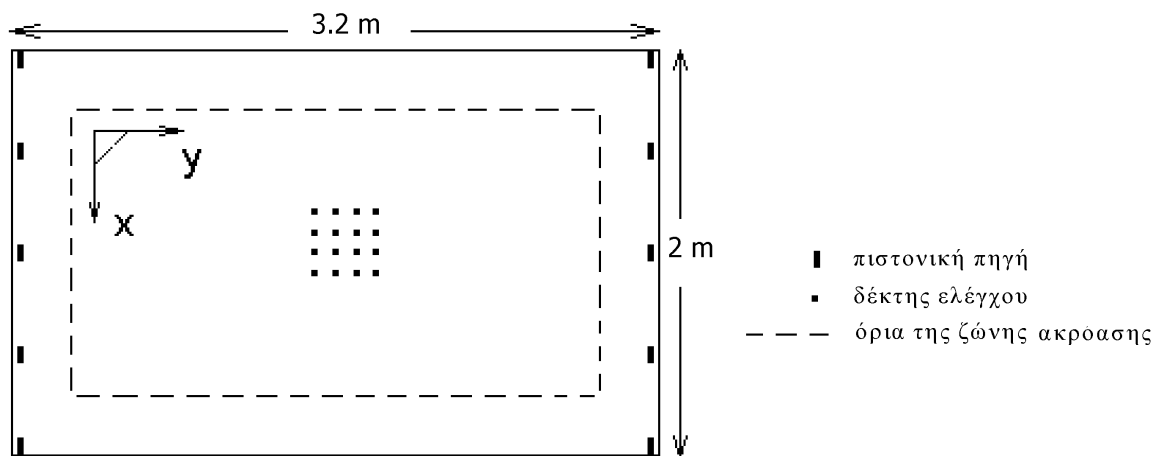
Φαίνεται λοιπόν ότι ο μοναδιαίος πίνακας  $\mathbf{I}$  έχει αντικατασταθεί από το συμμετρικό πίνακα  $\mathbf{W}$  ο οποίος παραπέμπει στη γενική μορφή εξομάλυνσης κατά Tichonov. Κατ' αναλογία με τη στάθμιση συνεισφοράς, η προτεινόμενη τεχνική εξομάλυνσης ονομάζεται στάθμιση ισχύος (power-output regularization).

### 4.3.2 Η στάθμιση ισχύος στην ισοστάθμιση ηχητικού πεδίου σε ορθογώνιο δωμάτιο

Στα πλαίσια της ισοστάθμισης με αναπαραγωγή επίπεδου κύματος, η στάθμισης ισχύος εξετάζεται εδώ σε ένα σύστημα ισοστάθμισης σε ένα δισδιάστατο ορθογώνιο δωμάτιο. Το δωμάτιο έχει διαστάσεις  $Lx = 2$  m,  $Ly = 3.2$  m και  $Lz = 0.2$  m ενώ μια κάτοψη του φαίνεται στο σχήμα 4.23. Πέντε πιστονικές πηγές με μήκος πλευράς 0.1 m είναι τοποθετημένες σε κάθε τοίχο στο  $x = 0$  και  $x = Lx$ , ενώ 16 δέκτες ελέγχου έχουν τοποθετηθεί γύρω από το κέντρο του δωματίου για την επίβλεψη της ακουστικής πίεσης



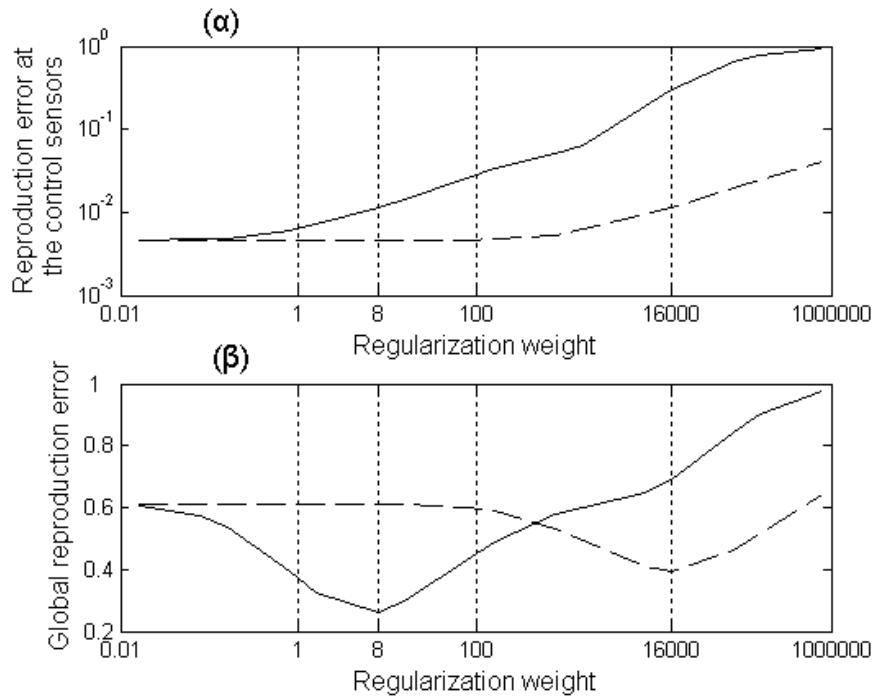
και τη βελτιστοποίηση των μιγαδικών εντάσεων των πηγών. Για την προσομοίωση της ακουστικής πίεσης χρησιμοποιήθηκαν όλες οι ιδιομορφές έως τα 1100 Hz ενώ ο συντελεστής απόσβεσης ρυθμίστηκε στο 0.03. Επίσης, ένας αριθμός από 405 δέκτες καταμέτρησης κατανεμήθηκαν ομοιόμορφα εντός της περιοχής ακρόασης, καλύπτοντας έτσι το διακεκομμένο ορθογώνιο παραλληλόγραμμο του σχήματος 4.23. Οι συντεταγμένες της κάτω αριστερής και άνω δεξιάς γωνίας για το παραλληλόγραμμο είναι (0.3, 0.3) m και (1.7, 2.9) m αντίστοιχα. Η απόσταση μεταξύ γειτονικών δεκτών καταμέτρησης είναι 0.1 m τόσο κατά τη  $x$ - όσο και κατά την  $y$ - κατεύθυνση.



**Σχήμα 4.23:** Διάταξη του συστήματος ισοστάθμισης. Η περιοχή ελέγχου αποτελεί το 4% της περιοχής ακρόασης.

Η ισοστάθμιση εδώ εξετάζεται πάλι σε όλη την περιοχή ακρόασης με την παραγωγή ενός επίπεδου κύματος που διαδίδεται παράλληλα στον άξονα των  $y$ . Το τετραγωνικό σφάλμα ισοστάθμισης υπολογίζεται στα 300 Hz στους δέκτες ελέγχου και στους δέκτες καταμέτρησης χωριστά συναρτήσει του συντελεστή στάθμισης (regularization weight)  $\lambda$  και  $\mu$  στο σχήμα 4.24(a) και (β) αντίστοιχα. Από το σχήμα 4.24(a) φαίνεται ότι το σφάλμα ισοστάθμισης στους δέκτες ελέγχου είναι αύξουσα συνάρτηση των συντελεστών στάθμισης τόσο για τη στάθμιση συνεισφοράς όσο και για τη στάθμιση ισχύος. Ωστόσο, όπως φαίνεται από το σχήμα 4.24(β), το σφάλμα ισοστάθμισης στους δέκτες καταμέτρησης ελαχιστοποιείται για κάποια μη μηδενική τιμή των συντελεστών  $\lambda$  και  $\mu$ . Είναι επίσης φανερό ότι και οι δύο τεχνικές στα σχήματα 4.24(a) και (β) δίνουν παρόμοιες καμπύλες, με τη διαφορά ότι η καμπύλη για τη στάθμιση συνεισφοράς είναι μετατοπισμένη προς τα δεξιά καθότι η τιμή του  $\mu$  πρέπει να είναι μεγαλύτερη από αυτή του  $\lambda$  έτσι ώστε να επιτευχθεί μια ισορροπία μεταξύ του  $\mathbf{e}^H \mathbf{e}$  και του όρου  $\mathbf{q}^H \mathbf{q}$  που να είναι παρόμοια με την ισορροπία μεταξύ του  $\mathbf{e}^H \mathbf{e}$  και της ακουστικής ισχύος του συστήματος στη σχέση (4.9).

Εξίσου σημαντική είναι επίσης η παρατήρηση ότι το ελάχιστο δυνατό σφάλμα ισοστάθμισης στους δέκτες καταμέτρησης είναι μικρότερο για τη στάθμιση ισχύος από ότι για την στάθμιση συνεισφοράς. Το ελάχιστο εφικτό συνολικό σφάλμα ισοστάθμισης είναι 0.263 και 0.395 για το  $E_{LS}^{(\lambda)}$  και το  $E_{LS}^{(\mu)}$  αντίστοιχα, όπως αυτό προκύπτει για τους βέλτιστους συντελεστές στάθμισης  $\lambda = 16 \cdot 0.5$  και  $\mu = 16 \cdot 10^3$ , οι οποίοι επιλέχτηκαν από μια ομάδα τιμών της μορφής  $N \times [5 \cdot 10^{-4}, 10^{-3}, 5 \cdot 10^{-3}, 10^{-2}, \dots, 5 \cdot 10^4]$ , όπου  $N$  είναι ο αριθμός των δεκτών ελέγχου.



**Σχήμα 4.24:** Τετραγωνικό σφάλμα ισοστάθμισης στα 300Hz συναρτήσεσι του συντελεστή στάθμισης  $\lambda$  (—) και  $\mu$  (- -) **α.** στους δέκτες ελέγχου και **β.** στους δέκτες καταμέτρησης.

Ένα άλλο σημαντικό σημείο που πρέπει να τονιστεί είναι ότι ακόμα και αν η στάθμιση ισχύος με τη βέλτιστη τιμή του  $\lambda$  δίνει ένα συνολικό τετραγωνικό σφάλμα ισοστάθμισης μικρότερο από αυτό της στάθμισης συνεισφοράς με βέλτιστο  $\mu$ , και οι δύο τεχνικές φαίνεται να δίνουν όμοιο σφάλμα ισοστάθμισης στους δέκτες ελέγχου (κάπου μεταξύ 0.01 και 0.009 στο σχήμα 4.24). Αυτό οδηγεί στην πεποίθηση ότι το σφάλμα ισοστάθμισης στους δέκτες ελέγχου δεν πρέπει να διαφέρει σημαντικά στην περιοχή ελέγχου.

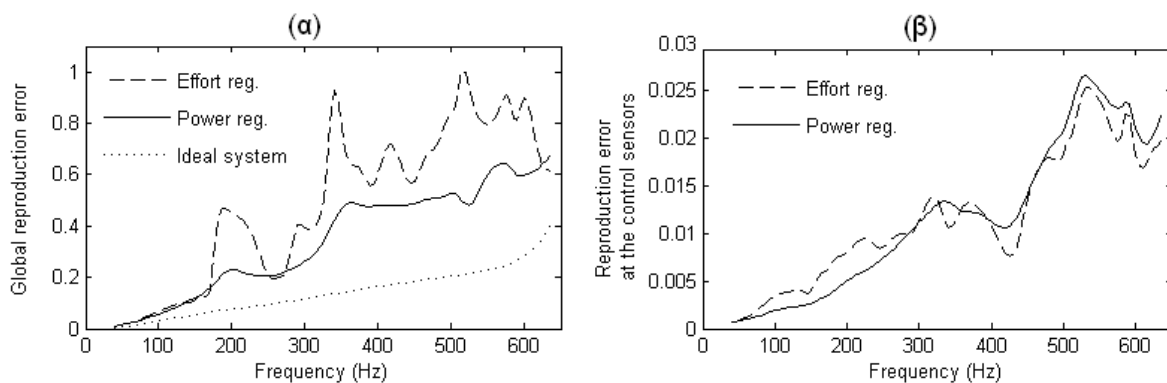
Οι τιμές του συνολικού σφάλματος ισοστάθμισης αποτυπώνονται στο σχήμα 4.25(α) για όλο το εύρος συχνοτήτων για συντελεστές βάρους  $\lambda = 16 \cdot 0.5$  και  $\mu = 16 \cdot 10^3$ . Στο ίδιο

σχήμα, αποτυπώνεται το συνολικό σφάλμα ισοστάθμισης όταν όλοι οι δέκτες καταμέτρησης χρησιμοποιούνται για τη βελτιστοποίηση της ισοστάθμισης ως

$$\mathbf{q}_M = (\mathbf{Z}_M^H \mathbf{Z}_M)^{-1} \mathbf{Z}_M^H \mathbf{p}_{d,M}, \quad (4.14)$$

όπου  $\mathbf{Z}_M$  είναι ο πίνακας με τις συναρτήσεις μεταφοράς από τις ηχητικές πηγές σε όλους τους δέκτες καταμέτρησης και  $\mathbf{p}_{d,M}$  το διάνυσμα με τις επιθυμητές πιέσεις στους δέκτες καταμέτρησης.

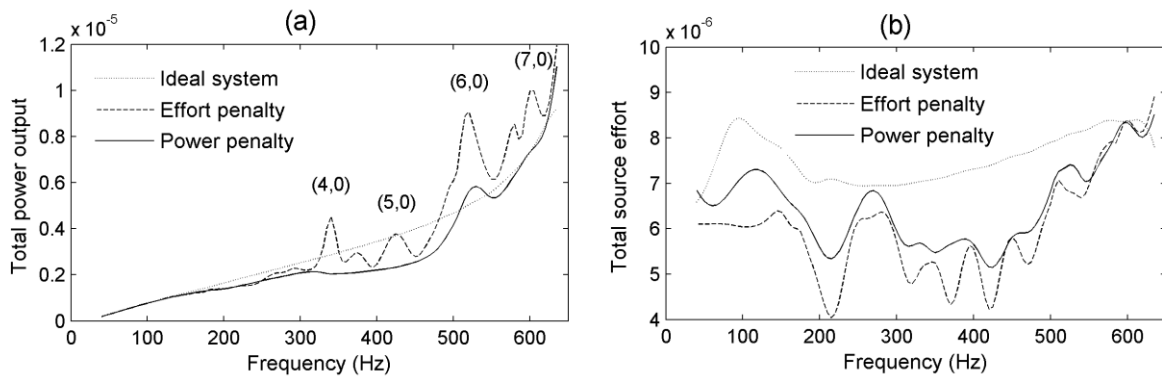
Το συνολικό σφάλμα ισοστάθμισης που προκύπτει από αυτήν την εξίσωση ουσιαστικά αντιστοιχεί στο σφάλμα που θα προέκυπτε αν όλοι οι δέκτες καταμέτρησης χρησιμοποιούνταν σαν δέκτες ελέγχου. Για την περαιτέρω μελέτη του προβλήματος αυτή η λύση είναι ενδεικτική της καλύτερης δυνατής επίδοσης που μπορεί να περιμένει κανείς από το σύστημα και αποδίδεται με τον όρο *ιδανικό σύστημα* (ideal system). Επιστρέφοντας τώρα στο σχήμα 4.25(α), φαίνεται ότι το συνολικό τετραγωνικό σφάλμα ισοστάθμισης της προτεινόμενης τεχνικής είναι μικρότερο της στάθμισης συνεισφοράς για όλες τις συχνότητες. Για κάποιες διακριτές συχνότητες δε, η επίδοση της τελευταίας μεθόδου χαρακτηρίζεται από έντονες κορυφές. Στο σχήμα 4.25(β) εξετάζεται επίσης το σφάλμα ισοστάθμισης ακριβώς πάνω στους δέκτες ελέγχου όπου σύμφωνα με την προηγούμενη παρατήρηση, φαίνεται ότι είναι σχεδόν το ίδιο και για τις δύο μεθόδους σε όλο το εξεταζόμενο φάσμα συχνοτήτων.



**Σχήμα 4.25:** Τετραγωνικό σφάλμα ισοστάθμισης συναρτήσει της συχνότητας **α.** στους δέκτες καταμέτρησης και **β.** στους δέκτες ελέγχου.

Για να βρεθεί μία εξήγηση για το τι διαφοροποιεί τη συνολική απόδοση ανάμεσα στις δύο αυτές τεχνικές θα πρέπει πρώτα να ξεκαθαριστεί ότι υπάρχουν πολλοί τρόποι να δημιουργηθεί το επιθυμητό ηχητικό πεδίο στην περιοχή ελέγχου. Αναμφισβήτητα, ο καλύτερος τρόπος για να επιτευχθεί το ζητούμενο αποτέλεσμα είναι με την ενεργοποίηση των  $\gamma$ -αξονικών ιδιομορφών και τη δημιουργία της απαραίτητης διαφοράς φάσης στους

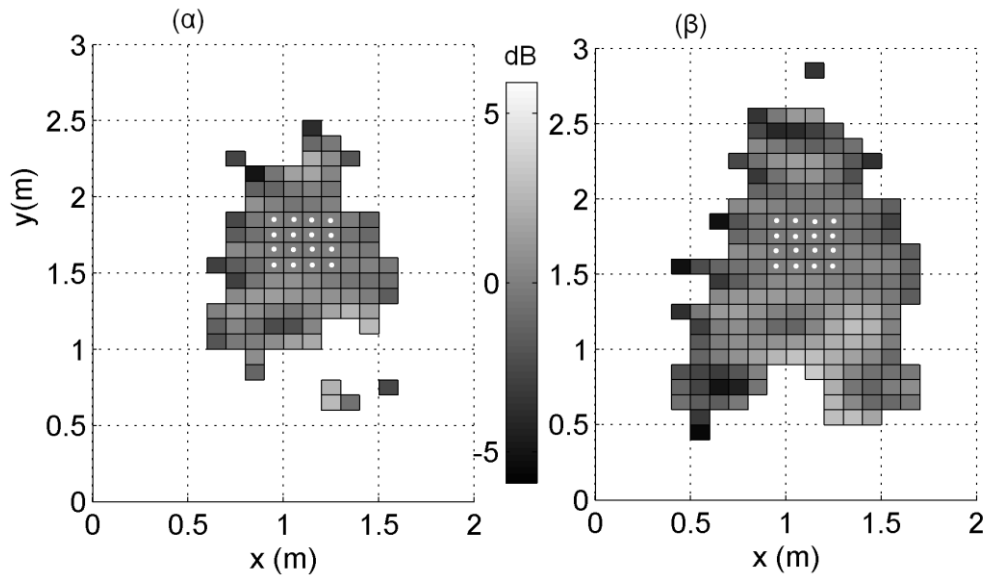
δύο απέναντι τοίχους που θα οδηγήσει στη δημιουργία του επίπεδου κύματος όχι μόνο στους δέκτες ελέγχου, αλλά σε ολόκληρη την περιοχή ακρόασης. Από την άλλη, το αποτέλεσμα από τη χρήση μιας τόσο μικρής περιοχής ελέγχου χωρίς κάποιο είδος στάθμισης είναι μια ανακατάταξη των ιδιομορφών που ναι μεν οδηγεί στην ακριβή δημιουργία του επιθυμητού πεδίου στην περιοχή ελέγχου, αδιαφορεί όμως για το αποτέλεσμα εκτός αυτής. Για αυτήν την περίπτωση, ένας πολύ μεγαλύτερος αριθμός από ιδιομορφές είναι υποψήφιος για να συνεισφέρει στην δημιουργία του ηχητικού πεδίου στην περιοχή ελέγχου (όχι μόνο οι αξονικές που είναι συσχετισμένες με τον  $y$ - άξονα). Με τη στάθμιση συνεισφοράς, το συνολικό αποτέλεσμα βελτιώνεται ως ένα βαθμό με τη μείωση τη συνεισφοράς των πηγών και ως εκ τούτου, την ελάττωση του μέτρου της πίεσης εκτός της περιοχής ελέγχου. Ωστόσο, η στάθμιση συνεισφοράς δεν μπορεί να αποτρέψει τη διέγερση των ανεπιθύμητων ιδιομορφών. Η επιβολή ποινής για τη συνεισφορά των πηγών αντιθέτως θα οδηγήσει στη διέγερση όλων των ιδιομορφών με συχνότητα ταλάντωσης κοντά στη συχνότητα διέγερσης, καθότι αυτό θα εξασφαλίσει την αναπαραγωγή του μέτρου της επιθυμητής πίεσης με τη μικρότερη δυνατή συνεισφορά από τις πηγές. Συγκρίνοντας τα σχήματα 4.25(α) και 4.26(α) φαίνεται ότι οι κορυφές στο σφάλμα της συνολικής αναπαραγωγής για τη συμβατική μέθοδο ταυτίζονται με τις κορυφές στην ακουστική ισχύ του συστήματος που με τη σειρά τους, συμπίπτουν με τη συχνότητα ταλάντωσης των ανεπιθύμητων  $x$ -αξονικών ιδιομορφών. Αν και η ανακατάταξη των ιδιομορφών επιτυγχάνει ένα πολύ καλό αποτέλεσμα στη ζώνη ελέγχου, δεν αποτρέπεται η χειροτέρευση της ποιότητας της αναπαραγωγής εκτός αυτής της περιοχής, γεγονός που γίνεται ιδιαίτερα αισθητό όταν η συχνότητα διέγερσης συμπίπτει με τη φυσική συχνότητα των ισχυρών ανεπιθύμητων  $x$ -αξονικών ιδιομορφών. Από την άλλη, η πρόσθεση του όρου της ισχύος στη συνάρτηση κόστους φαίνεται ότι αποτρέπει τη διέγερση αυτών των ιδιομορφών, χωρίς να αποτρέπει όμως τη διέγερση των  $y$ - αξονικών που είναι επιθυμητές. Οι  $y$ -ιδιομορφές όντως διεγείρονται, η συνολική ισχύς του συστήματος όμως δεν αυξάνεται δραματικά διότι η αλληλεπίδραση των πηγών είναι τέτοια ώστε η μία πλευρά των πηγών να απορροφάει την ισχύ που εκπέμπεται από την άλλη πλευρά (βλ. σχήμα 4.6).



**Σχήμα 4.26:** **α.** Συνολική ακουστική ισχύς και **β.** συνολική συνεισφορά των ηχητικών πηγών συναρτήσει της συχνότητας για κάθε τεχνική ισοστάθμισης.

Μια ενδιαφέρουσα αντίθεση φαίνεται από τη σύγκριση των σχημάτων 4.26(α) και 4.26(β): Η συνολική ισχύς του συστήματος για τη στάθμιση συνεισφοράς είναι μεγαλύτερη από αυτή της προτεινόμενης μεθόδου και την ίδια στιγμή, το μέτρο του διανύσματος των μιγαδικών εντάσεων  $\|\mathbf{q}^{(\mu)}\|$  είναι μικρότερο του  $\|\mathbf{q}^{(\lambda)}\|$  σε όλο το φάσμα συχνοτήτων. Το μέτρο του διανύσματος των μιγαδικών εντάσεων των πηγών ονομάζεται *συνολική συνεισφορά* (total effort) των ηχητικών πηγών. Αξίζει επίσης να δει κανείς ότι οι κορυφές στο συνολικό τετραγωνικό σφάλμα ισοστάθμισης συσχετίζονται με βυθίσεις της συνολικής συνεισφοράς για στάθμιση συνεισφοράς.

Για την απεικόνιση της χωρικής ευρωστίας κάθε μεθόδου, η αναπαραγόμενη πίεση στους δέκτες καταμέτρησης υπολογίστηκε στα 500 Hz και αναπαρίσταται γραφικά στο σχήμα 4.27 μόνο για τους δέκτες που μετράνε απόκλιση στο μέτρο της πίεσης εντός των  $\pm 6$  dB από την επιθυμητή. Το ποσοστό της περιοχής ακρόασης όπου η διακύμανση της αναπαραγόμενης πίεσης είναι εντός των  $\pm 6$  dB είναι 42% για τη συμβατική μέθοδο και 67% για τη στάθμιση ισχύος. Από επιπλέον προσομοιώσεις που έγιναν για την ίδια διάταξη με διαφορετικό συντελεστή απόσβεσης παρατηρήθηκε ότι η συνολική διαφορά στην επίδοση της ισοστάθμισης για κάθε τεχνική εξομάλυνσης, και συγκεκριμένα, η υπεροχή της στάθμισης ισχύος, αυξάνεται με τη μείωση του συντελεστή απόσβεσης. Πρέπει να σημειωθεί ότι η ελαχιστοποίηση της ακουστικής ισχύος σαν συνθήκη για τη διατήρηση της χωρικής ευρωστίας της ισοστάθμισης είναι περισσότερο επιτακτική στην περίπτωση τοιχώματος με πολύ μικρό συντελεστή απορρόφησης. Στην αντίθετη περίπτωση, το σύστημα πρέπει να καταναλώσει περισσότερη ακουστική ισχύ λόγω της ενέργειας που απορροφάται από τα σύνορα του χώρου.



**Σχήμα 4.27:** Διακύμανση της ηχητικής πίεσης σε dB μετά την ισοστάθμιση στα 500 Hz με **α.** στάθμιση συνεισφοράς και **β.** στάθμιση ισχύος. Η ηχητική πίεση απεικονίζεται μόνο για τις θέσεις που η διαφορά της επιθυμητής πίεσης από την αναπαραγόμενη είναι εντός των  $\pm 6$  dB. Οι θέσεις των δεκτών ελέγχου αναπαρίστανται με τις λευκές κουκίδες.

#### 4.4 Στάθμιση μεταβλητότητας της έντασης

Η στάθμιση ισχύος που παρουσιάστηκε στην ενότητα 4.3 αποτελεί ένα παράδειγμα αντικατάστασης της αρχικής συνάρτησης κόστους του συστήματος από μία άλλη “συγγενική” συνάρτηση που παρέχει μια πιο ικανοποιητική λύση από ότι η αρχική λύση ελάχιστων τετραγώνων. Η βελτίωση αυτή επιτυγχάνεται με την επιβολή κάποιας ρεαλιστικής συνθήκης όσον αφορά κάποιο μέγεθος, που στην στάθμιση ισχύος εκφράζει την απαίτηση για ελαχιστοποίηση της συνολικής ακουστικής ισχύος του συστήματος. Μια άλλη συνθήκη που συχνά χρησιμοποιείται κατά την αντιμετώπιση τέτοιων αντίστροφων προβλημάτων (inverse problems) είναι αυτή της ομαλότητας της λύσης (smoothness), με την έννοια ότι τα στοιχεία του διανύσματος της βέλτιστης λύσης δεν πρέπει να χαρακτηρίζονται από μεγάλες διακυμάνσεις (oscillations) μεταξύ τους. Αυτή η τεχνική εξομάλυνσης, ήδη πολύ χρήσιμη σε σημαντικές εφαρμογές όπως η επεξεργασία εικόνας, η σεισμική ανάλυση και άλλα πολλά ασθενώς ορισμένα αντίστροφα προβλήματα γενικά, διατυπώνεται εδώ στο πρόβλημα της ηχητικής αναπαραγωγής.

Η παραπάνω συνθήκη, προσαρμοσμένη σε ένα κοινό αντίστροφο πρόβλημα ακουστικής, μπορεί να εκφραστεί μέσω της ελαχιστοποίησης μιας συνάρτησης κόστους της μορφής

$$J^{(h)} = \|\mathbf{Z}\mathbf{q} - \mathbf{p}_d\|^2 + h \|\mathbf{D}\mathbf{q}\|^2, \quad (4.15)$$

όπου  $h$  είναι θετική πραγματική σταθερά και ο πίνακας  $\mathbf{D}$  είναι ένας διαφορικός τελεστής που εκφράζει διακριτή παραγωγή πρώτης ή δεύτερης τάξης (Hansen 1989 και 1998). Διακριτοποιώντας τη δεύτερη παράγωγο μια συνάρτησης  $f$  ως  $f_i'' \approx \Delta^{-2}(f_{i-1} - 2f_i + f_{i+1})$ , με μήκος βήματος  $\Delta^{-2}$ , ο πίνακας  $\mathbf{D}$  καταλήγει να είναι ένας τριδιαγώνιος πίνακας με  $-2\Delta^{-2}$  στην κύρια διαγώνιο και  $\Delta^{-2}$  στις δύο γειτονικές, εκτός από τα συνοριακά σημεία. Παρόμοια, η μορφή του διαφορικού τελεστή για παραγωγή πρώτης τάξης θα αντιστοιχεί σε ένα διδιαγώνιο πίνακα με  $-\Delta^{-2}$  στην κύρια διαγώνιο και  $\Delta^{-2}$  στην πρώτη άνω ή κάτω παράλληλη της κυρίας διαγώνιου. Μπορεί λοιπόν να πει κανείς ότι η χρήση του δεύτερου προσθετέου στο δεξί μέλος της (4.15) επιβάλλει κάποιου είδος περιορισμό στη μεταβλητότητα της λύσης, ενώ η σταθερά  $h$  ρυθμίζει την ισορροπία (trade off) μεταξύ της ακρίβειας του αναπαραγόμενου ηχητικού πεδίου στους δέκτες ελέγχου και της ομοιότητας των μιγαδικών εντάσεων των γειτονικών ηχητικών πηγών.

Εφόσον ο πίνακας  $\mathbf{Z}^H\mathbf{Z} + h\mathbf{D}^T\mathbf{D}$  είναι θετικά ορισμένος και αντιστρέψιμος, η συνάρτηση κόστους (4.15) θα έχει μία βέλτιστη λύση η οποία προκύπτει από τη σχέση (Hansen 1987)

$$\mathbf{q}_o^{(h)} = (\mathbf{Z}^H\mathbf{Z} + h(\mathbf{D}^T\mathbf{D}))^{-1}\mathbf{Z}^H\mathbf{p}_d. \quad (4.16)$$

Είναι φανερό ότι για έναν τέτοιο τελεστή  $\mathbf{D}$ , θα πρέπει να δίνεται σημασία στην αρίθμηση των ηχητικών πηγών, καθότι η κύρωση της ομαλότητας της λύσης πρέπει να είναι συναφής με τη γεωμετρική διάταξη και ενδεχομένως μια διαδοχική αρίθμηση των πηγών να είναι απαραίτητη. Από εδώ και στο εξής, αναφορά σε αυτήν τη τεχνική θα γίνεται με τον όρο *κύρωση ή στάθμιση μεταβλητότητας της έντασης* (effort roughness regularization) ή απλά με τον όρο *στάθμιση μεταβλητότητας*. Η χρήση της τεχνικής αυτής μπορεί να παρουσιάζει σημαντικά οφέλη σε ένα σύστημα ισοστάθμισης για το οποίο χρησιμοποιούνται συννευθιακές συστοιχίες ηχητικών πηγών, όπως θα φανεί στην επόμενη υποενότητα.

#### 4.4.1 Προσομοίωση στο πεδίο της συχνότητας

Ως παράδειγμα για την εξέταση αυτής της τεχνικής εξομάλυνσης λαμβάνεται υπόψιν η διάταξη του συστήματος ισοστάθμισης του σχήματος 4.23. Όλες οι παράμετροι είναι ίδιες με αυτές που περιγράφονται στην ενότητα 4.3.2. Αν οι πέντε πηγές στο  $y=0$  αριθμηθούν διαδοχικά από 1 έως το 5 και οι πηγές στο  $y=L_y$  αριθμηθούν διαδοχικά από το 6 έως το 10, ο πίνακας  $\mathbf{D}$  μπορεί να γραφεί ως

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}' & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D}' \end{bmatrix}, \quad (4.17)$$

όπου

$$\mathbf{D}' = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad (4.18)$$

και  $\mathbf{0}$  είναι ένας 5x5 μηδενικός πίνακας. Ο τελεστής  $\mathbf{D}$  εδώ εκφράζει παραγωγήιση δευτέρας τάξης. Παρατηρείται ότι όλα τα στοιχεία στην κύρια διαγώνιο είναι ίσα με -2 εκτός από αυτά που αντιστοιχούν στις συνοριακές πηγές 1, 5, 6 και 10, τα οποία είναι ίσα με -1. Αυτό συμβαίνει διότι οι πηγές αυτές γειτονεύουν με μια μόνο πηγή (πχ. η 1 με τη 2, η 5 με την 4 κοκ). Επίσης, από τον ορισμό του πίνακα  $\mathbf{D}$  φαίνεται ότι καμία από τις πηγές 1 έως 5 δεν είναι συνδεδεμένη με κάποια από τις απέναντι πηγές 6 έως 10. Αυτό σημαίνει ότι η στάθμιση μεταβλητότητας της λύσης επιδρά ανεξάρτητα σε κάθε πλευρά.

Αντίστοιχα, για διαφορικό τελεστή πρώτης τάξης, ο πίνακας  $\mathbf{D}$  υπολογίζεται μέσω της σχέσης (4.17) για

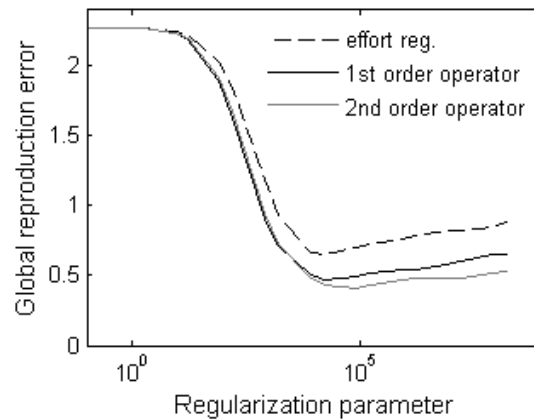
$$\mathbf{D}' = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.19)$$

Το σφάλμα ισοστάθμισης για το εν λόγω σύστημα υπολογίστηκε για στάθμιση συνεισφοράς και στάθμιση μεταβλητότητας με βάση τη λύση της εξίσωσης (4.16) για διάφορες τιμές των συντελεστών στάθμισης  $\mu$  και  $h$  στα 350 Hz, και απεικονίζεται συναρτήσε των συντελεστών στάθμισης στο σχήμα 4.28. Το διάγραμμα δείχνει μια φανερή βελτίωση της ποιότητας της ισοστάθμισης στην περιοχή ακρόασης για κάποιες μη μηδενικές τιμές του συντελεστή στάθμισης  $h$  για την προτεινόμενη τεχνική, ενώ διακρίνεται και μια σχετική υπεροχή σε σχέση με τη στάθμιση συνεισφοράς.

Οι συντελεστές στάθμισης  $\mu$  και  $h$  τέθηκαν ίσοι με  $16 \cdot 10^3$  και η μεταβολή του συνολικού σφάλματος ισοστάθμισης και για τις τρεις τεχνικές εξομάλυνσης σε σχέση με τη συχνότητα υπολογίστηκε έως τα 650 Hz και τα αποτελέσματα απεικονίζονται στο σχήμα 4.29. Στο ίδιο σχήμα απεικονίζονται και οι αντίστοιχες μεταβολές για το ιδανικό σύστημα. Από το σχήμα 4.29(a) φαίνεται ότι η στάθμιση μεταβλητότητας οδήγησε σε αύξηση της χωρικής ευρωστίας σε όλες τις συχνότητες. Η συνολική επίδοση ισοστάθμισης των δύο διαφορικών τελεστών είναι σχεδόν όμοια, με τον δευτέρας τάξης τελεστή να αποδίδει λίγο καλύτερα στις υψηλότερες συχνότητες. Παρατηρείται επίσης ότι για κάποιες τιμές της συχνότητας, το συνολικό σφάλμα ισοστάθμισης για στάθμιση μεταβλητότητας τείνει να ταυτιστεί με



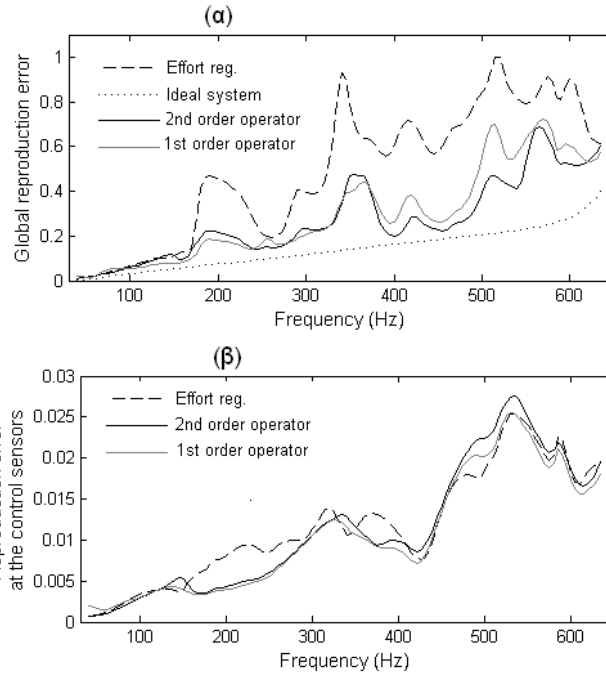
αυτό του ιδεατού συστήματος. Παράλληλα, από το σχήμα 4.29(β) φαίνεται ότι και οι τρεις τεχνικές εμφανίζουν παρόμοιο σφάλμα ισοστάθμισης στους δέκτες ελέγχου.



**Σχήμα 4.28:** Μεταβολή του τετραγωνικού σφάλματος ισοστάθμισης συναρτήσει του συντελεστή στάθμισης για στάθμιση μεταβλητότητας με πρώτης και δευτέρας τάξης διαφορικό τελεστή και για στάθμιση συνεισφοράς.

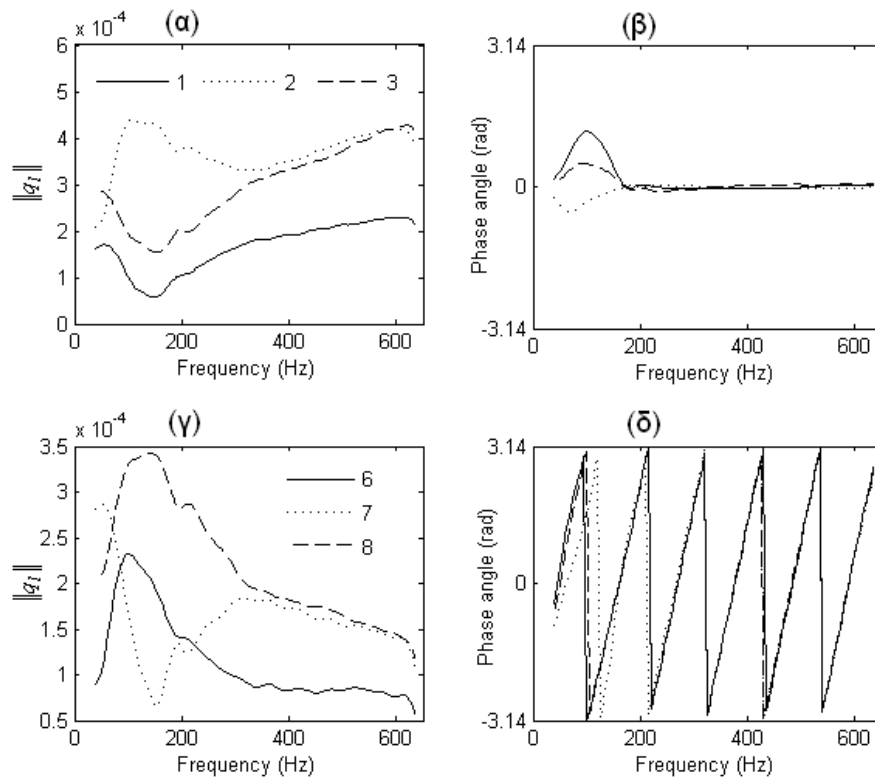
Αξίζει να σημειωθεί ότι στη διάταξη που εξετάζεται οι πηγές δεν είναι βέλτιστα τοποθετημένες, σύμφωνα με τον κανόνα (0,5), που θα ήταν ιδανικός για την περίπτωση, όπως περιγράφηκε στην ενότητα 4.2.3. Αυτό σημαίνει ότι για την αποφυγή διέγερσης των  $\gamma$ -αξονικών ιδιομορφών, οι μιγαδικές εντάσεις των πηγών σε κάθε πλευρά δεν πρέπει να είναι ίσες μεταξύ τους. Η μεταβολή του μέτρου της έντασης και της φάσης των πηγών 1, 2 και 3 φαίνεται για την περίπτωση του ιδεατού συστήματος στο σχήμα 4.30(α) και 4.30(β) αντίστοιχα. Ωστόσο, λόγω της συμμετρίας της διάταξης των πηγών και των δεκτών καταμέτρησης, οι μεταβολές για τις πηγές 4 και 5 ταυτίζονται με αυτές των πηγών 2 και 1 αντίστοιχα. Από το σχήμα (α) φαίνεται ότι αν και το μέτρο της έντασης των συμμετρικών πηγών, είναι ταυτόσημο, το μέτρο για διπλανές πηγές, όπως για παράδειγμα της 1<sup>ης</sup> με της 2<sup>ης</sup> και της 2<sup>ης</sup> με της 3<sup>ης</sup> παρουσιάζει εμφανείς διαφορές. Παρατηρείται μάλιστα ότι μετά τα 300 Hz το μέτρο της έντασης των γωνιακών πηγών 1, 5, 6 και 10 τείνει να είναι υποδιπλάσιο αυτού των υπολοίπων πηγών. Ωστόσο, από το σχήμα (β) φαίνεται ότι οι διαφορές στη φάση μεταξύ όλων των αριστερών πηγών είναι αμελητέα από κάποια συχνότητα και μετά, γεγονός που υποδηλώνει ότι οι πηγές σε αυτήν την πλευρά πρέπει να είναι σε φάση για να λειτουργήσει η ισοστάθμιση σωστά. Από παρατήρηση της μεταβολής της μιγαδικής έντασης των πηγών 6 έως 10 στα σχήματα (γ) και (δ) φαίνεται ότι και για αυτές ισχύουν τα ίδια συμπεράσματα. Όλα αυτά παραπέμπουν στη σημαντική παρατήρηση ότι η σχετική διαφορά φάσης των ηχητικών πηγών σε κάθε πλευρά έχει κάποια σχέση με τη σχετική διαφορά φάσης του επιθυμητού ηχητικού πεδίου. Πράγματι, επειδή το

επιθυμητό πεδίο εκφράζεται μέσω της συνάρτησης  $e^{-jk\gamma}$ , φαίνεται ότι για τις πηγές 1 έως 5 (οι οποίες βρίσκονται στο  $\gamma=0$ ) αντιστοιχεί μια σταθερή μηδενική φάση, ενώ για τις πηγές 6 έως 10 ( $\gamma=L\gamma$ ) αντιστοιχεί μία φάση που μεταβάλλεται γραμμικά με τη συχνότητα προσεγγίζοντας τη συνάρτηση  $-e^{-jkL\gamma}$ , δηλαδή η φάση των δεξιών πηγών είναι ακριβώς  $180^\circ$  εκτός φάσης από τη φάση του επιθυμητού πεδίου (Santillan 2001). Σε κάθε περίπτωση, παρατηρείται ότι η φάση των ηχητικών πηγών σε κάθε πλευρά σχετίζεται νομοτελειακά με τη φάση της επιθυμητής ηχητικής πίεσης.



**Σχήμα 4.29:** Μεταβολή του τετραγωνικού σφάλματος ισοστάθμισης συναρτήσεως της συχνότητας για στάθμιση μεταβλητότητας με διαφορικό τελεστή πρώτης και δεύτερης τάξης, στάθμιση συνεισφορών και για το ιδεατό σύστημα **α.** στους δέκτες καταμέτρησης και **β.** στους δέκτες ελέγχου. Οι συντελεστές στάθμισης  $\mu$  και  $h$  ήταν ίσοι με  $16 \cdot 10^3$ .

Δεδομένου του ότι οι φάσεις των συνευθειακών πηγών είναι ίσες μεταξύ τους, είναι εύκολο να συμπεράνει κανείς ότι ο μόνος τρόπος που απομένει ούτως ώστε το σύστημα να εξαλείψει της ανεπιθύμητες ιδιομορφές είναι μέσω της κατάλληλης διαφοροποίησης του μέτρου τους. Αυτό αυτόματα διαχωρίζει την τιμή δύο μεγεθών που φαίνεται να εξαρτώνται από ένα διαφορετικό παράγοντα το καθένα. Τη φάση των πηγών, που εξαρτάται από τη θέση των πηγών σε σχέση με το επιθυμητό πεδίο και το μέτρο τους, που εξαρτάται από τη θέση των πηγών σε σχέση με το δωμάτιο.

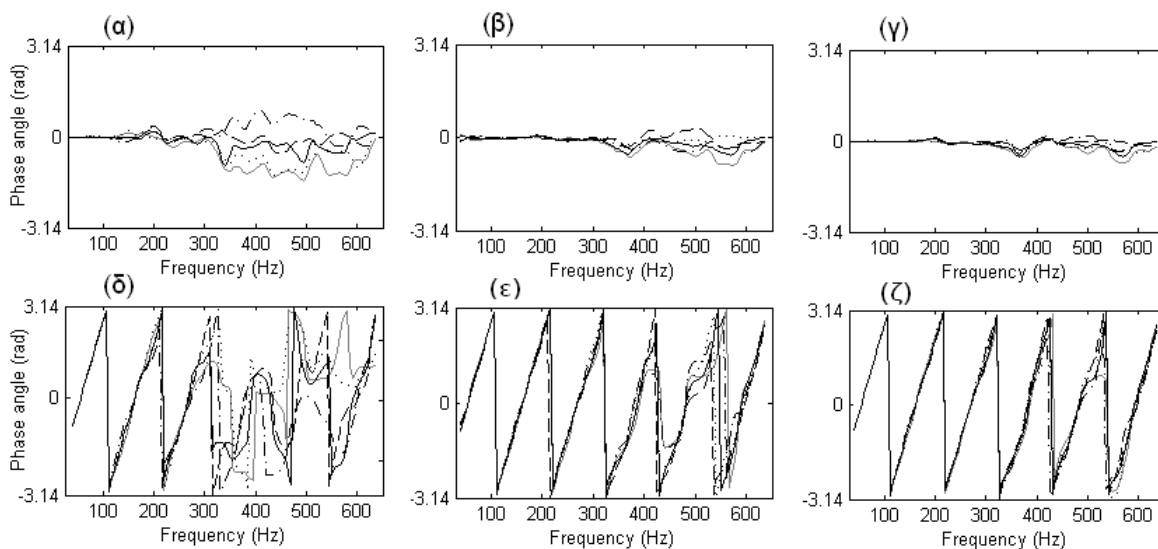


**Σχήμα 4.30:** Μεταβολή του μέτρου της έντασης συναρτήσει της συχνότητας για τις πηγές 1, 2, 3 και 6, 7, 8 στο **α.** και **γ.** αντίστοιχα και μεταβολή της φάσης συναρτήσει της συχνότητας για τις πηγές 1, 2, 3 και 6, 7, 8 στο **β.** και **δ.** αντίστοιχα όπως προκύπτει για το ιδανικό σύστημα. Λόγω της συμμετρίας του προβλήματος, η μιγαδική ένταση της 5<sup>ης</sup> και 4<sup>ης</sup> πηγής συμπίπτει με αυτή της 1<sup>ης</sup> και 2<sup>ης</sup> αντίστοιχα ενώ αυτή της 9<sup>ης</sup> και 10<sup>ης</sup> με αυτή της 6<sup>ης</sup> και 7<sup>ης</sup> αντίστοιχα.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει επίσης η μελέτη της μεταβολής της μιγαδικής έντασης συναρτήσει της συχνότητας για τα εξομαλυμένα συστήματα. Η μεταβολή της φάσης για το σύστημα των 16 δεκτών ελέγχου με στάθμιση συνεισφοράς ( $\mu=16 \cdot 10^3$ ) και στάθμιση μεταβλητότητας ( $h=16 \cdot 10^3$ ) φαίνεται για τις πηγές 1 έως 5 στο σχήμα 4.31(α), (β) και (γ) και για τις πηγές 6 έως 10 στο σχήμα 4.31(δ), (ε) και (ζ) αντίστοιχα. Πρέπει να σημειωθεί ότι οι δέκτες ελέγχου δεν είναι συμμετρικά τοποθετημένοι σε σχέση με τις πηγές με αποτέλεσμα οι μιγαδικές εντάσεις συμμετρικών πηγών να μην ταυτίζονται αυτή τη φορά. Φαίνεται ωστόσο ότι με την κύρωση της μεταβλητότητας της λύσης οι διαφορές στη φάση των πέντε πηγών τείνουν να εξαλειφθούν, προσεγγίζοντας έτσι την ανάγκη για συμφασικότητα που έγινε φανερή από τη λύση του ιδανικού συστήματος.

Παρατηρώντας ξανά τα σχήματα (ε) και (ζ) φαίνεται ότι η νέα τεχνική εξομάλυνσης επηρεάζει τη σχετική διαφορά φάσης μεταξύ γειτονικών πηγών και όχι την απόλυτη φάση, η οποία φαίνεται να ακολουθεί τη γραμμική σε σχέση με τη συχνότητα μεταβολή που είναι

απαραίτητη για τη διάδοση του επίπεδου κύματος. Συγκρίνοντας τα σχήματα (β), (γ) και (ε), (ζ), μπορεί επίσης να παρατηρήσει κανείς ότι η διασπορά στη φάση της λύσης είναι μικρότερη για διαφορικό τελεστή δευτέρας τάξης από ότι για διαφορικό τελεστή πρώτης τάξης. Οι μεγαλύτερες διαφορές στη διασπορά των δύο φάσεων φαίνονται στις υψηλότερες συχνότητες, εκεί δηλαδή όπου παρατηρήθηκε μια σχετική υπεροχή, του δευτέρας τάξης τελεστή σε σχέση με τον πρώτο, όσον αφορά την επίδοση της ισοστάθμισης. Όσον αφορά τη χωρική ευρωστία της ισοστάθμισης, το ποσοστό της περιοχής ακρόασης όπου η διακύμανση της αναπαραγόμενης πίεσης στα 500 Hz είναι εντός των  $\pm 6$  dB από την επιθυμητή είναι 42% για τη στάθμιση συνεισφοράς και 89% για τη στάθμιση μεταβλητότητας με δευτέρας τάξης διαφορικό τελεστή.



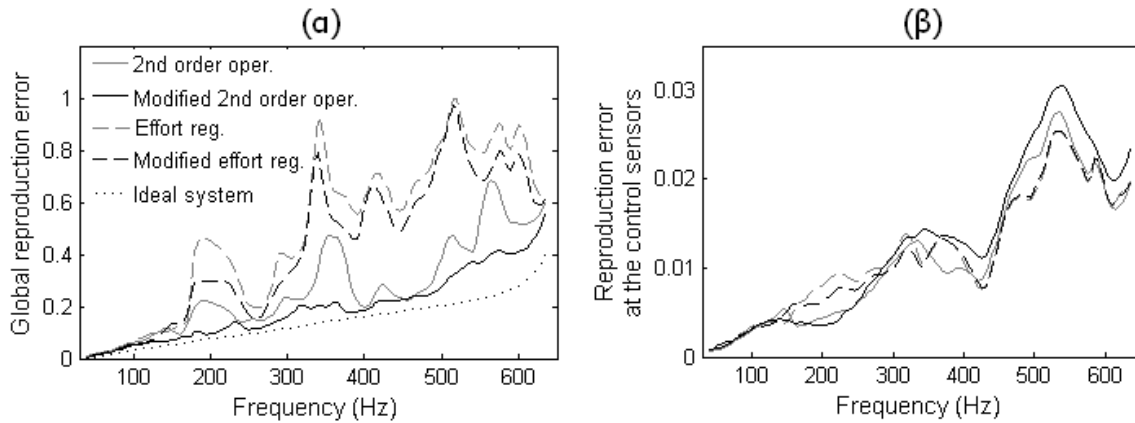
**Σχήμα 4.31:** Μεταβολή της φάσης για τις πηγές 1 έως 5 συναρτήσει της συχνότητας για το σύστημα των 16 δεκτών ελέγχου με στάθμιση συνεισφοράς στο **α.** και με στάθμιση μεταβλητότητας πρώτου και δευτέρου βαθμού στο **β.** και **γ.** αντίστοιχα. Επίσης, μεταβολή της φάσης για τις πηγές 6 έως 10 για στάθμιση συνεισφοράς στο **δ.** και για στάθμιση μεταβλητότητας πρώτου και δευτέρου βαθμού στο **ε.** και **ζ.** αντίστοιχα. Οι συντελεστές στάθμισης  $\mu$  και  $h$  ήτανε ίσοι με  $16 \cdot 10^3$ .

Δεδομένου ότι όλα τα παραπάνω παρέχουν μια ικανοποιητική ανάλυση για το πώς οι προηγούμενοι διαφορικοί τελεστές επηρεάζουν τη σχετική διαφορά φάσης των γειτονικών πηγών σε κάθε πλευρά, γεννιέται το ερώτημα αν είναι δυνατόν οι τελεστές να τροποποιηθούν ώστε να επηρεάζουν και τη σχετική διαφορά του μέτρου τους. Οι ηχητικές πηγές 1, 5, 6 και 10 που είναι τοποθετημένες σε γωνία του χώρου χαρακτηρίζονται από τετραπλασιασμό της εκπεμπόμενης ακουστικής τους ισχύος (+6dB), τη στιγμή που οι υπόλοιπες ηχητικές πηγές, τοποθετημένες κοντά σε πλευρά του χώρου, χαρακτηρίζονται από διπλασιασμό (+3dB) (Allison 1974). Αντίστοιχα, σε ένα τρισδιάστατο χώρο, η

ακουστική ισχύς μιας πηγής θα είναι οκταπλάσια, τετραπλάσια η διπλάσια, ανάλογα με το αν η στερεά γωνία (solid angle) που σχηματίζουν τα όρια του χώρου είναι  $\pi/2$ ,  $\pi$  ή  $2\pi$  steradians, σε σχέση με μια ηχητική πηγή που είναι απομακρυσμένη από τους τοίχους. Για το συγκεκριμένο πρόβλημα που εξετάζεται εδώ, τα μέτρα των γωνιακών πηγών θα πρέπει να είναι υποδιπλάσια των διπλανών τους, γεγονός που οδηγεί στην τροποποίηση του δευτέρας τάξης διαφορικού τελεστή της σχέσης (4.18) ως

$$\mathbf{D}' = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}. \quad (4.20)$$

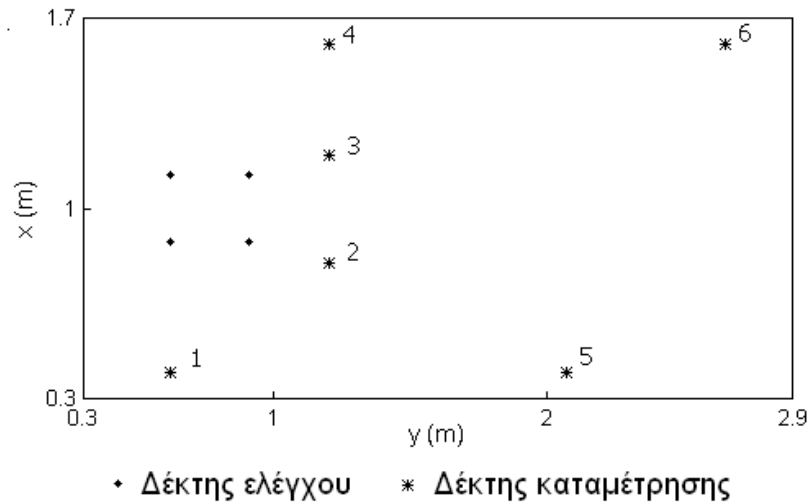
Υιοθετώντας την ίδια σύλληψη για τη στάθμιση συνεισφοράς, τα μοναδιαία στοιχεία του πίνακα  $\mathbf{I}$  που αντιστοιχούν στις γωνιακές πηγές 1, 5, 6 και 10 στην εξίσωση (4.13) αντικαθίστανται από την τιμή 4 και τα αποτελέσματα για τον τροποποιημένο διαφορικό τελεστή και τον τροποποιημένο μοναδιαίο πίνακα φαίνονται στο σχήμα 4.32. Οι τιμές των νέων συντελεστών στάθμισης ήταν ίσες με  $\mu=8 \cdot 10^3$  και  $h=8 \cdot 10^4$ . Στο ίδιο σχήμα απεικονίζεται και η μεταβολή του τετραγωνικού σφάλματος ισοστάθμισης για τους μη τροποποιημένους πίνακες του σχήματος 4.29 (λαμβάνοντας υπόψιν το δευτέρας τάξης διαφορικό τελεστή). Από το σχήμα 4.32(α) παρατηρείται φανερή μείωση του συνολικού τετραγωνικού σφάλματος ισοστάθμισης για τη στάθμιση μεταβλητότητας της έντασης, ενώ διακρίνεται και μια μικρή σχετικά βελτίωση για τη στάθμιση συνεισφοράς. Πρακτικά, το τετραγωνικό σφάλμα ισοστάθμισης στους δέκτες ελέγχου παραμένει αμετάβλητο σε σχέση με τους μη τροποποιημένους πίνακες. Η τροποποίηση όμως έχει μειώσει σημαντικά τις κορυφές στο συνολικό τετραγωνικό σφάλμα ισοστάθμισης σε σχέση με τον μη τροποποιημένο διαφορικό τελεστή. Η ανάλυση λοιπόν δείχνει ότι με την επιβολή μιας συνθήκης που αφορά τη σχετική διαφορά μέτρου των ηχητικών πηγών, το σύστημα προσαρμόστηκε καλύτερα στις ιδιαιτερότητες του χώρου αναπαραγωγής. Αυτό κάνει φανερό ότι η τροποποίηση των στοιχείων του διαφορικού τελεστή έχει πολύ πιο ενδιαφέρουσες προεκτάσεις από την τροποποίηση των στοιχείων του μοναδιαίου πίνακα στη στάθμιση συνεισφοράς. Αξίζει τα τέλος να σημειωθεί ότι η αρχική μορφή του διαφορικού τελεστή στις εξισώσεις (4.18) και (4.19) μπορεί να μην είναι η βέλτιστη για τη διάταξη που εξετάστηκε, ήταν όμως ιδανική για την περίπτωση που οι ηχητικές πηγές ήταν βέλτιστα τοποθετημένες, σύμφωνα με την ανάλυση που έγινε στην ενότητα 4.2.3. Αυτό οφείλεται στο ότι στην προκειμένη περίπτωση, οι ηχητικές πηγές σε κάθε πλευρά θα έπρεπε να διεγερθούν όχι μόνο με την ίδια φάση, αλλά και με το ίδιο μέτρο.



**Σχήμα 4.32:** Τετραγωνικό σφάλμα ισοστάθμισης **α.** στους δέκτες καταμέτρησης και **β.** στους δέκτες ελέγχου για τον τροποποιημένο διαφορικό τελεστή και μοναδιαίο πίνακα. Οι τιμές των νέων συντελεστών στάθμισης ήτανε ίσες με  $\mu=8 \cdot 10^3$  για  $h=8 \cdot 10^4$  για στάθμιση συνεισφοράς και μεταβλητότητας αντίστοιχα.

#### 4.4.2 Προσομοίωση στο πεδίο του χρόνου

Θεωρώντας το ίδιο ακριβώς σύστημα με την προηγούμενη ενότητα, η στάθμιση μεταβλητότητας εξετάζεται εδώ για την ισοστάθμιση ευρυζωνικών ηχητικών σημάτων στο πεδίο του χρόνου. Όλες οι πηγές μοντελοποιήθηκαν ως υψιπερατά αναλογικά φίλτρα πρώτης τάξης με έναν πόλο στα 100 Hz. Το εύρος συχνοτήτων που μελετήθηκε ήταν έως τα 600 Hz και συνεπώς η συχνότητα δειγματοληψίας επιλέχθηκε να είναι 1200 Hz. Για τον υπολογισμό των διακριτών κρουστικών αποκρίσεων από τις πηγές στους δέκτες εκτιμήθηκαν οι συναρτήσεις μεταφοράς χρησιμοποιώντας το κλασικό μοντέλο στο πεδίο της συχνότητας, αθροίζοντας όλες τις ιδιομορφές ταλάντωσης του χώρου με ιδιοσυχνότητα έως 1200 Hz. Οι συναρτήσεις μεταφοράς που προέκυψαν πολλαπλασιάστηκαν με την απόκριση βαθυπερατών αναλογικών Butterworth φίλτρων 14ης τάξης με συχνότητα αποκοπής 468 Hz, που μοντελοποίησαν φίλτρα μη αναδίπλωσης φάσματος, τα οποία χρησιμοποιούνται στην πράξη ώστε να αποφευχθεί το φαινόμενο της αναδίπλωσης (aliasing). Ακολούθως το αποτέλεσμα πολλαπλασιάστηκε με την απόκριση των πηγών, οι οποίες είχαν μοντελοποιηθεί ως υψιπερατά αναλογικά φίλτρα πρώτης τάξης, όπως αναφέρθηκε προηγουμένως. Οι διακριτές κρουστικές αποκρίσεις αποκτήθηκαν με την αντιστροφή του αποτελέσματος και αναπαραστάθηκαν από FIR φίλτρα 250 συντελεστών.



**Σχήμα 4.33:** Κατανομή των δεκτών ελέγχου και των δεκτών καταμέτρησης εντός της περιοχής ακρόασης του σχήματος 4.23.

Το σήμα εισόδου θεωρήθηκε στο εύρος συχνοτήτων έως 600 Hz και σχεδιάστηκε ώστε να έχει τη συνάρτηση δέλτα ως συνάρτηση αυτοσυσχέτισης. Το σήμα εισόδου φιλτραρίσθηκε από ένα φίλτρο μη αναδίπλωσης φάσματος το οποίο μοντελοποιήθηκε επίσης ως ένα βαθυπερατό αναλογικό Butterworth φίλτρο 14ης τάξης με συχνότητα αποκοπής 485 Hz.

Για την αξιολόγηση της επίδοσης της ισοστάθμισης θεωρήθηκαν 4 δέκτες ελέγχου και 6 δέκτες καταμέτρησης σύμφωνα με το σχήμα 4.33. Η σχετική απόσταση των δεκτών ελέγχου κατά το  $y$ - ήτανε 0.29 m, ίση δηλαδή με το διάστημα που ταξιδεύει ο ήχος σε χρονική περίοδο που αντιστοιχεί στην περίοδο της δειγματοληψίας. Η κατά το  $x$ -συνιστώσα των δεκτών ελέγχου ήτανε 0.85 και 1.15 m ενώ αυτή των δεκτών καταμέτρησης ήτανε  $Lx/5$  για τους δέκτες 1 και 5,  $4Lx/5$  για τους 4 και 6 ενώ οι δέκτες 3 και 5 ήτανε στο  $2Lx/5$  και  $3Lx/5$  αντίστοιχα. Τα φίλτρα ισοστάθμισης ήταν FIR φίλτρα 90 συντελεστών, και η επιθυμητή διαταραχή δημιουργήθηκε εφαρμόζοντας καθυστερήσεις 30 δειγμάτων για τον υπολογισμό των επιθυμητών ηχητικών σημάτων στους δέκτες ελέγχου της πρώτης στήλης και πρόσθετων καθυστερήσεων ενός δείγματος στους δέκτες των δύο επόμενων στηλών αντίστοιχα.

Η εφαρμογή της στάθμισης μεταβλητότητας στο πεδίο του χρόνου γίνεται εύκολα κατανοητή αν αντιληφθεί κανείς την αναλογία του όρου  $\mathbf{q}^H \mathbf{D}^H \mathbf{D} \mathbf{q}$  στη συνάρτηση κόστους στο πεδίο της συχνότητας με τον όρο  $\mathbf{a}^T \mathbf{\Delta}^T \mathbf{\Delta} \mathbf{a}$  στο πεδίο του χρόνου, όπου  $\mathbf{a}^T = [\mathbf{a}_0^T \dots \mathbf{a}_{I-1}^T]$  είναι το διάνυσμα με τους συντελεστές των φίλτρων,  $I$  είναι ο αριθμός

των συντελεστών του φίλτρου κάθε πηγής και  $\mathbf{\Delta}$  ένας επίσης τριδιαγώνιος πίνακας που μπορεί να κατασκευαστεί ως

$$\mathbf{\Delta} = \begin{bmatrix} \mathbf{D} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{D} \end{bmatrix}, \quad (4.21)$$

όπου το  $\mathbf{D}$  είναι ο ίδιος διαφορικός τελεστής δευτέρας τάξης με αυτόν που ορίστηκε στο πεδίο της συχνότητας στη σχέση (4.17). Θεωρώντας ότι η σχέση (4.21) έχει προσαρμοστεί στα δεδομένα του προβλήματος προσομοίωσης που εξετάζεται φαίνεται ότι η επίδραση του διαφορικού τελεστή  $\mathbf{D}$  πάνω στην κάθε δεκάδα  $\mathbf{a}_i$  των συντελεστών των φίλτρων των ηχητικών πηγών είναι ταυτόσημη με την επίδραση του ίδιου τελεστή πάνω στη δεκάδα  $\mathbf{q}$  των μιγαδικών εντάσεων των πηγών στο πεδίο της συχνότητας. Η συνάρτηση κόστους που πρέπει να ελαχιστοποιηθεί για να δράσει η συγκεκριμένη συνθήκη είναι η

$$J^{(h)} = E \left\{ \mathbf{e}^H(n) \mathbf{e}(n) + h \mathbf{a} \mathbf{\Delta}^T \mathbf{\Delta} \mathbf{a} \right\}, \quad (4.22)$$

και οι βέλτιστοι συντελεστές προκύπτουν κατ' αναλογία με τη σχέση (3.44) ως

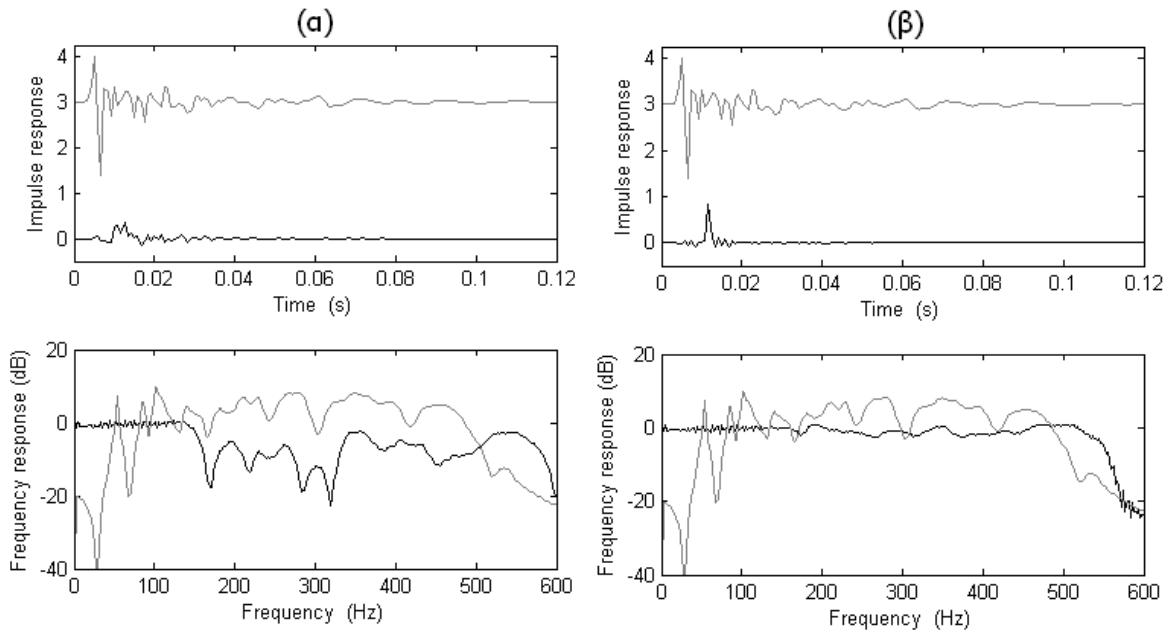
$$\mathbf{a}_o^{(h)} = (E \{ \mathbf{R}(n)^T \mathbf{R}(n) + h \mathbf{\Delta}^T \mathbf{\Delta} \})^{-1} E \{ \mathbf{R}(n)^T \mathbf{d}(n) \}, \quad (4.23)$$

υπό την προϋπόθεση ότι ο πίνακας  $E \{ \mathbf{R}(n)^T \mathbf{R}(n) + h \mathbf{\Delta}^T \mathbf{\Delta} \}$  είναι θετικά ορισμένος. Η επίδοση της στάθμισης μεταβλητότητας στο συγκεκριμένο πρόβλημα ισοστάθμισης συγκρίνεται με την επίδοση της στάθμισης συνεισφοράς, για την οποία οι βέλτιστοι συντελεστές των φίλτρων υπολογίζονται σύμφωνα με τη σχέση (3.44).

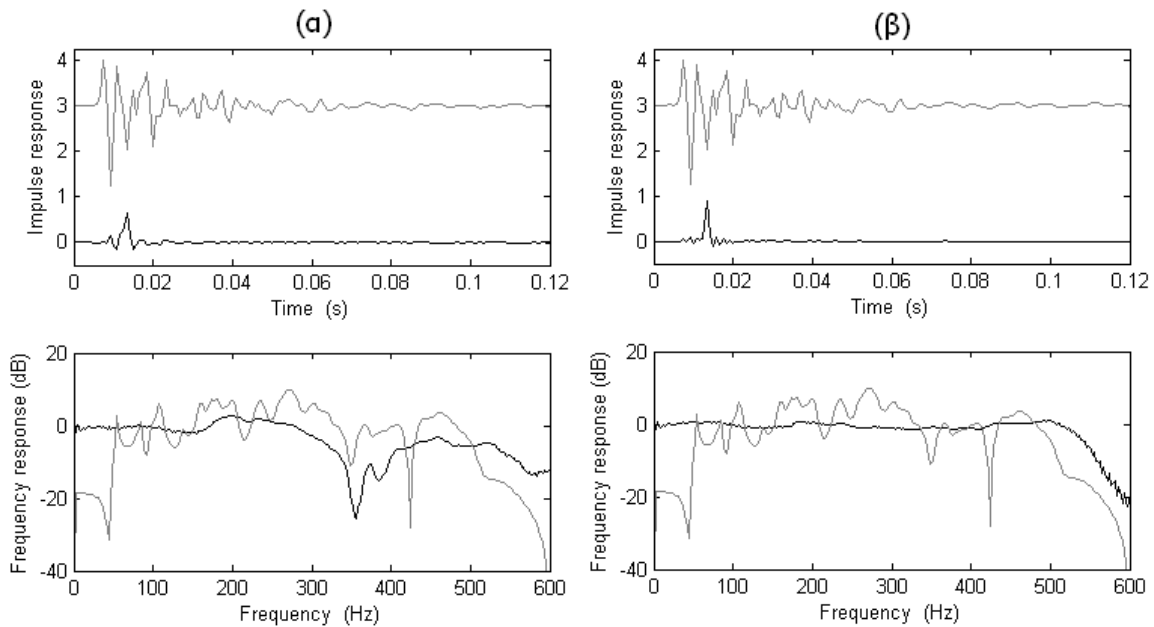
Για το συγκεκριμένο πρόβλημα έγινε χρήση του τροποποιημένου διαφορικού τελεστή δευτέρας τάξης και του τροποποιημένου μοναδιαίου πίνακα που σχολιάστηκε στην ενότητα 4.4.1 και οι συντελεστές στάθμισης για το πρόβλημα τέθηκαν ίσοι με  $h=5 \cdot 10^{11}$  και  $\mu=10^{11}$ . Η παρατήρηση της ισοσταθμισμένης απόκρισης έδειξε ότι η ποιότητα της ισοστάθμισης στους δέκτες ελέγχου ήταν πολύ καλή και για τις δύο τεχνικές εξομάλυνσης. Οι κρουστικές αποκρίσεις ταυτίζονταν σχεδόν τέλεια με αυτές ενός καθυστερημένου κρουστικού παλμού ενώ μια επίπεδη απόκριση συχνότητας παρατηρήθηκε και για τις δύο τεχνικές. Για τους δέκτες καταμέτρησης 1, 3 και 6 η κρουστική απόκριση πριν και μετά την ισοστάθμιση για κάθε τεχνική φαίνεται στα σχήματα 4.34, 4.35 και 4.36 αντίστοιχα. Από τα σχήματα φαίνεται καθαρά η υπεροχή της στάθμισης μεταβλητότητας από τη στάθμιση συνεισφοράς. Η προτεινόμενη τεχνική κατάφερε να ισοσταθμίσει όλη την περιοχή ακρόασης, σε αντίθεση με τη στάθμιση συνεισφοράς που απέδωσε κάπως καλά μόνο στους δέκτες καταμέτρησης 2 και 3. Η επίδοση αυτή είναι συμβατή με την παρατήρηση που γίνεται στο κεφάλαιο 5, ότι η στάθμιση συνεισφοράς αποδίδει



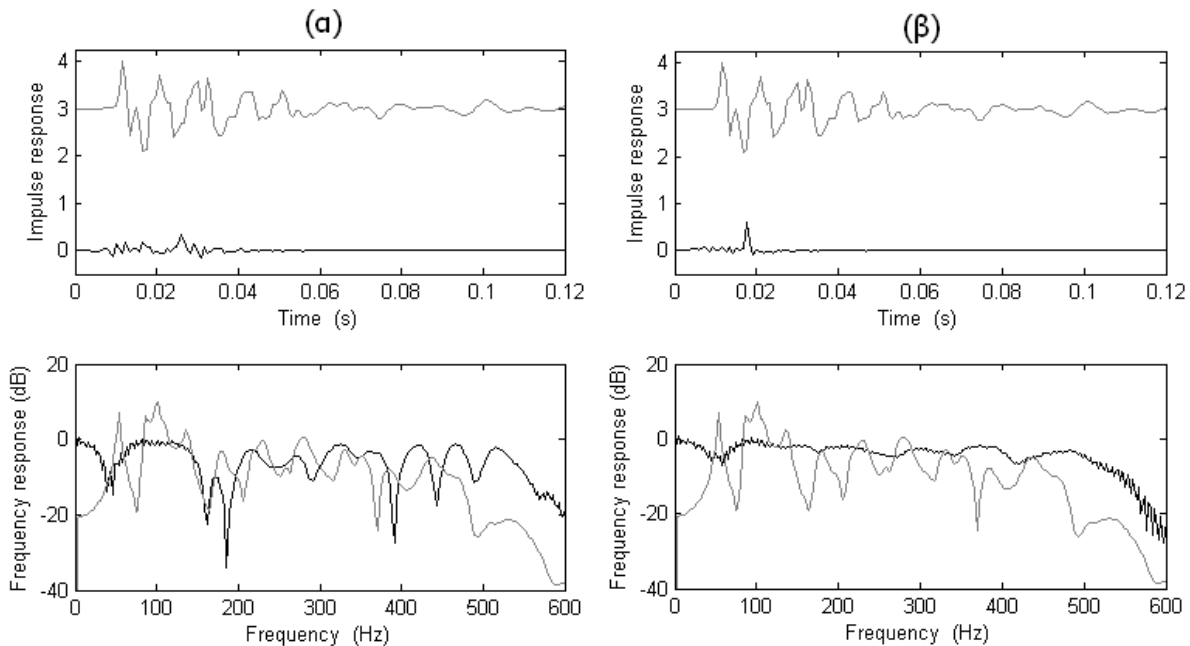
ικανοποιητικά σε μια στενή λωρίδα που περνάει από τους δέκτες ελέγχου και είναι παράλληλη στην ευθεία διάδοσης του επιθυμητού κύματος.



**Σχήμα 4.34:** Κρουστική απόκριση και απόκριση συχνότητας πριν (γκρίζα γραμμή) και μετά (μαύρη γραμμή) την ισοστάθμιση για το δέκτη καταμέτρησης 1 στο  $(0.4, 0.62)$  m για **α.** στάθμιση συνεισφοράς με  $\mu=10^{11}$  και **β.** στάθμιση μεταβλητότητα με  $h=5 \cdot 10^{11}$ . Οι αποκρίσεις πριν την ισοστάθμιση προέκυψαν διεγείροντας με μία μόνο πηγή στο  $(0.1, 0.1)$  m.



**Σχήμα 4.35:** Κρουστική απόκριση και απόκριση συχνότητας πριν (γκρίζα γραμμή) και μετά (μαύρη γραμμή) την ισοστάθμιση για το δέκτη καταμέτρησης 3 στο  $(1.2, 1.2)$  m για **α.** στάθμιση συνεισφοράς με  $\mu=10^{11}$  και **β.** στάθμιση μεταβλητότητα με  $h=5 \cdot 10^{11}$ .



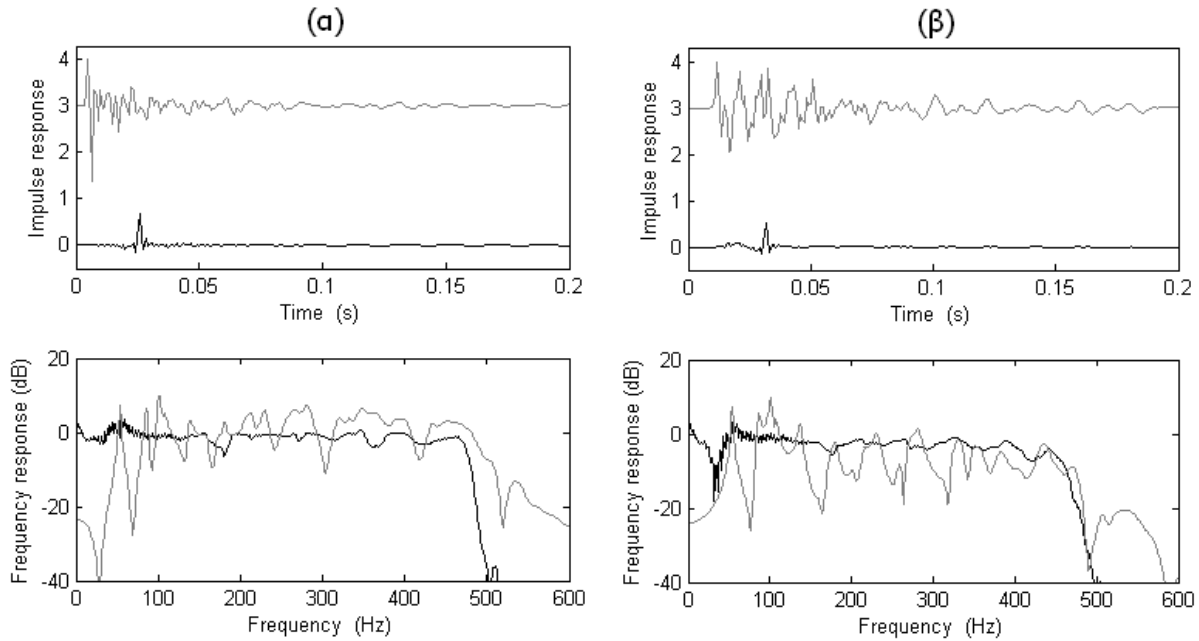
**Σχήμα 4.36:** Κρουστική απόκριση και απόκριση συχνότητας πριν (γκρίζα γραμμή) και μετά (μαύρη γραμμή) την ισοστάθμιση για το δέκτη καταμέτρησης 6 στο (1.6, 2.65) m για **α.** στάθμιση συνεισφοράς με  $\mu=10^{11}$  και **β.** στάθμιση μεταβλητότητας με  $h=5 \cdot 10^{11}$ .

#### 4.4.3 Αναδρομική προσέγγιση της λύσης

Σύμφωνα με τη σχέση (3.51), οι συντελεστές των φίλτρων ισοστάθμισης είναι δυνατόν να προσεγγιστούν αναδρομικά σύμφωνα με την εξίσωση

$$\mathbf{a}(n+1) = (\mathbf{I} - \alpha h \mathbf{\Delta}^T \mathbf{\Delta}) \mathbf{a}(n) + \alpha \mathbf{R}(n) \mathbf{e}(n). \quad (4.24)$$

Η αναδρομική λύση εξετάστηκε για την ίδια διάταξη ισοστάθμισης στο ίδιο δωμάτιο με την προηγούμενη ενότητα, με τη διαφορά ότι ο συντελεστής απόσβεσης τέθηκε ίσος με 0.02. Οι κρουστικές αποκρίσεις από τις ηχητικές πηγές στους δέκτες του χώρου υπολογίστηκαν ως FIR φίλτρα 300 συντελεστών αυτή τη φορά. Ο συντελεστής σύγκλισης  $\alpha$  τέθηκε ίσος με  $1.2 \cdot 10^{-16}$  και ο συντελεστής στάθμισης  $h$  ίσος με  $2 \cdot 10^{13}$ . Όλες οι υπόλοιπες παράμετροι του προβλήματος όπως η συχνότητα δειγματοληψίας, ο αριθμός των συντελεστών των φίλτρων και ο αριθμός των δεκτών στο χώρο ήταν ίδιες με την προηγούμενη υποενότητα με τη διαφορά ότι οι δέκτες καταμέτρησης 2 και 3 χρησιμοποιήθηκαν ως δέκτες ελέγχου κατά την αναδρομική προσέγγιση της λύσης. Στο αρχικό διάνυσμα  $\mathbf{a}(0)$  όλοι οι συντελεστές των φίλτρων τέθηκαν ίσοι με 0. Οι κρουστικές αποκρίσεις και η απόκριση συχνότητας πριν και μετά την ισοστάθμιση, όπως προέκυψαν μετά από 4000 επαναλήψεις του αναδρομικού αλγόριθμου απεικονίζονται για τους δέκτες καταμέτρησης 1 και 6 στο σχήμα 4.37(α) και (β) αντίστοιχα.



**Σχήμα 4.37:** Κρουστική απόκριση και απόκριση συχνότητας πριν (γκρίζα γραμμή) και μετά (μαύρη γραμμή) την ισοστάθμιση μετά από 4000 επαναλήψεις του αναδρομικού αλγόριθμου **α.** για το δέκτη καταμέτρησης 1 και **β.** για το δέκτη καταμέτρησης 6.

Η επίδοση αυτή είναι ενδεικτική για όλες σχεδόν τις θέσεις στην περιοχή ακρόασης και κρίνεται αρκετά ικανοποιητική για το δεδομένο πρόβλημα, αν και παρατηρήθηκαν κάποιες φανερές αποκλίσεις στο μέτρο της ισοσταθμισμένης απόκρισης συχνότητας σε μια περιοχή γύρω από τα 40 Hz όπως στο σχήμα 4.37(β).

## 4.5 Στάθμιση μεταβλητότητας της ισχύος

Παρόμοια με τη στάθμιση μεταβλητότητας της έντασης, η εξομάλυνση με στάθμιση μεταβλητότητας της ισχύος επιβάλλει στο σύστημα ισοστάθμισης μια συνθήκη ομοιότητας στη ισχύ που καταναλώνεται (ή απορροφάται) σε κάποια ηχητική πηγή με αυτή των διπλανών της πηγών. Για την επιβολή αυτής της συνθήκης στη συνάρτηση κόστους είναι απαραίτητη πρώτα η κατά Cholesky παραγοντοποίηση του πίνακα  $\mathbf{W}$  ως (Maroulas 1995)

$$\mathbf{W} = \mathbf{L}^H \mathbf{L}, \quad (4.25)$$

η οποία και είναι πάντα δυνατή καθότι ο πίνακας  $\mathbf{W}$  είναι θετικά ορισμένος. Η τροποποιημένη συνάρτηση κόστους μπορεί τώρα να οριστεί ως

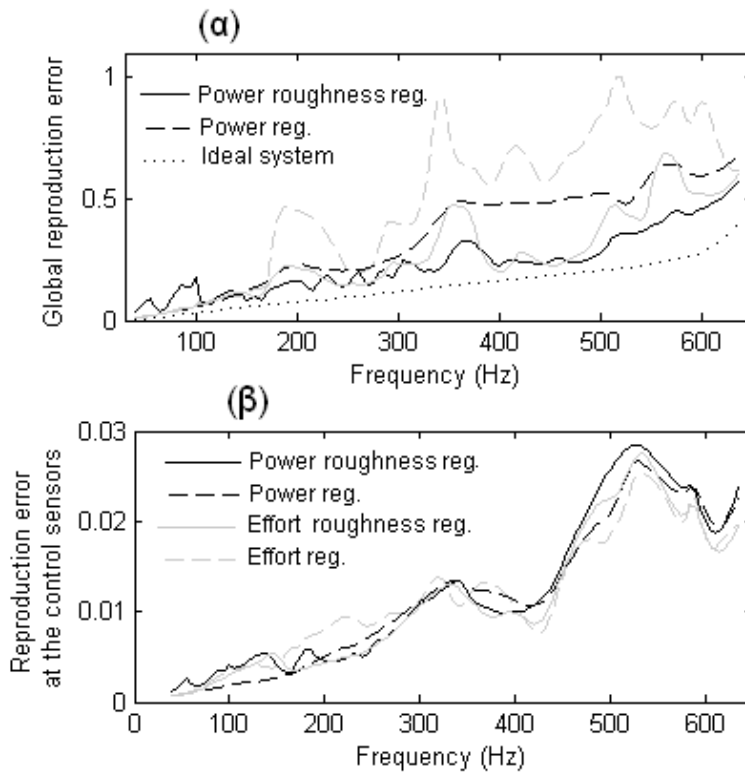
$$J^{(g)} = (\mathbf{Z}\mathbf{q} - \mathbf{p}_d)^H (\mathbf{Z}\mathbf{q} - \mathbf{p}_d) + g\mathbf{q}^H \mathbf{L}^H (\mathbf{D}^T \mathbf{D}) \mathbf{L} \mathbf{q}. \quad (4.26)$$

Παρόμοια με πριν, η σχέση (4.26) περιλαμβάνει *κύρωση* ή *στάθμιση μεταβλητότητας της ισχύος* (power roughness regularization). Το βέλτιστο διάνυσμα μιγαδικών εντάσεων προκύπτει ως

$$\mathbf{q}^{(g)} = [\mathbf{Z}^H \mathbf{Z} + g \mathbf{L}^H (\mathbf{D}^T \mathbf{D}) \mathbf{L}]^{-1} \mathbf{Z}^H \mathbf{p}_d. \quad (4.27)$$

Τα πλεονεκτήματα από τη χρήση της σύνθετης λύσης της σχέσης (4.27) φαίνονται στο σχήμα 4.35 σε σχέση με την απλή στάθμιση ισχύος (σχέση (4.12)). Και για τις δύο περιπτώσεις οι συντελεστές στάθμισης  $\lambda$  και  $g$  τέθηκαν ίσοι με  $16 \times 0.5$ . Ο πίνακας  $\mathbf{D}$  που χρησιμοποιήθηκε για τη στάθμιση μεταβλητότητας ήτανε ίδιος με αυτόν της σχέσης (4.18).

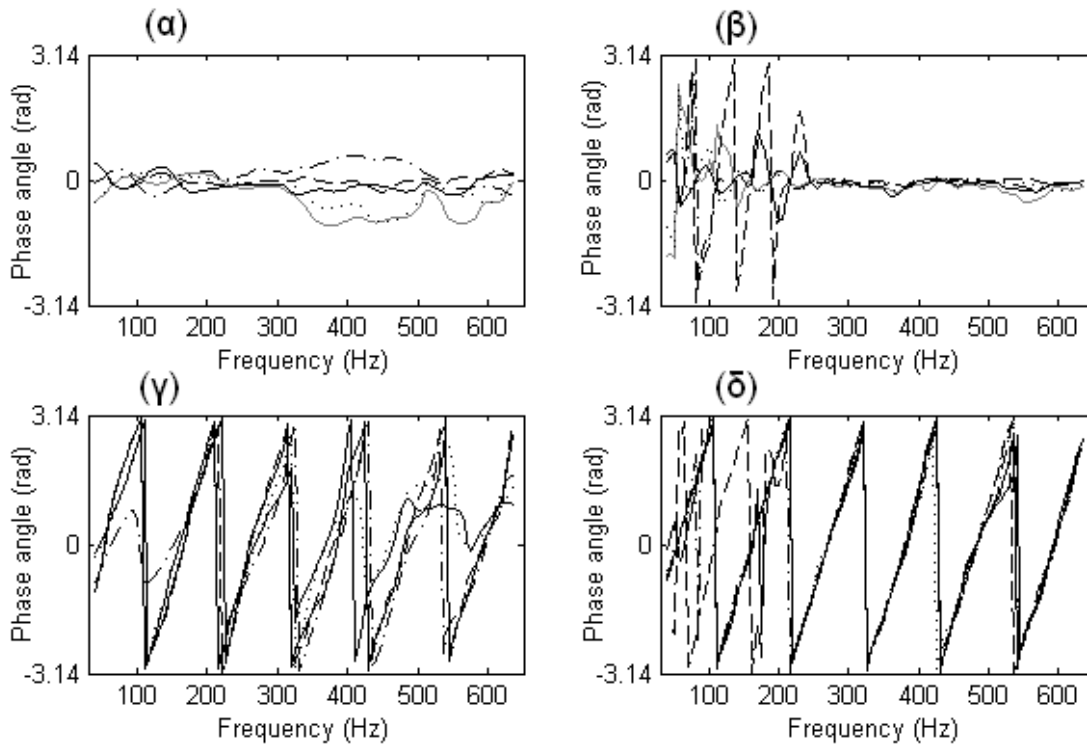
Από το σχήμα 4.38(a) φαίνεται πάλι ότι το συνολικό σφάλμα ισοστάθμισης είναι σημαντικά μικρότερο για στάθμιση μεταβλητότητας της ισχύος από ότι για στάθμιση ισχύος. Οι διαφορές από τη χρήση διαφορικού τελεστή πρώτης και δευτέρας τάξης, παρόμοια με τη μεταβλητότητα της έντασης, δεν ήτανε αξιόλογες. Στο σχήμα 4.38(β) φαίνεται επίσης ότι το σφάλμα ισοστάθμισης στους δέκτες ελέγχου είναι της ίδιας τάξης όχι μόνο μεταξύ των δύο τελευταίων αλλά μεταξύ και των τεσσάρων τεχνικών εξομάλυνσης. Αξίζει να αναφερθεί ότι το συνολικό σφάλμα ισοστάθμισης για στάθμιση ισχύος και μεταβλητότητας ισχύος (σχήμα 4.38(a)) εξακολουθεί να είναι μικρότερο από αυτό που επιτυγχάνεται για στάθμιση συνεισφοράς και μεταβλητότητας της έντασης αντίστοιχα, για μη τροποποιημένο διαφορικό τελεστή. Λόγω της διαγώνιας φύσης του πίνακα  $\mathbf{D}$ , μπορεί να ισχυριστεί κανείς ότι η στάθμιση μεταβλητότητας της έντασης περιλαμβάνει ταυτόχρονα και στάθμιση συνεισφοράς, όπως και η στάθμιση μεταβλητότητας της ισχύος περιλαμβάνει ταυτόχρονα και στάθμιση ισχύος. Από την ανάλυση που έχει προηγηθεί σε σχέση με την ανωτερότητα της στάθμισης ισχύος έναντι της στάθμισης συνεισφοράς σε ένα πανομοιότυπο πρόβλημα ισοστάθμισης, μπορεί ενδεχομένως να επεξηγηθεί ο λόγος για τον οποίο η εξομάλυνση με κάποια συνάρτηση της ισχύος επιφέρει μικρότερο συνολικό σφάλμα ισοστάθμισης από ότι η εξομάλυνση με κάποια συνάρτηση της έντασης.



**Σχήμα 4.38:** Μεταβολή του συνολικού σφάλματος ισοστάθμισης για στάθμιση μεταβλητότητας ισχύος και στάθμιση ισχύος **α.** στους δέκτες καταμέτρησης και **β.** στους δέκτες ελέγχου. Στα ίδια σχήματα, με τις γκριζες γραμμές απεικονίζονται οι μεταβολές για στάθμιση μεταβλητότητας της έντασης για μη τροποποιημένο διαφορικό τελεστή (σχήμα 4.29), θεωρώντας μόνο το διαφορικό τελεστή δεύτερης τάξης. Οι συντελεστές στάθμισης και μεταβλητότητας ισχύος  $\lambda$  και  $g$  τέθηκαν ίσοι με 8.

Η μεταβολή της φάσης για στάθμιση ισχύος και για στάθμιση μεταβλητότητας της ισχύος φαίνεται για τις πηγές 1 έως 5 στο σχήμα 4.39(α) και 4.39(β) και για τις πηγές 6 έως 10 στο σχήμα 4.39(γ) και 4.39(δ) αντίστοιχα. Παρόμοια με τη στάθμιση μεταβλητότητας της έντασης φαίνεται ότι και η στάθμιση μεταβλητότητας της ισχύος έχει ως αποτέλεσμα τη διατήρηση της συμφασικότητας, από τα 250 Hz και μετά. Παρόμοια συμφασικότητα στη λύση παρατηρήθηκε και για διαφορικό τελεστή πρώτης τάξης. Επίσης, από προσομοιώσεις που έγιναν με τον τροποποιημένο διαφορικό τελεστή της σχέσης (4.20) παρατηρήθηκε επίσης μια σχετική βελτίωση, αλλά μικρότερη από αυτήν που παρατηρήθηκε για στάθμιση μεταβλητότητας της έντασης. Αυτό ενδεχομένως οφείλεται ότι στη φύση του πίνακα  $L$  και της στάθμισης ισχύος γενικότερα, που φαίνεται ότι λαμβάνει αυτόματα υπόψιν τη σχετική διαφορά στη ακουστική ισχύ μεταξύ των γωνιακών ηχητικών πηγών και των διπλανών τους, με αποτέλεσμα να προσαρμόζεται καλύτερα στο δεδομένο πρόβλημα.

Είναι φανερό ότι η στάθμιση μεταβλητότητας της έντασης και της ισχύος είναι ιδανική για τη συγκεκριμένη γωνία διάδοσης και για τη δεδομένη γεωμετρία του προβλήματος. Ωστόσο, για διαφορετικές γωνίες διάδοσης, η συμφασικότητα μεταξύ των πηγών δεν αποτελεί κατάλληλη προϋπόθεση και για αυτό πρέπει να γίνει χρήση πιο προσαρμοστικών μεθόδων όπως θα φανεί στο κεφάλαιο 5.



**Σχήμα 4.39:** Μεταβολή της φάσης συναρτήσει της συχνότητας για το σύστημα των 16 δεκτών ελέγχου για στάθμιση ισχύος και στάθμιση μεταβλητότητας ισχύος για τις πηγές 1 έως 5 στο **α.** και **β.** και για τις πηγές 6 έως 10 στο **γ.** και **δ.** αντίστοιχα. Ο συντελεστής στάθμισης  $\lambda$  και  $g$  τέθηκαν ίσοι με 8.

## Κεφάλαιο 5

### **Βελτιώσεις στα συστήματα αναπαραγωγής ηχητικού πεδίου σε κλειστούς χώρους**

*Στο παρόν κεφάλαιο μελετάται η αναπαραγωγή ηχητικού πεδίου σε μια συνεχή περιοχή ενός κλειστού χώρου με χρήση συστημάτων πολλαπλών πηγών-δεκτών. Πριν από την εξέταση των προτεινόμενων τεχνικών βελτίωσης, η επίδοση ενός συστήματος εξετάζεται κατά την προσομοίωση τεσσάρων ήδη γνωστών τεχνικών αναπαραγωγής, της κλασικής μεθόδου των πολλαπλών σημείων, της αρχής ελέγχου της επιφανείας του συνόρου, της WFS και της AWFS. Η ανάλυση συνεχίζεται εξετάζοντας τα οφέλη που αποκομίζονται από τη χρήση της στάθμισης ισχύος, αυτή τη φορά κατά την εφαρμογή της στην αναπαραγωγή ηχητικού πεδίου και τέλος, προτείνεται η στάθμιση μεταβλητότητας με μιγαδικό διαφορικό τελεστή. Η σύγκριση της τελευταίας αυτής πρωτότυπης μεθόδου γίνεται σε σχέση με τη WFS και τη AWFS στο πεδίο της συχνότητας, ενώ για την ίδια, εξετάζεται και η δυνατότητα υλοποίησής της στο πεδίο του χρόνου, κατά την αναπαραγωγή ενός ευρυζωνικού ηχητικού σήματος σε εκτεταμένη περιοχή ακρόασης.*

## 5.1 Αναπαραγωγή ηχητικού πεδίου σε εκτεταμένη περιοχή κλειστού χώρου

### 5.1.1 Αναπαραγωγή αρμονικού ηχητικού πεδίου σε ορθογώνιο δωμάτιο.

Η παρούσα υποενότητα έχει ως σκοπό να εξετάσει την επίδοση ενός συστήματος αναπαραγωγής κατά τη δημιουργία μιας πανοραμικής ηχητικής εικόνας σε μια ευρεία περιοχή ακρόασης εντός ενός δισδιάστατου κλειστού χώρου. Για τη διάταξη του σχήματος 5.1 έχουν επιλεγθεί οι διαστάσεις  $L_x=3.2$  m,  $L_y=3.6$  m και  $L_z=0.2$  m, έτσι ώστε για το εξεταζόμενο εύρος συχνοτήτων να μην εισάγονται σημαντικές ιδιομορφές κατά τον  $z$  άξονα. Για αυτήν την προσομοίωση χρησιμοποιήθηκαν όλες οι ιδιομορφές έως τα 1400 Hz (συνολικά 1031 ιδιομορφές), ενώ ο συντελεστής απόσβεσης ελήφθη ίσος με 0.04 για όλες τις ιδιομορφές. Η θέση καθώς και ο προσανατολισμός των 26 πιστονικών πηγών που χρησιμοποιήθηκαν φαίνεται στο σχήμα 5.1. Οι πηγές μοντελοποιήθηκαν ως τετραγωνικά πιστόνια με μήκος πλευράς 0.1 m και είναι αριθμημένες αντίθετα της φοράς της κίνησης των δεικτών του ρολογιού από το 1 έως το 26 σύμφωνα με το σχήμα 5.1. Η μεταξύ διαδοχικών πηγών απόσταση ήταν ίση με 0.533 m κατά το  $x$ - και ίση με 0.514 κατά το  $y$ - . Η περιοχή ακρόασης ορίζεται στο ίδιο σχήμα από το διακεκομμένο ορθογώνιο του οποίου η κάτω αριστερή γωνία βρίσκεται στο (0.8, 0.8) και η άνω δεξιά στο (2.4, 2.8) m. Η απόσταση δηλαδή κάθε πλευράς του συνόρου της περιοχής ακρόασης από την κοντινότερη παράλληλη πλευρά του δωματίου ήταν 0.8 m ακριβώς. Συνολικά, ένα πλέγμα από  $17 \times 21 = 357$  αισθητήρες πάνω στο επίπεδο  $z=0.1$  m χρησιμοποιήθηκαν για την εκτίμηση της ηχητικής πίεσης σε όλη την περιοχή ακρόασης. Έτσι προέκυψε ένα υπερρορισμένο σύστημα με ένα πίνακα ακουστικών εμπεδήσεων μεγέθους  $26 \times 357$ . Οι βέλτιστες μιγαδικές εντάσεις προκύπτουν σύμφωνα με τη μέθοδο των πολλαπλών σημείων, θεωρώντας ουσιαστικά ένα ιδανικό σύστημα.

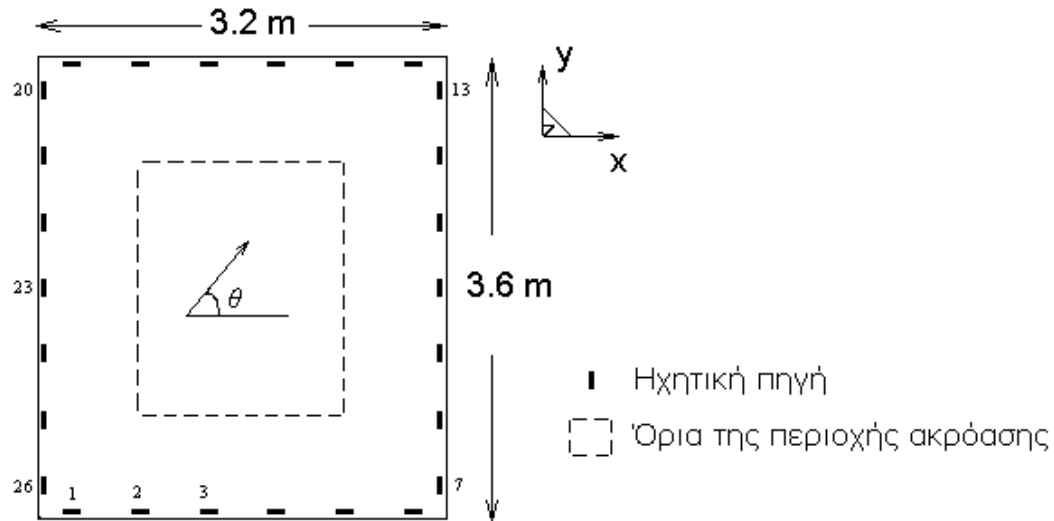
Η επίδοση του συστήματος εξετάζεται ως προς την παραγωγή ενός οδεύοντος επιπέδου κύματος προς δεδομένη γωνία  $\theta$ . Η μιγαδική επιθυμητή πίεση σε κάθε θέση  $\mathbf{r}=[x \ y]$  εντός του δωματίου ορίζεται ως

$$p(\mathbf{r}) = A \exp(-jk [\cos \theta \ \sin \theta] \mathbf{r}), \quad (5.1)$$

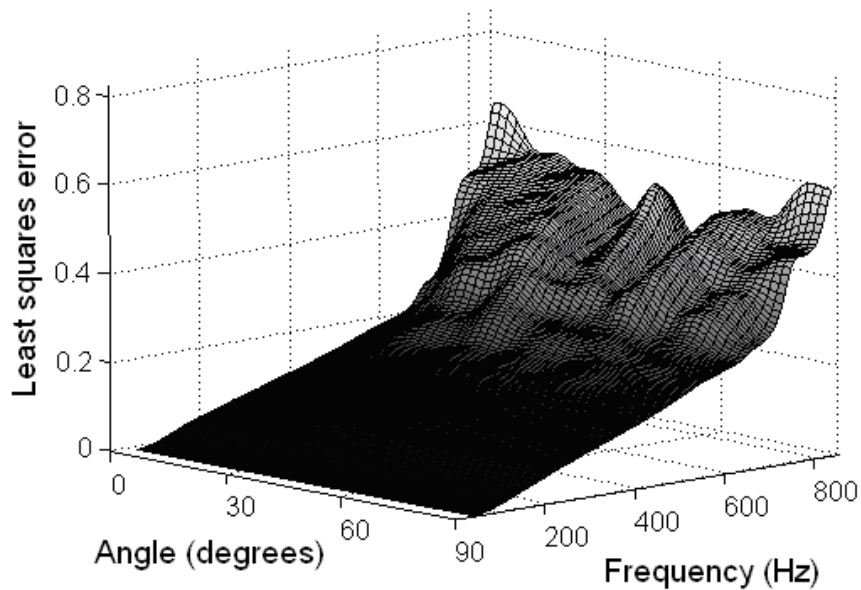
όπου  $A$  είναι το πλάτος του επιπέδου κύματος και  $k$  ο κυματικός αριθμός. Το τετραγωνικό σφάλμα αναπαραγωγής  $E_{LS}$  για όλες τις γωνίες  $\theta$  από  $0^\circ$  έως  $90^\circ$  απεικονίζεται στο σχήμα 5.2. Παρατηρείται ότι το σφάλμα αναπαραγωγής αυξάνει μαζί με τη συχνότητα, διατηρείται δε κάτω του 0.3 έως τα 600 Hz και κάτω του 0.5 έως τα 800 Hz, για όλες τις γωνίες διάδοσης. Η ακριβής αναπαραγωγή του ηχητικού πεδίου είναι σημαντική ως τα 800



Hz όπου η διαωτική διαφορά φάσης είναι ο κύριος μηχανισμός για την αντίληψη της κατεύθυνσης. Επίσης, λόγω της συμμετρίας του προβλήματος, η εξέταση έως τις  $90^\circ$  κρίνεται ενδεικτική και για όλες τις υπόλοιπες κατευθύνσεις διάδοσης του κύματος.



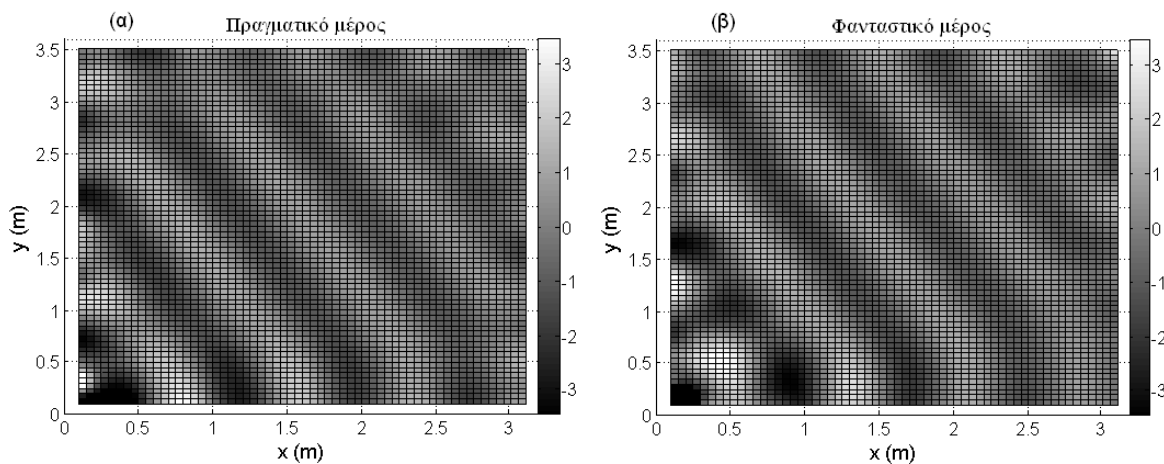
**Σχήμα 5.1:** Διάταξη του συστήματος για τη μελέτη της αναπαραγωγής ενός αρμονικού ηχητικού πεδίου σε μια μεγάλη περιοχή ακρόασης εντός ενός δισδιάστατου ορθογώνιου δωματίου. Το ύψος του δωματίου είναι 0.2 m και η γωνία διάδοσης του κύματος συμβολίζεται με  $\theta$ .



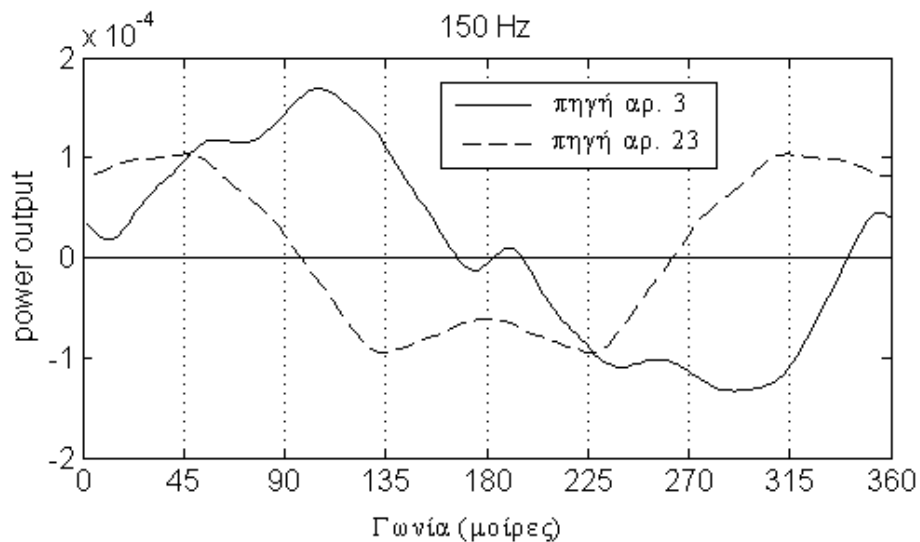
**Σχήμα 5.2:** Το τετραγωνικό σφάλμα αναπαραγωγής συναρτίζεται της συχνότητας και της γωνίας διάδοσης του επίπεδου κύματος.

Το σχήμα 5.2 επιβεβαιώνει λοιπόν ότι η ακριβής αναπαραγωγή ενός ηχητικού πεδίου σε μια μεγάλη χωρική περιοχή είναι όντως εφικτή μέσα σε ένα ανακλαστικό χώρο. Για το παράδειγμα που εξετάζεται βέβαια, οι συναρτήσεις μεταφοράς θεωρήθηκαν γνωστές σε ένα πυκνό πλέγμα από δέκτες ελέγχου που καλύπτουν όλη την περιοχή ακρόασης. Η επίδοση του συγκεκριμένου συστήματος ηχητικής αναπαραγωγής εκφράζει την επίδοση κάτω από ιδανικές συνθήκες ταυτοποίησης του συστήματος και επομένως θεμελιώνει τη χρήση του όρου *ιδανικό σύστημα*, κατ' αναλογία με το σύστημα ισοστάθμισης που παρουσιάστηκε στην ενότητα 4.3. Ενδεικτικά, το αναπαραγόμενο πεδίο για μια γωνία  $\theta=28^\circ$  στα 450 Hz φαίνεται στο σχήμα 5.3.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η διακύμανση της ακουστικής ισχύος κάθε πηγής σε σχέση με τη γωνία του επίπεδου κύματος. Στο σχήμα 5.4 φαίνεται η διακύμανση αυτή για τις πηγές 3 και 23 όταν η γωνία διάδοσης μεταβάλλεται από  $0^\circ$  έως  $360^\circ$ . Οι πηγές αυτές επιλέχθηκαν λόγω της θέσης τους στο κέντρο των δύο τοίχων παράλληλα στον  $-x$  και στον  $y$ - άξονα αντίστοιχα. Αυτό που μπορεί να παρατηρήσει κανείς για την ακουστική ισχύ της πηγής 3 για παράδειγμα είναι η αντίθεση στο πρόσημο της ισχύος για γωνίες διάδοσης μεταξύ  $0^\circ - 180^\circ$  και  $180^\circ - 360^\circ$ . Αυτό δείχνει ότι η πηγή καταναλώνει ισχύ όταν βρίσκεται πίσω σε σχέση με την κατεύθυνση του μετώπου του κύματος και αντίστροφα, απορροφάει ισχύ όταν βρίσκεται μπροστά από αυτό (Nelson 1992). Αντίστοιχα συμπεράσματα βγαίνουν για την πηγή 23 η οποία χαρακτηρίζεται από θετική ισχύ για γωνίες  $270^\circ - 90^\circ$  και για αρνητική για γωνίες  $90^\circ - 270^\circ$ . Όπως έχει παρατηρηθεί και από άλλους ερευνητές (Gauthier 2004) η απορρόφηση ηχητικής ενέργειας είναι απαραίτητη διεργασία για την αναπαραγωγή εκτεταμένου χωρικά πεδίου σε κλειστούς χώρους. Πηγές που βρίσκονται απέναντι σε σχέση με τη διεύθυνση διάδοσης του κύματος είναι φυσικό να χαρακτηρίζονται από αντίθετα πρόσημα ισχύος καθότι έτσι εξασφαλίζεται η ροή ενέργειας που είναι απαραίτητη για την παραγωγή του οδεύοντος κύματος. Η απορρόφηση της ενέργειας δε είναι περισσότερο σημαντική στις χαμηλές συχνότητες όπου η πυκνότητα των ιδιομορφών είναι μικρή. Στις συχνότητες όπου η πυκνότητα των ιδιομορφών είναι υψηλή, η απορρόφηση ενέργειας δεν είναι τόσο σημαντική και η διαδικασία της αναπαραγωγής βασίζεται κυρίως στην ανακατάταξη των ιδιομορφών (rearrangement of modes).



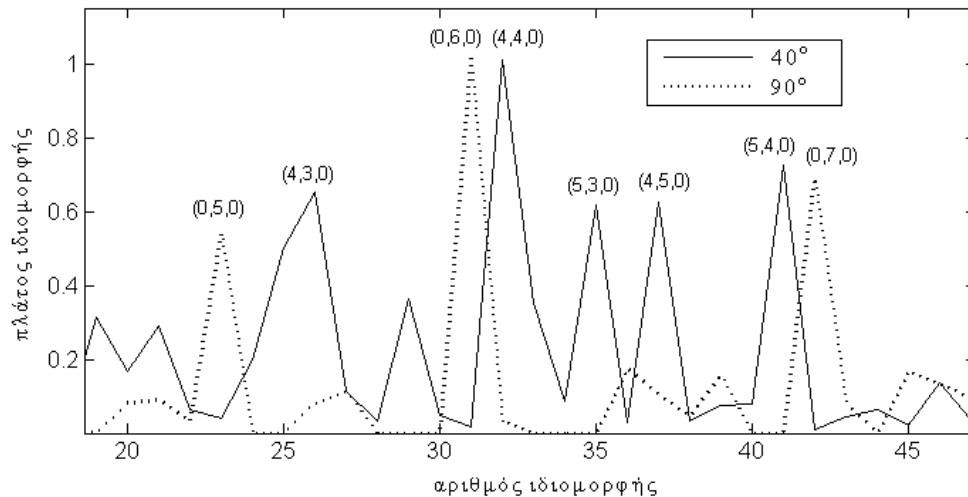
**Σχήμα 5.3:** α. Το πραγματικό και β. το φανταστικό μέρος της αναπαραγόμενης πίεσης για ένα επίπεδο κύμα που οδεύει με γωνία  $28^\circ$  στα 450 Hz.



**Σχήμα 5.4:** Η ακουστική ισχύς της 3<sup>ης</sup> και 23<sup>ης</sup> ηχητικής πηγής συναρτήσει της γωνίας διάδοσης του επίπεδου κύματος στα 150 Hz.

Το πλάτος των ιδιομορφών του χώρου για δύο διαφορετικές γωνίες διάδοσης  $40^\circ$  και  $90^\circ$  ενός επίπεδου κύματος στα 300 Hz απεικονίζεται τέλος στο σχήμα 5.5 από την 18<sup>η</sup> μέχρι τη 47<sup>η</sup> ιδιομορφή. Όπως έχει ήδη σχολιαστεί σε προηγούμενη ενότητα, για την αναπαραγωγή ενός επίπεδου κύματος παράλληλα σε έναν από τους άξονες του δωματίου απαιτείται η διέγερση μόνο των αξονικών ιδιομορφών που συμπίπτουν με τη διεύθυνση διάδοσης του κύματος. Έτσι, μόνο αξονικές ιδιομορφές όπως οι (0,5,0), (0,6,0) και (0,7,0) έχουν σημαντικό πλάτος για την περίπτωση των  $90^\circ$ . Για την περίπτωση των  $40^\circ$  παρατηρείται μεγαλύτερη πληθώρα διεγερόμενων ιδιομορφών, που στην πλειοψηφία τους

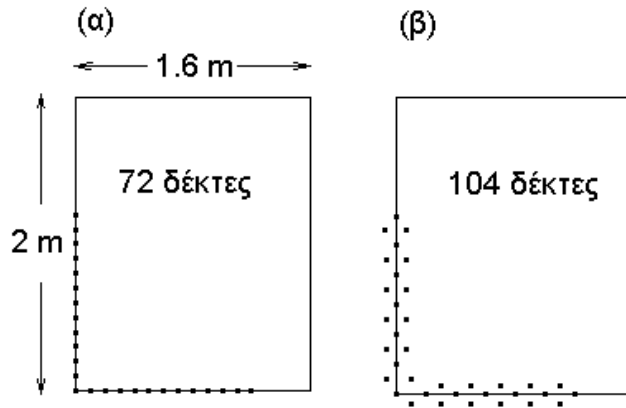
είναι εφραπτομενικές. Αυτή η διαφορά στη πυκνότητα και το είδος των διεγερόμενων ιδιομορφών σε σχέση με τη γωνία διάδοσης θα εξεταστεί και σε παρακάτω ενότητα.



**Σχήμα 5.5:** Πλάτος και αριθμός των ισχυρότερων διεγερόμενων ιδιομορφών για δύο διαφορετικές γωνίες διάδοσης  $40^\circ$  και  $90^\circ$  του επιθυμητού επίπεδου κύματος στα 300 Hz.

### 5.1.2 Μια ολογραφική προσέγγιση

Η χρήση των τεχνικών ενεργού ελέγχου για τον έλεγχο του ηχητικού πεδίου εντός ενός κλειστού χώρου δίνουν καλύτερα αποτελέσματα από τις άλλες τεχνικές καθότι μπορούν να αισθανθούν και κατά συνέπεια να αντισταθμίσουν τα μη προβλεπόμενα εφφέ του χώρου. Όπως έχει ήδη σχολιασθεί, η πλήρης κάλυψη του χώρου ακρόασης με δέκτες ναι μεν δίνει το καλύτερο δυνατόν αποτέλεσμα από πλευράς ποιότητας αναπαραγωγής, αλλά ταυτόχρονα δεσμεύει ένα σημαντικό μέρος του χώρου που προορίζεται για τους ακροατές. Αυτό έχει οδηγήσει στην ανάγκη για χρήση εναλλακτικών διατάξεων και μεθόδων με σκοπό τη μείωση του αριθμού των αισθητήρων και της αύξησης της ευρωστίας της αναπαραγωγής. Ο Ise πρότεινε μια ενδιαφέρουσα μεθοδολογία (Ise 1998) βασιζόμενος στις αρχές της ολογραφίας. Όπως αναφέρθηκε ήδη στην παράγραφο 2.4.1, ο έλεγχος του ηχητικού πεδίου σε ένα οποιοδήποτε χώρο μπορεί να επιτευχθεί διαμορφώνοντας κατάλληλα τις τιμές της ακουστικής πίεσης και της κάθετης ταχύτητας στο σύνορο που τον περιβάλλει. Αυτό οδήγησε στη σκέψη για την τοποθέτηση των δεκτών ελέγχου περιμετρικά της περιοχής ακρόασης. Όλες οι συνθήκες εδώ λαμβάνονται όμοιες με αυτές της προηγούμενης διάταξης εκτός του αριθμού και της τοποθέτησης των δεκτών ελέγχου που έγινε με δύο διαφορετικούς τρόπους.

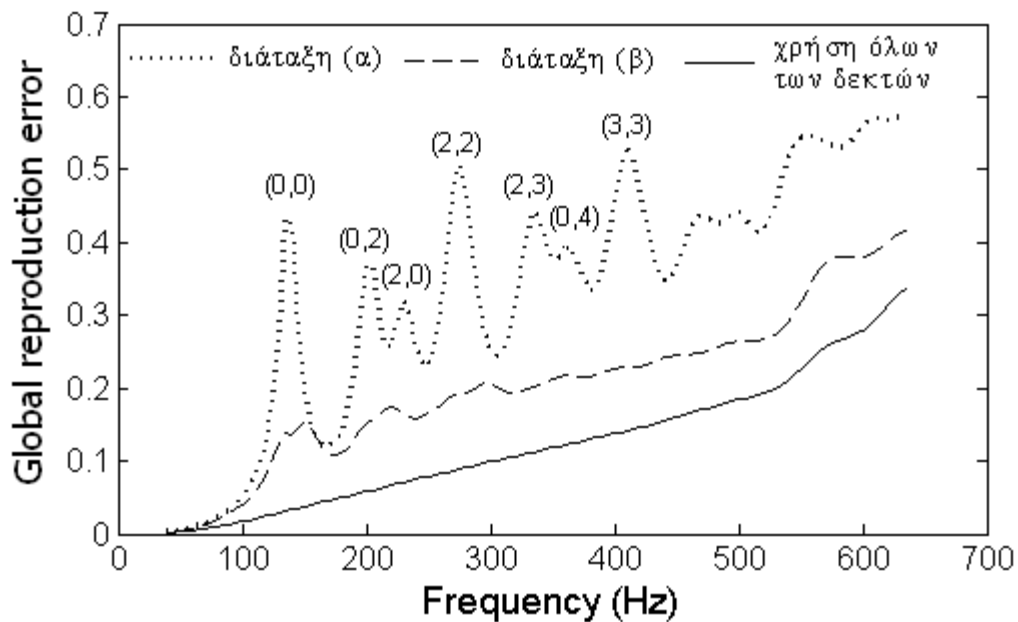


**Σχήμα 5.6:** Μικροφωνικές διατάξεις για τον έλεγχο της αναπαραγωγή εντός ενός ορθογώνιου επιπέδου ακρόασης εντός του δωματίου **α.** η περιοχή ακρόασης περικυκλώνεται μόνο από μικρόφωνα πίεσης και **β.** η περιοχή ακρόασης περικυκλώνεται από μικρόφωνα πίεσης και ταχύτητας εναλλάξ.

Στην πρώτη περίπτωση, 72 δέκτες τοποθετούνται περιμετρικά κατά μήκος του ορθογώνιου συνόρου της περιοχής ακρόασης σύμφωνα με το σχήμα 5.6(α). Στο σχήμα 5.6(β) οι δέκτες τοποθετούνται εναλλάξ κατά μονάδες και κατά ζευγάρια. Η απόσταση μεταξύ διαδοχικών δεκτών καθώς και μεταξύ των δύο δεκτών κάθε ζεύγους είναι ίση με 0.1 m. Η πρώτη διάταξη ουσιαστικά εξασφαλίζει την επίβλεψη της πίεσης στο σύνορο της περιοχής ακρόασης ενώ στη δεύτερη διάταξη παρέχεται επιπλέον η δυνατότητα για την επίβλεψη της παραγώγου της πίεσης κατά την κάθετη φορά στην επιφάνεια του συνόρου της περιοχής ακρόασης. Αν και κάθε ζευγάρι αισθητήρων θα μπορούσε να παρομοιαστεί με ένα μικρόφωνο ταχύτητας που έχει τον άξονά του κάθετα στο σύνορο της περιοχής ακρόασης, θα πρέπει να σημειωθεί ότι κάθε ζεύγος μικροφώνων πίεσης παρέχει πληροφορίες όχι μόνο για την ακουστική ταχύτητα αλλά και για το μέτρο της πίεσης.

Το τετραγωνικό σφάλμα αναπαραγωγής για κάθε μία διάταξη δεκτών ελέγχου του σχήματος 5.6 απεικονίζεται στο σχήμα 5.7 για ένα επίπεδο κύμα που οδεύει υπό γωνία  $40^\circ$ . Οι μιγαδικές εντάσεις των πηγών βελτιστοποιούνται για την ελαχιστοποίηση του σφάλματος στους 72 και 104 δέκτες ελέγχου του σχήματος 5.6(α) και 5.6(β) αντίστοιχα αλλά το σφάλμα αναπαραγωγής αποτιμάται πάνω στους 357 δέκτες καταμέτρησης που καλύπτουν εξολοκλήρου την περιοχή ακρόασης. Στο ίδιο σχήμα φαίνεται και το σφάλμα αναπαραγωγής όταν όλοι οι 357 δέκτες χρησιμοποιούνται για τη βελτιστοποίηση των εντάσεων των πηγών. Από ότι μπορεί να δει κανείς η δεύτερη διάταξη παρέχει πολύ καλύτερο αποτέλεσμα από την πρώτη σε όλο το εξεταζόμενο φάσμα. Η αδυναμία της πρώτης διάταξης οφείλεται στο πρόβλημα της μοναδικότητας της λύσης που συσχετίζεται

με την εξίσωση Kirchhoff-Helmholtz. Σύμφωνα με τον Kleinman (1974) η κυματική εξίσωση σε ένα κλειστό σύνορο ενός ηχητικού πεδίου έχει μία και μοναδική λύση εκτός από τις ιδιοσυχνότητες που αντιστοιχούν στο εσωτερικό πρόβλημα του Dirichlet (Mechel 2002). Αυτό σημαίνει ότι η αναπαραγωγή ενός ηχητικού πεδίου σε ένα κλειστό πεδίο μπορεί να γίνει ελέγχοντας είτε την πίεση είτε την κάθετη ταχύτητα, εκτός από τις ιδιοσυχνότητες που συσχετίζονται με το εσωτερικό πρόβλημα Dirichlet. Για ένα κλειστό σύνορο σαν αυτό που εξετάζεται εδώ, η ηχητική πίεση που ακολουθεί την επιθυμητή πάνω στο σύνορο της περιοχής ακρόασης αποτελεί μεν αναγκαία, αλλά όχι ικανή συνθήκη για την αναπαραγωγή του επιθυμητού πεδίου εντός του συνόρου. Το σφάλμα αναπαραγωγής χαρακτηρίζεται από κορυφές που συμπίπτουν με τις χαρακτηριστικές συχνότητες ενός ορθογώνιου παραλληλόγραμμου με διαστάσεις ίσες με αυτές του χώρου ακρόασης θεωρώντας μηδενική πίεση στο σύνορό του. Οι χαρακτηριστικές αυτές συχνότητες εντοπίστηκαν μέσα από το Femlab και απεικονίζονται στο σχήμα 5.7. Από την άλλη φαίνεται ότι η διάταξη (β) εξαλείφει σε ένα πολύ ικανοποιητικό βαθμό το πρόβλημα προσεγγίζοντας έτσι το βέλτιστο εφικτό αποτέλεσμα των 357 αισθητήρων ελέγχου.



**Σχήμα 5.7:** Το τετραγωνικό σφάλμα αναπαραγωγής υπολογισμένο πάνω στους δέκτες καταμέτρησης για επίπεδο κύμα  $40^\circ$  όπως προκύπτει για τρεις διαφορετικές διατάξεις των δεκτών ελέγχου. Η λεπτή διακεκομμένη γραμμή αντιστοιχεί σε 72 δέκτες πίεσης, η παχιά διακεκομμένη γραμμή σε 36 δέκτες πίεσης και 36 δέκτες ταχύτητας τοποθετημένους εναλλάξ ενώ η συνεχής γραμμή αντιστοιχεί στο σφάλμα που προκύπτει όταν όλοι οι 357 δέκτες καταμέτρησης χρησιμοποιούνται ως δέκτες ελέγχου.

Η μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε εδώ συνδυάζει τα πλεονεκτήματα του ενεργού ελέγχου με τις αρχές της ολογραφίας που αναφέρθηκαν προηγουμένως. Η μέθοδος αυτή ονομάστηκε από τον Ise ως *αρχή ελέγχου της επιφάνειας του συνόρου* (Boundary Surface Control Principle). Ένα βασικό πλεονέκτημα αυτής της διάταξης είναι ότι εξαλείφεται πλέον η ανάγκη για ένα συνεχές στρώμα από ακουστικά δίπολα και μονόπολα που προϋποθέτει η διακριτοποιημένη μορφή της εξίσωσης Kirchhoff-Helmholtz. Η ανάγκη αυτή αντικαθίσταται από ένα στρώμα από κατάλληλα τοποθετημένους δέκτες ελέγχου.

### **5.1.3 Επίδοση της AWFS, της WFS και του ενεργού ελέγχου σε κλειστούς χώρους**

Μια εφαρμογή που είναι επίσης πιστή στις αρχές της ολογραφικής ηχητικής αναπαραγωγής και έχει ενδιαφέρουσες ιδιότητες κατά την εφαρμογή της σε κλειστούς χώρους είναι η WFS κατά συνέπεια η AWFS (βλ. ενότητα 3.6). Σε αυτήν την ενότητα εξετάζεται η επίδοση της WFS και AWFS συγκριτικά με τον ενεργό έλεγχο. Παρόμοια με την ενότητα 3.4, θεωρείται μια μικρή περιοχή ελέγχου που καλύπτει ένα μικρό ποσοστό της περιοχής ακρόασης. Για τις προσομοιώσεις σε αυτήν την ενότητα μοντελοποιήθηκαν δύο διαφορετικά ορθογώνια δωμάτια διαστάσεων 3.2x3.6x0.2 m και 6x7x0.2 m. Ο συντελεστής απόσβεσης τέθηκε ίσος με 0.03 και στα δύο δωμάτια. Εντός κάθε δωματίου τοποθετήθηκε μια ορθογώνια διάταξη διαστάσεων 3x3.3 m από 42 ηχητικές πηγές. Η μεταξύ των γειτονικών πηγών απόσταση ήταν ίση με 0.3 m τόσο κατά τον  $x$  όσο και κατά τον  $y$  άξονα. Οι ηχητικές πηγές μοντελοποιήθηκαν σαν τετραγωνικά πιστόνια διαστάσεων 0.1x0.1 m. Ως περιοχή ακρόασης ορίστηκε η συνεχής ορθογώνια περιοχή διαστάσεων 1.6x2 m που απεικονίζεται με τη διακεκομμένη γραμμή στα σχήμα 5.8(α) και (β). Αυτή η περιοχή καλύφθηκε από ένα συνεχές πλέγμα 357 δεκτών καταμέτρησης. Επίσης, ένα τετράγωνο πλέγμα 3x3 δεκτών ελέγχου χρησιμοποιήθηκε. Η μεταξύ γειτονικών δεκτών απόσταση κατά τον  $x$  και κατά τον  $y$  άξονα ήταν 0.1 m τόσο για τους δέκτες ελέγχου όσο και για τους δέκτες καταμέτρησης. Τα κέντρα των διατάξεων των πηγών, των δεκτών καταμέτρησης και των δεκτών ελέγχου τοποθετήθηκαν έτσι ώστε να συμπίπτουν τόσο μεταξύ τους, όσο και με τα κέντρα των δωματίων. Η σχετική θέση μεταξύ των πηγών και των δεκτών καταμέτρησης και ελέγχου είναι ίδια και στα δύο δωμάτια. Αυτό που αλλάζει είναι το μέγεθος του δωματίου και η απόσταση της διάταξης αναπαραγωγής από τα σύνορα του χώρου.

Πρέπει να τονιστεί ότι η συνάρτηση οδήγησης της WFS συστοιχίας τροποποιήθηκε ώστε να λαμβάνει υπόψη την δισδιάστατη φύση του προβλήματος. Συγκεκριμένα η συνάρτηση

μεταφοράς των ηχητικών πηγών,  $q_l \frac{e^{-jkr}}{4\pi r}$ , που πριν αντιστοιχούσε σε σφαιρικό κύμα, τώρα αντικαταστάθηκε από κυλινδρικό κύμα με συνάρτηση μεταφοράς (Jacobsen 2006)

$$p(r) = q_l H_0^{(2)}(kr), \quad (5.2)$$

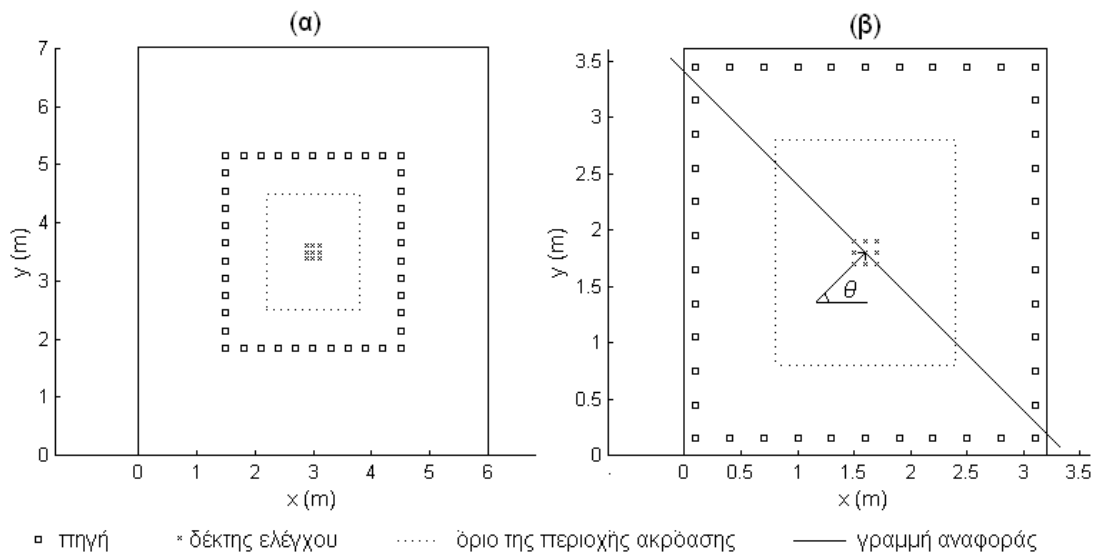
όπου  $H_0^{(2)}$  είναι η συνάρτηση Hankel μηδενικής τάξης και δεύτερου τύπου και  $q_l$  η μιγαδική ένταση της  $l$  πηγής αναπαραγωγής. Οι συναρτήσεις οδήγησης για 2-D WFS μπορούν να υπολογιστούν εύκολα λαμβάνοντας υπόψιν τη σχέση (2.46) ως

$$q_{WFS}(\mathbf{r}, \omega) = S(\omega) \frac{-jk}{2} \cos\phi H_1^{(2)}(kr) \Delta l, \quad (5.3)$$

όπου με  $r = \|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0\|$  συμβολίζεται η απόσταση της εικονικής πηγής στο  $\mathbf{r}_0$  από την πηγή αναπαραγωγής στο  $\mathbf{r}$ . Να σημειωθεί ότι για τις δύο διαστάσεις η συνάρτηση οδήγησης είναι απαλλαγμένη από τη διόρθωση που απαιτείται στους "2½D operators", όπου πρέπει να λαμβάνεται υπόψιν η απόσταση των πηγών αναπαραγωγής από τη γραμμή αναφοράς. Ένας ορισμός της γραμμής αναφοράς ωστόσο είναι απαραίτητος ώστε να καθορίζει ποιες πηγές πρέπει να μένουν αμέτοχες, με βάση τη γωνία που η εικονική πηγή "βλέπει" τις πηγές αναπαραγωγής. Για αυτό το λόγο, ως γραμμή αναφοράς ορίστηκε η ευθεία γραμμή που περνάει από τα κέντρα των δωματίων (και των δεκτών ελέγχου) και που είναι κάθετη στη γωνία  $\theta$  που σχηματίζει η εικονική πηγή με τα κέντρα των δωματίων, σύμφωνα με το σχήμα 5.8(β). Για την εποπτεία της επίδοσης των παραπάνω τεχνικών στους κλειστούς χώρους, ως επιθυμητό ηχητικό πεδίο ορίστηκε το ηχητικό πεδίο που δημιουργείται από μια εικονική κυλινδρική πηγή στο  $\mathbf{r}_0 = [-20 \ 20]$  m.

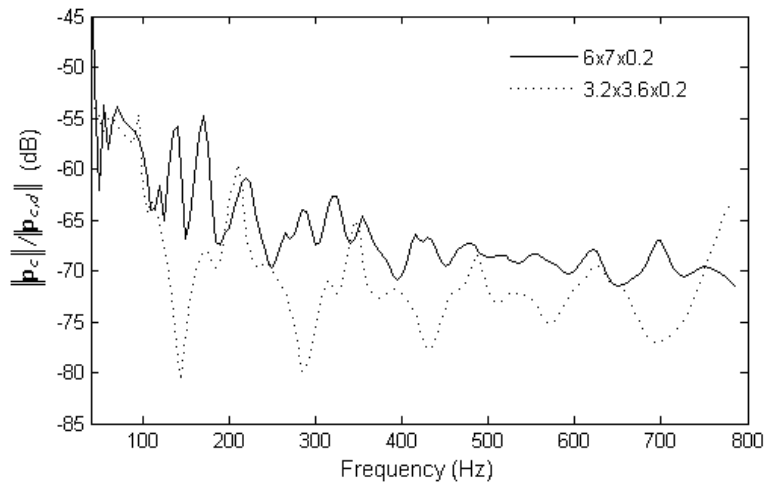
Από προσομοιώσεις φάνηκε ότι η οι μιγαδικές εντάσεις που λαμβάνονταν από τη WFS λύση, παρόλο που αναπαρήγαγαν σωστά τη φάση του ηχητικού πεδίου στο χώρο, παρουσίαζαν μεγάλα σφάλματα στο μέτρο του. Σε ένα βαθμό αυτό οφείλεται στην ασυμφωνία μεταξύ των δύο διαφορετικών μοντέλων προσομοίωσης που χρησιμοποιήθηκαν για το ορθογώνιο δωμάτιο και το ελεύθερο πεδίο, αλλά κατά κάποιο τρόπο αντικατροπίζει ένα ρεαλιστικό φυσικό φαινόμενο, καθότι οι μιγαδικές εντάσεις της ολογραφικής προσέγγισης είναι σχεδιασμένες για το ελεύθερο πεδίο, αντί για το κλειστό δωμάτιο. Για την προσαρμογή λοιπόν της WFS διάταξης στον κάθε κλειστό χώρο ήταν απαραίτητη η χρήση ενός πραγματικού θετικού συντελεστή διόρθωσης (correction factor), αρκετά μικρότερο της μονάδας, ο οποίος να "ζυγίζει" το μέτρο των εντάσεων των πηγών  $\mathbf{q}_{wfs}$ . Ως υποψήφιες τιμές ζύγισης ελήφθησαν οι τιμές του λόγου  $\|\mathbf{p}_c(\omega)\| / \|\mathbf{p}_{c,d}(\omega)\|$ , όπου  $\mathbf{p}_c(\omega)$  και  $\mathbf{p}_{c,d}(\omega)$  είναι το διάνυσμα με τις αναπαραγόμενες κατά WFS και τις επιθυμητές μιγαδικές πιέσεις στους δέκτες ελέγχου στη γωνιακή συχνότητα  $\omega$ .





**Σχήμα 5.8:** Απεικόνιση του συστήματος αναπαραγωγής εντός ενός ορθογωνίου δωματίου διαστάσεων **α.**  $6 \times 7 \times 0.2$  m και **β.**  $3.2 \times 3.6 \times 0.2$  m. Η 42 ηχητικές πηγές σχηματίζουν μία ορθογώνια διάταξη  $3 \times 3.3$  m, ενώ ως περιοχή ακρόασης ορίζεται η συνεχής ορθογώνια περιοχή διαστάσεων  $1.6 \times 2$  m και απεικονίζεται με τη διακεκομμένη γραμμή. Ως γραμμή αναφοράς ορίζεται η γραμμή που περνάει από τα κέντρα των δωματίων (και των δεκτών ελέγχου) και που είναι κάθετη στη γωνία  $\theta$  που σχηματίζει η εικονική πηγή με το κέντρο του δωματίου.

Στο σχήμα 5.9 φαίνεται η διακύμανση του λόγου αυτού για κάθε συχνότητα χωριστά σε κάθε δωμάτιο. Για τη ζύγιση της WFS και της AWFS λύσης έπρεπε να επιλεγθεί μία διαφορετική τιμή του συντελεστή διόρθωσης (*c.f.*) για κάθε δωμάτιο, η οποία όμως έπρεπε να είναι σταθερή για όλο το συχνοτικό εύρος. Από το σχήμα 5.9 παρατηρείται ότι ο λόγος της αναπαραγόμενης προς την επιθυμητή ενέργεια του πεδίου στην περιοχή ελέγχου τείνει να σταθεροποιηθεί στις υψηλές συχνότητες, γεγονός που οφείλεται στη μετάβαση από το χαμηλής πυκνότητας ιδιομορφών στο διάχυτο πεδίο, όπου η πυκνότητα και η επικάλυψη των ιδιομορφών αυξάνεται σημαντικά και οι φασματικοί χρωματισμοί δεν είναι τόσο έντονοι και διακριτοί (Schroeder 1987, Nelson 1992). Παρατηρήθηκε ότι για την καλύτερη λειτουργία της AWFS προσέγγισης η τιμή αυτή έπρεπε να είναι κοντά στις τιμές που αντιστοιχούν στο διάχυτο πεδίο. Οι τελικές τιμές ζύγισης της WFS και AWFS λύσης ήταν  $c.f.=3 \cdot 10^{-4}$  και  $c.f.=1.5 \cdot 10^{-4}$  για το μεγαλύτερο και το μικρότερο δωμάτιο αντίστοιχα. Να σημειωθεί ότι ο συντελεστής στάθμισης για στάθμιση συνεισφοράς και AWFS ήταν ίσος με  $\lambda=450$  και  $\beta=9 \cdot 10^4$  για το μεγάλο δωμάτιο και  $\lambda=900$ ,  $\beta=4.5 \cdot 10^4$  για το μικρότερο δωμάτιο αντίστοιχα.

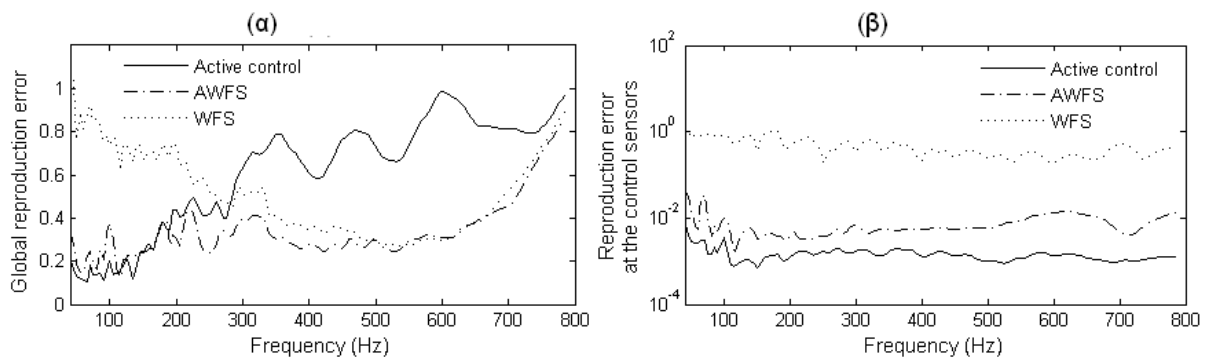


**Σχήμα 5.9:** Διακύμανση του λόγου της αναπαραγόμενης προς την επιθυμητή ενέργεια του πεδίου στην περιοχή ελέγχου (σε dB) σε σχέση με τη συχνότητα για τη WFS λύση σε κάθε δωμάτιο.

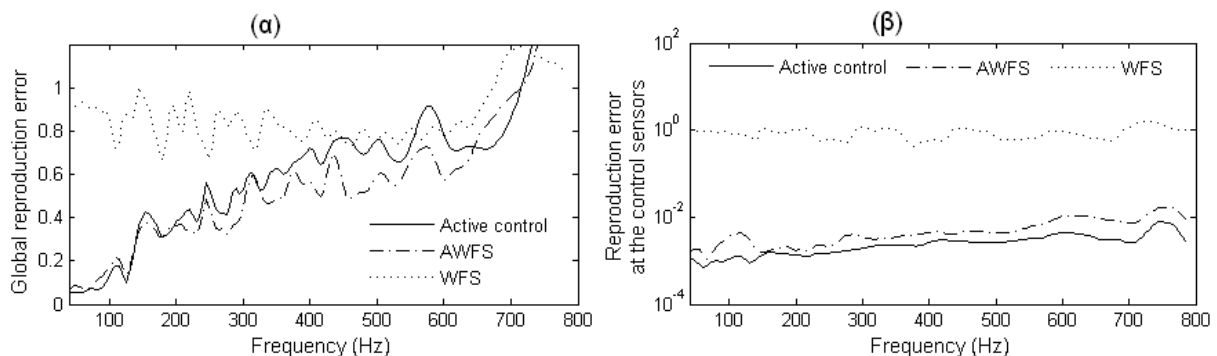
Η επίδοση της κάθε προσέγγισης (ενεργός έλεγχος, WFS και AWFS) απεικονίζεται με βάση το τετραγωνικό σφάλμα αναπαραγωγής στους δέκτες καταμέτρησης στα σχήματα 5.10(α) και 5.11(α) για το μεγάλο και το μικρό δωμάτιο αντίστοιχα. Αντίστοιχα στο 5.10(β) και 5.11(β) απεικονίζεται το τετραγωνικό σφάλμα αναπαραγωγής στους δέκτες ελέγχου. Από τις συνολικές επιδόσεις φαίνεται καθαρά ότι υβριδική τεχνική (AWFS) παρουσιάζει μικρότερο συνολικό τετραγωνικό σφάλμα αναπαραγωγής, τόσο από τον ενεργό έλεγχο, όσο και από τη WFS. Για το μεγάλο δωμάτιο παρατηρείται μια αρκετά καλή επίδοση όχι μόνο για την υβριδική αλλά και για την καθαρά ολογραφική λύση. Συγκεκριμένα, μετά τα 350 Hz το σφάλμα αναπαραγωγής σταθεροποιείται γύρω από την τιμή 0.3 και για τις δύο τεχνικές, γεγονός που σημαίνει ότι οι αποκλίσεις της επιθυμητής πίεσης από την αναπαραγόμενη πίεση είναι εντός του ορίου των  $\pm 3$  dB.

Η επίδοση της υβριδικής τεχνικής ωστόσο για το μικρό δωμάτιο, αν και καλύτερη από αυτή της ολογραφικής και του ενεργού ελέγχου, δεν είναι τόσο ικανοποιητική, καθότι οι αποκλίσεις της επιθυμητής πίεσης από την αναπαραγόμενη πίεση υπερβαίνουν τα  $\pm 6$  dB ( $E_{LS}=0.5$ ) για όλο σχεδόν το συχνοτικό εύρος μετά τα 300 Hz. Ταυτόχρονα, η επίδοση της WFS είναι πολύ χειρότερη στο μικρό δωμάτιο από ότι στο μεγάλο. Δεδομένου ότι η διάταξη αναπαραγωγής είναι κοινή στα δύο δωμάτια, αυτό μαρτυράει ότι η διαφορά στην επίδοση των τεχνικών οφείλεται στη διαφοροποίηση του χώρου αναπαραγωγής. Συγκεκριμένα, μπορεί να ισχυριστεί κανείς δύο λόγους για τους οποίους η επίδοση της ολογραφικής και της υβριδικής τεχνικής χειροτερεύει στο μικρό δωμάτιο. Καταρχήν, οι πηγές είναι κοντύτερα στα σύνορα του χώρου, πράγμα που σημαίνει ότι ο λόγος του

απευθείας σήματος προς το ανακλώμενο είναι μικρότερος από ότι στο μεγάλο δωμάτιο. Επίσης, λόγω της γειτνίασης των ηχητικών πηγών με τα σύνορα του χώρου, ακόμα και στις υψηλές συχνότητες θα υπάρχει κάποια διακύμανση στη δυναμικότητα της ηχητικής πηγής, ανάλογα με τη στερεά γωνία που χαρακτηρίζει το σύνορο του χώρου στο οποίο είναι κοντά τοποθετημένη η πηγή. Ένας άλλος εξίσου σημαντικός λόγος είναι ότι για το εξεταζόμενο εύρος συχνοτήτων στο μικρό δωμάτιο δεν έχει γίνει ακόμα η μετάβαση στο διάχυτο πεδίο, κάτι που επίσης φαίνεται και από τη διακύμανση του λόγου των ενεργειών στο σχήμα 5.9. Αν και το ηχητικό πεδίο στο μικρό δωμάτιο γίνεται διάχυτο από κάποια συχνότητα και μετά, φαίνεται ότι αυτή η συχνότητα είναι μεγαλύτερη της συχνότητας άλλαξης της WFS συστοιχίας, αντίθετα με το μεγάλο δωμάτιο, όπου το ηχητικό πεδίο γίνεται διάχυτο σε χαμηλότερες συχνότητες.



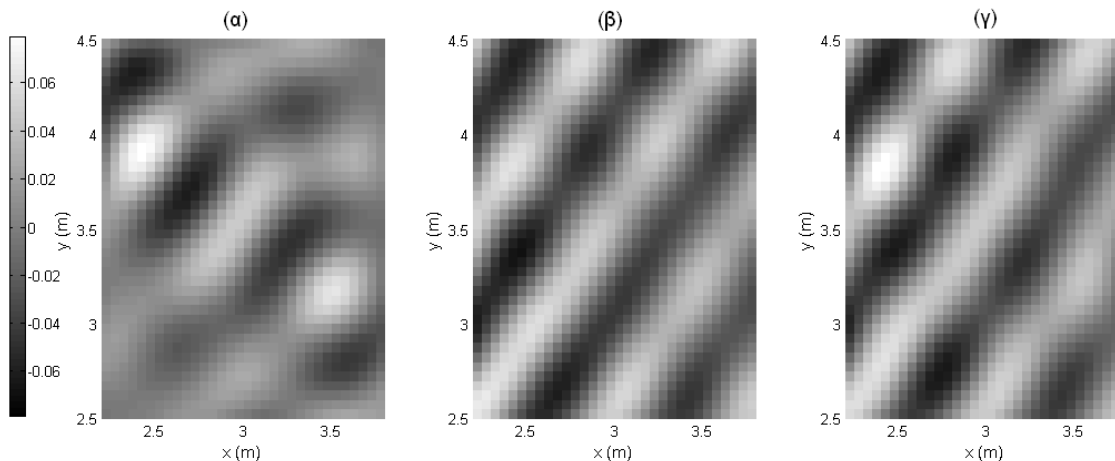
**Σχήμα 5.10:** Σφάλμα αναπαραγωγής υπολογιζόμενο **α.** στους δέκτες καταμέτρησης και **β.** στους δέκτες ελέγχου για το  $6 \times 7 \times 0.2$  m δωμάτιο. Μια εικονική κυλινδρική πηγή θεωρείται στο  $(-20, 20)$  m. Οι συντελεστές στάθμισης ήταν  $\lambda=450$  για τη στάθμιση συνεισφοράς και  $\beta=9 \cdot 10^4$  για την AWFS, ενώ ο συντελεστής διόρθωσης τέθηκε ίσος με  $3 \cdot 10^{-4}$



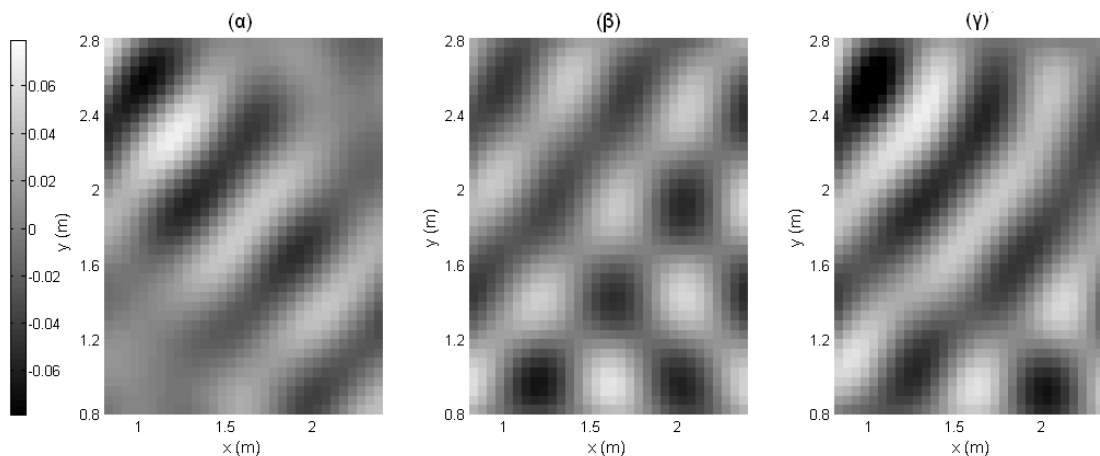
**Σχήμα 5.11:** Σφάλμα αναπαραγωγής υπολογιζόμενο **α.** στους δέκτες καταμέτρησης και **β.** στους δέκτες ελέγχου για το  $3.2 \times 3.6 \times 0.2$  m δωμάτιο. Μια εικονική κυλινδρική πηγή θεωρείται στο  $(-20, 20)$ . Οι συντελεστές στάθμισης ήταν  $\lambda=900$  για τη στάθμιση συνεισφοράς και  $\beta=4.5 \cdot 10^4$  για την AWFS, ενώ ο συντελεστής διόρθωσης τέθηκε ίσος με  $1.5 \cdot 10^{-4}$ .

Από επιπλέον προσομοιώσεις που έγιναν και για άλλες τιμές του συντελεστή απόσβεσης, φάνηκε ότι η επίδοση της AWFS και της WFS χειροτέρευε τόσο πιο πολύ, όσο πιο άκαμπτα ήτανε τα τοιχώματα του χώρου, σε αντίθεση με τον ενεργό έλεγχο και τη στάθμιση συνεισφοράς της οποίας η επίδοση παρέμενε σταθερή.

Η διακύμανση του αναπαραγόμενου ηχητικού πεδίου στα 560 Hz φαίνεται για κάθε τεχνική στο σχήμα 5.12 και 5.13 για το μεγάλο και μικρό δωμάτιο αντίστοιχα. Συγκρίνοντας τις χωρικές διακυμάνσεις του αναπαραγόμενου ηχητικού πεδίου για WFS και AWFS στα σχήματα 5.13 και 5.14 διαπιστώνει κανείς φανερή αδυναμία σύνθεσης του επιθυμητού ηχητικού πεδίου στο σύνολο της περιοχής ακρόασης για το μικρό δωμάτιο. Η παρατήρηση αυτή συμφωνεί με τη διαφορά του τετραγωνικού σφάλματος αναπαραγωγής ανάμεσα στα δύο δωμάτια στα σχήματα 5.10 και 5.11. Επίσης, η παρουσία διακριτών ιδιομορφών εντός του χώρου γίνεται εμφανής στη χωρική διακύμανση της ηχητικής πίεσης για τη WFS τεχνική στο σχήμα 5.13(β). Για τον ενεργό έλεγχο, παρατηρείται παρόμοια επίδοση και στα δύο δωμάτια. Τα αποτελέσματα της αναπαραγωγής είναι ικανοποιητικά πάνω σε μια στενή λωρίδα που εκτείνεται παράλληλα στην ευθεία που ενώνει την εικονική πηγή με τα κέντρα των δεκτών ελέγχου.



**Σχήμα 5.12:** Χωρική διακύμανση του πραγματικού μέρους του αναπαραγόμενου ηχητικού πεδίου στην περιοχή ακρόασης του μεγάλου δωματίου στα 560 Hz με χρήση **α.** ενεργού ελέγχου, **β.** WFS και **γ.** AWFS.



**Σχήμα 5.13:** Χωρική διακύμανση του πραγματικού μέρους του αναπαραγόμενου ηχητικού πεδίου στην περιοχή ακρόασης του μικρού δωματίου στα 560 Hz με χρήση **α.** ενεργού ελέγχου, **β.** WFS και **γ.** AWFS.

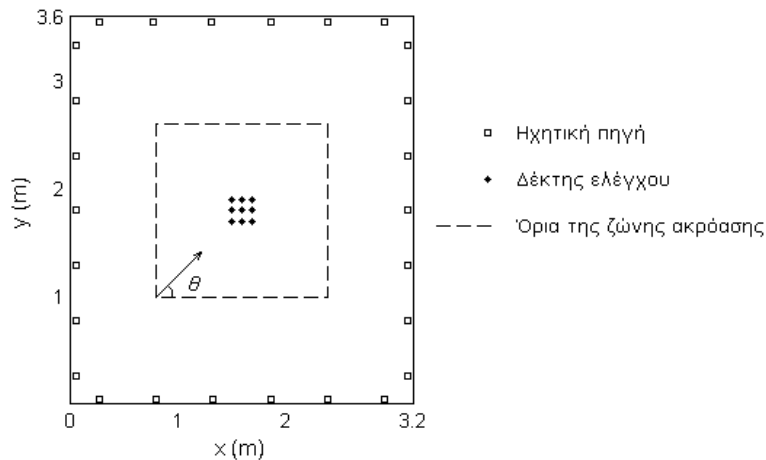
## 5.2 Στάθμιση ισχύος

Η θεωρία γύρω από τη στάθμιση ισχύος και τη δυνατότητα που προσφέρει για βελτίωση της απόδοσης ενός συστήματος ισοστάθμισης εξετάστηκε στο κεφάλαιο 4.3. Η στάθμιση ισχύος είχε ως αποτέλεσμα μια πιο επιλεκτική διέγερση των ιδιομορφών στο χώρο, αποτέλεσμα της οποίας ήταν η αύξηση της χωρικής ευρωστίας του συστήματος ισοστάθμισης. Σε αυτήν την ενότητα παρουσιάζονται τα προτερήματα από τη χρήση της τεχνικής αυτής σε ένα σύστημα ηχητικής αναπαραγωγής, όπου όλες οι κατευθύνσεις διάδοσης του ηχητικού κύματος είναι επιθυμητές.

### 5.2.1 Επίδοση των τεχνικών στάθμισης σε σχέση με τη γωνία διάδοσης του επιθυμητού κύματος σε ορθογώνιο δωμάτιο

Η επίδοση της στάθμισης ισχύος και της στάθμισης συνεισφοράς σε σχέση με τη γωνία διάδοσης επίπεδου κύματος εξετάζεται εδώ. Για τη μελέτη αυτή έχει επιλεγεί ένα δισδιάστατο ορθογώνιο δωμάτιο διαστάσεων  $L_x=3.2$  m,  $L_y=3.6$  m και  $L_z=0.2$  m, έτσι ώστε για το εξεταζόμενο εύρος συχνοτήτων να μην εισάγονται σημαντικές ιδιομορφές κατά τον z άξονα. Για αυτήν την προσομοίωση χρησιμοποιήθηκαν όλες οι ιδιομορφές έως τα 1200 Hz, ενώ ο συντελεστής απόσβεσης ελήφθη ίσος με 0.02 για όλες τις ιδιομορφές. Η θέση καθώς και ο προσανατολισμός των 26 πιστονικών πηγών που χρησιμοποιήθηκαν φαίνεται στο σχήμα 5.14. Οι πηγές μοντελοποιήθηκαν ως τετραγωνικά πιστόνια με μήκος πλευράς 0.1 m. Η περιοχή ακρόασης ορίζεται στο ίδιο σχήμα από το διακεκομμένο ορθογώνιο το οποίο περιγράφεται από την κάτω αριστερή γωνία στο (0.8, 1) και την άνω

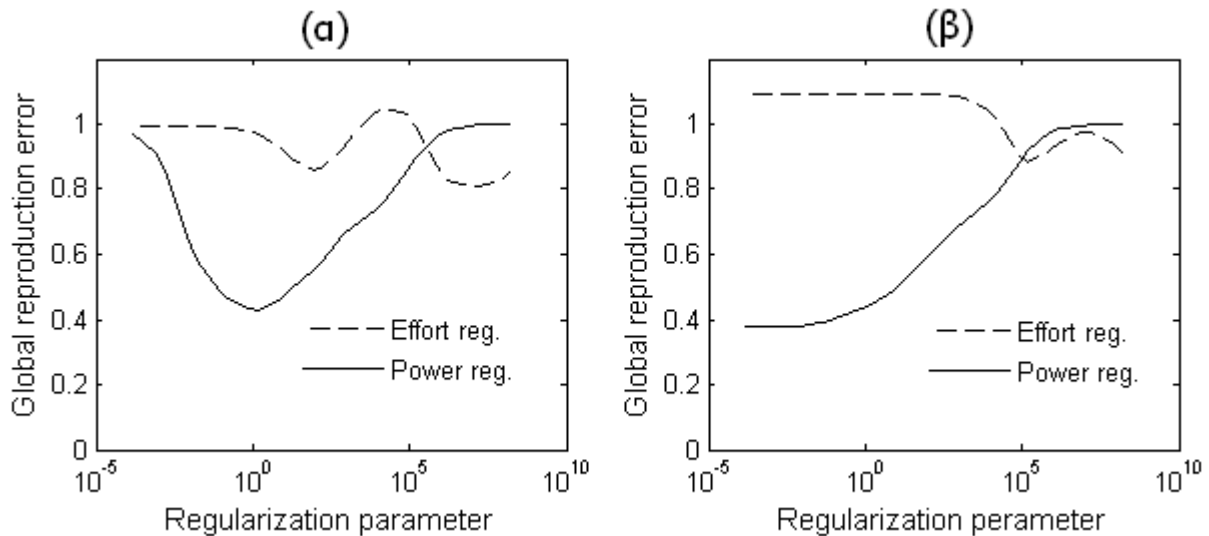
δεξιά στο (2.4, 2.6) m. Πρόκειται δηλαδή για το ίδιο χώρο με αυτόν του σχήματος 5.1 με τη διαφορά ότι ο η περιοχή ακρόασης έχει τροποποιηθεί ώστε να είναι τετράγωνη. Και εδώ, ένα πλέγμα από  $17 \times 17 = 289$  αισθητήρες πάνω στο επίπεδο  $z=0.1$  m χρησιμοποιήθηκε για την καταμέτρηση της ηχητικής πίεσης σε όλη την περιοχή ακρόασης. Τέλος, για τον προσδιορισμό των μιγαδικών εντάσεων των πηγών χρησιμοποιήθηκαν 9 μόνο δέκτες ελέγχου, τοποθετημένοι σε ένα τετραγωνικό πλέγμα στο κέντρο του δωματίου σύμφωνα με το σχήμα 5.14. Η απόσταση μεταξύ διαδοχικών δεκτών ελέγχου κατά το  $x$ - όσο και κατά το  $y$ - ήταν ίση με 0.1 m. Το ποσοστό της περιοχής ακρόασης που καταλαμβάνεται από την περιοχή ελέγχου στην παραπάνω διάταξη ήταν 3.1%.



**Σχήμα 5.14:** Διάταξη του συστήματος αναπαραγωγής εντός του δισδιάστατου ορθογώνιου δωματίου.

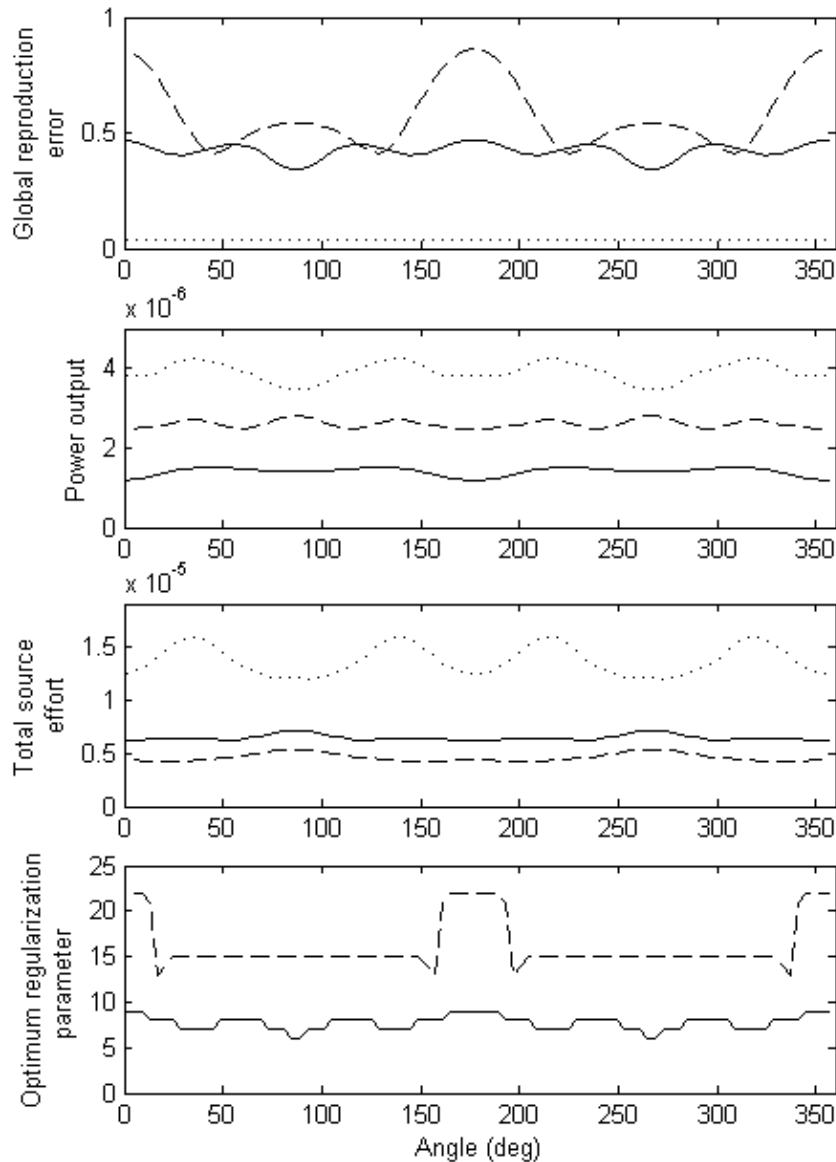
Σκοπός των προσομοιώσεων σε αυτή την ενότητα είναι να εξετασθεί η επίδοση της στάθμησης ισχύος και της στάθμησης συνεισφοράς τόσο σε σχέση με τη γωνία διάδοσης όσο και σε σχέση με τη συχνότητα. Επειδή εισάγεται άλλη μια παράμετρος (η γωνία), η ανάλυση δεν είναι τόσο εύκολη σε σχέση με πριν. Γενικά η εντύπωση που αποκομίστηκε από την εξεταζόμενη διάταξη είναι ότι αν και οι δύο τεχνικές έχουν μια πολύ όμοια και ικανοποιητική επίδοση στη ζώνη ελέγχου, παρουσιάζονται σημαντικές διαφορές στο αναπαραγόμενο ηχητικό πεδίο εκτός αυτής. Επίσης, διαπιστώθηκε ότι ήταν δυνατόν να επιτευχθεί μια ικανοποιητική επίδοση σε όλη τη ζώνη καταμέτρησης μέχρι τα 350 Hz, θεωρώντας ικανοποιητικό το κριτήριο ότι το συνολικό τετραγωνικό σφάλμα αναπαραγωγής για τα υποορισμένα συστήματα είναι εντός των ορίων των  $\pm 6$  dB που αντιστοιχεί σε τιμές του  $E_{LS} \leq 0.5$ . Με βάση αυτήν την επίδοση του συστήματος σε ένα εύρος από διαφορετικές γωνίες και συχνότητες διαπιστώθηκε ότι μία καλή επιλογή για τις

τιμές των συντελεστών στάθμισης ήταν  $\mu=45$  και  $\lambda=0.09$  για τη στάθμιση συνεισφοράς και τη στάθμιση ισχύος αντίστοιχα. Οι πιο χαρακτηριστικές διαφορές ανάμεσα στην επίδοση των δύο συστημάτων διαπιστώθηκαν για δυο περιοχές συχνοτήτων περίξ των 280 και 330 Hz, όταν η γωνίες διάδοσης ήταν κοντά στις  $0^\circ$ . Στο σχήμα 5.15 απεικονίζεται η μεταβολή του συνολικού τετραγωνικού σφάλματος για τις δύο τεχνικές συναρτήσε της τιμής του συντελεστή στάθμισης. Φαίνεται καθαρά ότι η στάθμιση συνεισφοράς παρουσιάζει αδυναμία παροχής μιας ικανοποιητικής λύσης στη συνολική περιοχή ακρόασης.



**Σχήμα 5.15:** Μεταβολή του συνολικού τετραγωνικού σφάλματος κατά την αναπαραγωγή ενός επίπεδου κύματος  $0^\circ$  **α.** στα 280 Hz και **β.** 330Hz για στάθμιση συνεισφοράς και στάθμιση ισχύος, συναρτήσε της τιμής του συντελεστή στάθμισης.

Η επίδοση των δύο υποορισμένων συστημάτων και του ιδεατού συστήματος ως προς όλες τις γωνίες διάδοσης από  $0^\circ$  έως  $360^\circ$  στα 280 Hz απεικονίζεται στο σχήμα 5.16(a) θεωρώντας ένα επίπεδο επιθυμητό κύμα πλάτους ίσου με 1. Φαίνεται ότι η στάθμιση ισχύος εξασφαλίζει μια σταθερή επίδοση για όλες τις γωνίες διάδοσης, σε αντίθεση με τη στάθμιση συνεισφοράς που παρουσιάζει μεγάλα σφάλματα για γωνίες διάδοσης γύρω από τις αξονικές γωνίες των  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  και  $270^\circ$ . Ο όρος "αξονικές" χρησιμοποιείται για να δηλώσει ότι οι γωνίες αυτές συμπίπτουν με τις πλευρές του δωματίου και συνεπώς, με τις αξονικές ιδιομορφές του χώρου. Αυτή η σχετική αστάθεια στην επίδοση της στάθμισης συνεισφοράς ήταν όμοια και στα 330 Hz. Είναι φανερό ότι αυτή η διαφορά μεταξύ των δύο τεχνικών υπογραμμίζει ένα σημαντικό μειονέκτημα της στάθμισης συνεισφοράς έναντι της στάθμισης ισχύος, που είναι συγγενής με τη μειωμένη επίδοση της προτελευταίας έναντι της τελευταίας στο σύστημα ισοστάθμισης της ενότητας 4.3.2.



**Σχήμα 5.16:** Από πάνω προς τα κάτω απεικονίζεται, **α.** το τετραγωνικό σφάλμα αναπαραγωγής στους δέκτες καταμέτρησης, **β.** η συνολική ακουστική ισχύς, **γ.** η συνολική συνεισφορά των ηχητικών πηγών και **δ.** η βέλτιστη τιμή του συντελεστή στάθμισης για στάθμιση ισχύος (—), στάθμιση συνεισφοράς (– –) και για ιδανικό σύστημα (····) στα 280 Hz.

Σε μια προσπάθεια να παρουσιαστούν περισσότερα στοιχεία για την ιδιόζουσα αυτή συμπεριφορά της στάθμισης συνεισφοράς στις αξονικές γωνίες, απεικονίζεται στο σχήμα 5.17 ο αριθμός και το μέτρο των ισχυρότερων διεγερόμενων ιδιομορφών κατά την αναπαραγωγή ενός επίπεδου κύματος στις  $0^\circ$  και  $40^\circ$  στα 280 Hz. Από το σχήμα 5.17(α) φαίνεται ότι οι ισχυρότερες ιδιομορφές που διεγείρονται από το ιδεατό σύστημα είναι οι αξονικές (4,0), (5,0) και (6,0) που συμπίπτουν με τη γωνία διάδοσης του επίπεδου κύματος. Από την άλλη φαίνεται ότι η στάθμιση συνεισφοράς έχει οδηγήσει στην

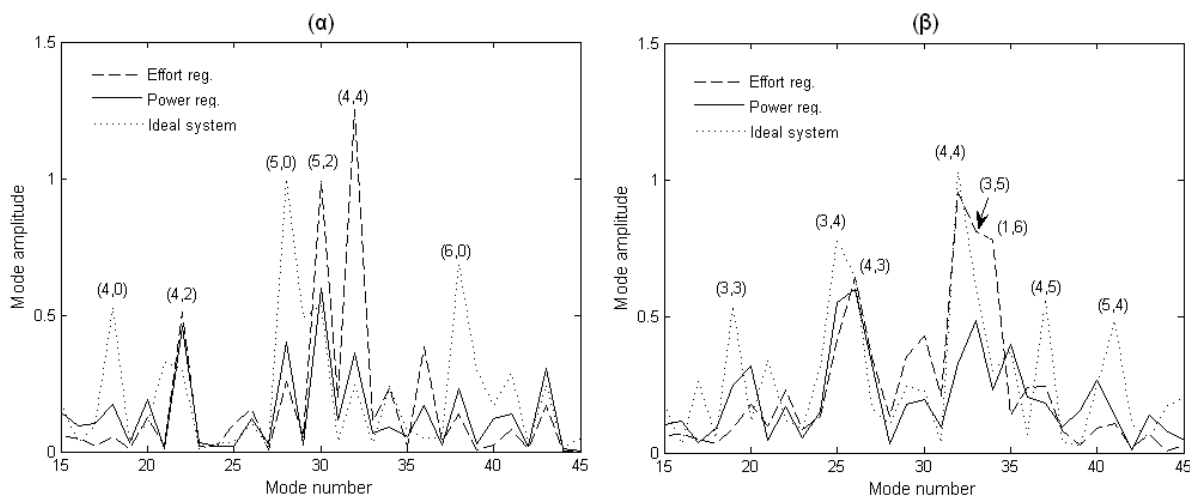


υπερδιέγερση δύο εφαπτομενικών ιδιομορφών, των (5,2) και (4,4) που αντιστοιχούν στα 284 και 287 Hz αντίστοιχα. Φαίνεται λοιπόν για άλλη μια φορά ότι η κύρωση της συνεισφοράς οδηγεί στη διέγερση ιδιομορφών με συχνότητα ταλάντωσης κοντά στη συχνότητα διέγερσης, καθότι αυτό εξασφαλίζει την αναπαραγωγή της επιθυμητής πίεσης στους δέκτες ελέγχου με τη μικρότερη δυνατή συνεισφορά από τις πηγές. Ένα ερώτημα ωστόσο που δημιουργείται είναι γιατί αυτό το φαινόμενο οδηγεί σε μεγάλα σφάλματα αναπαραγωγής γύρω από τις αξονικές και όχι γύρω από τις άλλες γωνίες. Πράγματι, από το σχήμα 5.16(α) φαίνεται ότι για γωνίες κοντά στις 45°, 135°, 225° και 315° η επίδοση της αναπαραγωγής με στάθμιση συνεισφοράς βελτιώνεται σημαντικά, σε σημείο που να φαίνεται ότι δεν αποκομίζεται όφελος από τη στάθμιση ισχύος. Από το σχήμα 5.15(β) φαίνεται πάλι ότι η ισχυρότερη ιδιομορφή του χώρου που διεγείρεται από την εν λόγω τεχνική στις 40° είναι πάλι η (4,4), ενώ ακολουθεί η (3,5) και η (1,6) στα 287 και 291 Hz.

Στα σχήματα 5.16(β) και (γ) απεικονίζεται η συνολική ακουστική ισχύς και η συνολική συνεισφορά των ηχητικών πηγών σε σχέση με τη γωνία διάδοσης αντίστοιχα. Από το σχήμα 5.16(β) και (γ) είναι χαρακτηριστική η παρατήρηση ότι η ακουστική ισχύς και το μέτρο της συνεισφοράς των ηχητικών πηγών του ιδεατού συστήματος γίνεται ελάχιστο όταν η γωνία διάδοσης συμπίπτει με τις αξονικές γωνίες. Επίσης, οι διαφορές στη συνολική ακουστική ισχύ είναι ιδιαίτερα μεγάλες από τεχνική σε τεχνική. Η συνολική ισχύς για στάθμιση συνεισφοράς και ισχύος αντιστοιχεί στο 60% και 30% αυτής του ιδεατού συστήματος. Η μικρή κατανάλωση ισχύος που επιτυγχάνεται με τη στάθμιση ισχύος ήταν χαρακτηριστική σε όλες τις συχνότητες και αποτελεί ενδεχομένως πρακτικής σημασίας αντικείμενο, μιας και υπαγορεύει έναν τρόπο για μείωση της εγκατεστημένης ισχύος και συνεπώς του κόστους του εξοπλισμού του συστήματος αναπαραγωγής. Αντιθέτως, η συνολική συνεισφορά των πηγών για τη στάθμιση συνεισφοράς ήταν γενικά μικρότερη σε σχέση με αυτή της στάθμισης ισχύος και του ιδεατού συστήματος φυσικά (βλ. σχήμα 5.16(γ)), συμφωνώντας ξανά με τα συμπεράσματα της ενότητας 4.3.2.

Αν και για όλες τις μεταβολές οι συντελεστές στάθμισης είχαν σταθερή τιμή, η βέλτιστη τιμή των συντελεστών στάθμισης  $\lambda$  και  $\mu$  ήταν δυνατό να επιλέγεται σε κάθε γωνία διάδοσης, μέσα από μια γκάμα τιμών της μορφής  $M \times [0.001, 0.005, 0.01, \dots, 5 \cdot 10^5, 10^6]$ , όπου  $M$  είναι ο αριθμός των δεκτών ελέγχου. Με τον όρο βέλτιστη τιμή εννοείται εδώ η τιμή του συντελεστή στάθμισης που εξασφαλίζει το ελάχιστο δυνατόν τετραγωνικό σφάλμα αναπαραγωγής στους δέκτες καταμέτρησης (βλ. σχέσεις 4.16 και 4.17). Οι τιμές του συντελεστή στάθμισης για κάθε τεχνική σε σχέση με τη γωνία διάδοσης φαίνονται στο σχήμα 5.16(δ). Φαίνεται χαρακτηριστικά μια απότομη ανάγκη για μετάβαση σε

μεγαλύτερες τιμές του συντελεστή στάθμισης  $\mu$  κατά τις αξονικές γωνίες των  $0^\circ$  και  $180^\circ$ , αν και ακόμα και με αυτήν τη μετάβαση, δεν επιτυγχάνεται ιδιαίτερη μείωση του συνολικού σφάλματος αναπαραγωγής (βλ. σχήμα 5.15(a)). Από την επίβλεψη της μεταβολής των βέλτιστων τιμών των παραμέτρων στάθμισης για στάθμιση ισχύος και στάθμιση συνεισφοράς σε διάφορες γωνίες και συχνότητες φάνηκε ότι μια σταθερή τιμή του  $\lambda$  ήτανε ικανή να αποδώσει μια ικανοποιητική μείωση του συνολικού σφάλματος αναπαραγωγής, σε αντίθεση με την τιμή  $\mu$  που για κάποιες γωνίες και συχνότητες έπρεπε να κυμαίνεται απρόβλεπτα για τη διατήρηση μιας όσο πιο δυνατόν καλύτερης επίδοσης για τη στάθμιση συνεισφοράς.

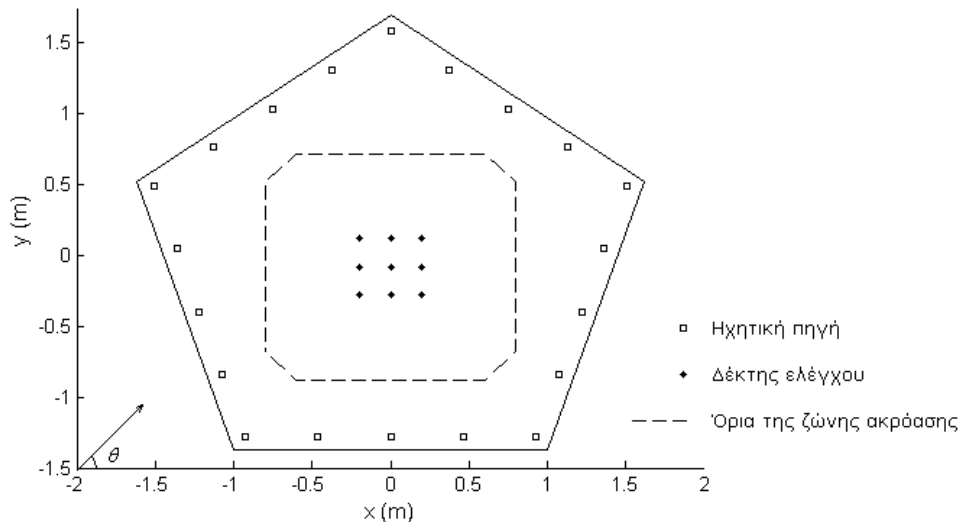


**Σχήμα 5.17:** Μέτρο των ισχυρότερων διεγερόμενων ιδιομορφών για κάθε τεχνική κατά την αναπαραγωγή ενός επίπεδου κύματος **α.** στις  $0^\circ$  και **β.** στις  $40^\circ$  στα 280 Hz.

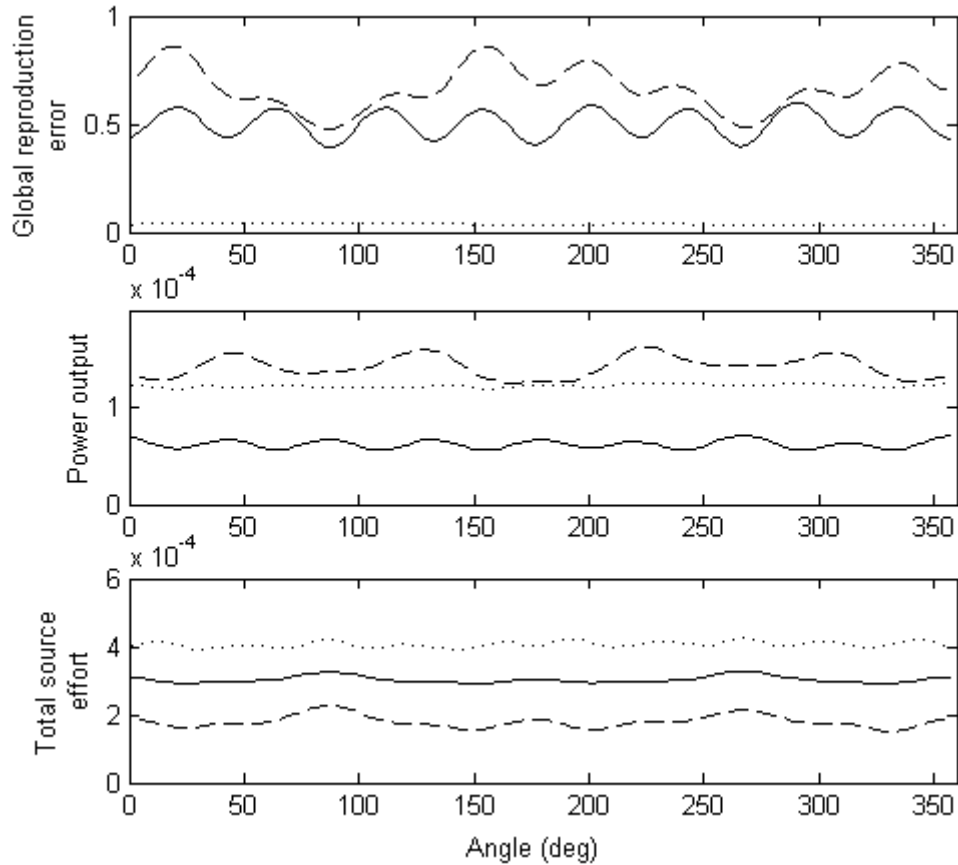
Εν ολίγοις, τα πλεονεκτήματα που αποκομίζονται από τη χρήση της στάθμισης ισχύος στην αναπαραγωγή ηχητικού πεδίου φαίνεται να οφείλονται όχι στην υπεροχή της στάθμισης ισχύος έναντι της στάθμισης συνεισφοράς, αλλά στην αδυναμία της δεύτερης μεθόδου για κάποιες συχνότητες και γωνίες διάδοσης. Ένα ερώτημα ωστόσο που εύλογα δημιουργείται είναι αν η συγκριτική αυτή υπεροχή της στάθμισης ισχύος έναντι της στάθμισης συνεισφοράς είναι αποτέλεσμα της ιδιαίτερης φύσης του ορθογωνίου δωματίου ή ένα γενικότερο φαινόμενο που έχει αξία και σε άλλες μορφές κλειστών χώρων.

### 5.2.2 Επίδοση των τεχνικών στάθμισης σε σχέση με τη γωνία διάδοσης του επιθυμητού κύματος σε μη ορθογώνιο δωμάτιο.

Η σύγκριση μεταξύ στάθμισης συνεισφοράς και ισχύος επεκτείνεται τώρα σε ένα δισδιάστατο δωμάτιο με σχήμα κανονικού πενταγώνου. Η κάθε πλευρά του κλειστού χώρου που απεικονίζεται στο σχήμα 5.18 ήταν ίση με 2 m ενώ η κατακόρυφη διάσταση του δωματίου ήταν 0.2 m. Για την μοντελοποίηση του εν λόγω χώρου χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος των συνοριακών στοιχείων. Η διακριτοποίηση του συνόρου έγινε με 2754 γραμμικά τριγωνικά στοιχεία για τα οποία θεωρήθηκε μια ακουστική εμπέδηση με τιμή  $80\rho c$ , όπου  $\rho$  είναι η πυκνότητα του αέρα,  $c$  η ταχύτητα του ήχου και  $\rho c$  η χαρακτηριστική εμπέδηση του αέρα. Να σημειωθεί ότι η δεδομένη τιμή ακουστικής εμπέδησης αντιστοιχεί σε ένα αρκετά σκληρό και ανακλαστικό σύνορο. Για τον έλεγχο του ηχητικού πεδίου χρησιμοποιήθηκαν 20 ακουστικά μονόπολα και 9 δέκτες ελέγχου, σύμφωνα με το σχήμα 5.18, ενώ για την αποτίμηση της ποιότητας της ηχητικής αναπαραγωγής χρησιμοποιήθηκαν 87 δέκτες καταμέτρησης. Η απόσταση μεταξύ διαδοχικών δεκτών ελέγχου και δεκτών καταμέτρησης κατά το  $x$ - όσο και κατά το  $y$ - ήταν ίση με 0.2 m αυτή τη φορά, ενώ ο λόγος της έκτασης της περιοχής ελέγχου προς την περιοχή ακρόασης ήταν ίσος με 12%.



**Σχήμα 5.18:** Διάταξη του συστήματος αναπαραγωγής εντός ενός δωματίου με σχήμα κανονικού πεντάγωνου.



**Σχήμα 5.19:** Από πάνω προς τα κάτω απεικονίζεται, **α.** το τετραγωνικό σφάλμα αναπαραγωγής στους δέκτες καταμέτρησης, **β.** η συνολική ακουστική ισχύς και **γ.** η συνολική συνεισφορά των ηχητικών πηγών για στάθμιση ισχύος (—), στάθμιση συνεισφοράς (- -) και για ιδανικό σύστημα (.....).

Από την εξέταση της επίδοσης των εν λόγω τεχνικών διαπιστώθηκε πάλι ότι για κάποιες γωνίες και συχνότητες η στάθμιση ισχύος μπορεί να εξασφαλίσει ένα πιο σταθερό και μικρό συνολικό τετραγωνικό σφάλμα αναπαραγωγής από τη στάθμιση συνεισφοράς. Ως παράδειγμα για την υπεροχή της πρώτης τεχνικής έναντι της τελευταίας απεικονίζεται η συμπεριφορά κάθε υποορισμένου συστήματος, καθώς και του ιδεατού, για τα 350 Hz στο σχήμα 5.19. Οι τιμές των συντελεστών στάθμισης ήταν  $\mu=5 \cdot 10^4$  για τη στάθμιση συνεισφοράς και  $\lambda=50$  για τη στάθμιση ισχύος. Φαίνεται και πάλι μια χαρακτηριστικά ασταθής επίδοση της στάθμισης συνεισφοράς ως προς τη γωνία διάδοσης. Αξίζει να παρατηρήσει κανείς ότι η ακουστική ισχύς και η συνολική συνεισφορά των διαφορετικών τεχνικών διατηρούν τη μεταξύ τους σχετική τους διαφορά που παρατηρήθηκε στο ορθογώνιο δωμάτιο της προηγούμενης ενότητας. Μια σημαντική διαφορά ωστόσο έχει να κάνει με την παρατήρηση ότι η ακουστική ισχύς για τη στάθμιση συνεισφοράς μεταβάλλεται σημαντικά σε σχέση με τη γωνία και φαίνεται μάλιστα να υπερβαίνει την

ακουστική ισχύ του ιδανικού συστήματος. Επίσης, πρέπει να σχολιαστεί η περιοδικότητα που διακρίνεται στη διακύμανση του συνολικού σφάλματος αναπαραγωγής των υποορισμένων τεχνικών. Τόσο για τη στάθμιση ισχύος όσο και για τη στάθμιση συνεισφοράς παρουσιάζονται οκτώ ευδιάκριτα τοπικά ελάχιστα και τοπικά μέγιστα. Αυτή η διακύμανση έχει να κάνει με τα χαρακτηριστικά των ιδιομορφών πίεσης ανώτερης τάξης που επεξηγούνται και παρουσιάζονται στην ενότητα 5.2.3.

### 5.2.3 Μετασχηματισμός της στάθμισης ισχύος στην κύρια μορφή

Σύμφωνα με όσα έχουν λεχθεί στο κεφάλαιο 4.5, η στάθμιση ισχύος βασίζεται στην τροποποιημένη συνάρτηση κόστους της σχέσης

$$J^{(\lambda)} = (\mathbf{Z}\mathbf{q} - \mathbf{p}_d)^H (\mathbf{Z}\mathbf{q} - \mathbf{p}_d) + \lambda \mathbf{q}^H \mathbf{W} \mathbf{q}. \quad (5.4)$$

Ο πίνακας  $\mathbf{W}$  είναι πραγματικός, συμμετρικός και θετικά ορισμένος και επομένως είναι δυνατόν να παραγοντοποιηθεί μέσω της παραγοντοποίησης Cholesky μέσω της σχέσης (4.25). Βάση αυτής της παραγοντοποίησης η σχέση (5.4) μπορεί να γραφεί στη μορφή

$$J = \|\mathbf{Z}\mathbf{q} - \mathbf{p}_d\|^2 + \gamma^2 \|\mathbf{L}\mathbf{q}\|^2. \quad (5.5)$$

Αν ο πίνακας  $\mathbf{L}^{-1}$  υπάρχει τότε η σχέση (5.5) μπορεί να έρθει στην κύρια μορφή (Hansen 1998)

$$\tilde{J} = \|\tilde{\mathbf{Z}}\tilde{\mathbf{q}} - \mathbf{p}_d\|^2 + \gamma^2 \|\tilde{\mathbf{q}}\|^2, \quad (5.6)$$

μέσω των μετασχηματισμών

$$\tilde{\mathbf{Z}} = \mathbf{Z}\mathbf{L}^{-1} \quad (5.7)$$

και

$$\tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{L}\mathbf{q}. \quad (5.8)$$

Αν ο πίνακας  $\mathbf{L}^{-1}$  δεν υπάρχει, τότε μπορούν να χρησιμοποιηθούν και άλλες μέθοδοι (Hansen 1998). Πρακτικά, μέσω του μετασχηματισμού αυτού η ελαχιστοποίηση της συνάρτησης (5.6) δίνει το ίδιο ακριβώς βέλτιστο διάνυσμα μιγαδικών εντάσεων  $\mathbf{q}_0 = \mathbf{L}^{-1}\tilde{\mathbf{q}}_0$  με την ελαχιστοποίηση της συνάρτησης (5.5) εφόσον  $\lambda = \gamma^2$ . Αυτό ωστόσο που κάνει ενδιαφέρον τον παραπάνω μετασχηματισμό είναι ότι παρέχεται η δυνατότητα για ανάλυση και έλεγχο του συστήματος με στάθμιση ισχύος μέσω της ιδιαίτερης παραγοντοποίησης του πίνακα  $\tilde{\mathbf{Z}}$ .

Αν υποθεθεί ότι ο πίνακας  $\mathbf{Z}$  (και άρα ο  $\tilde{\mathbf{Z}}$ ) είναι ένας πίνακας  $M \times L$  με  $M < L$ , δηλαδή στο σύστημα υπάρχουν λιγότεροι δέκτες από ότι ηχεία, τότε, μέσω της ιδιαίτερης

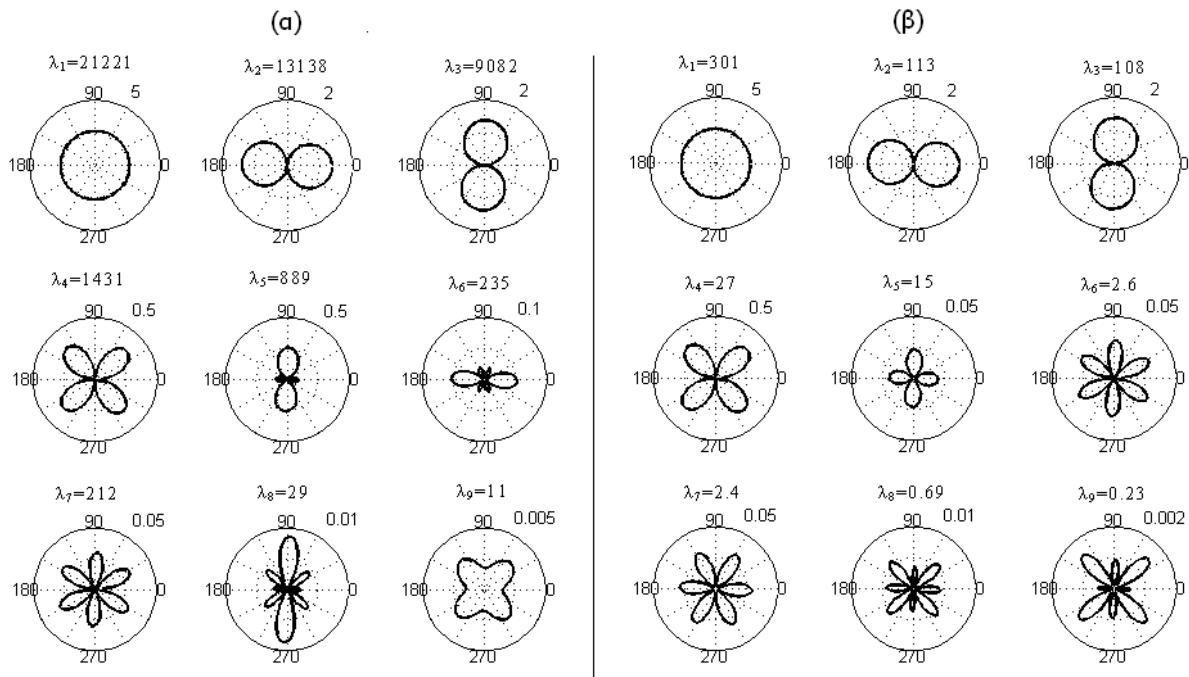
παραγοντοποίησης, το βέλτιστο μετασχηματισμένο διάνυσμα μιγαδικών εντάσεων των πηγών είναι δυνατόν να ανακτηθεί και ως

$$\tilde{\mathbf{q}}_0 = \sum_{i=1}^M f_i \frac{\tilde{\mathbf{u}}_i^H \mathbf{p}_d}{\tilde{\sigma}_i} \tilde{\mathbf{v}}_i, \quad (5.9)$$

όπου

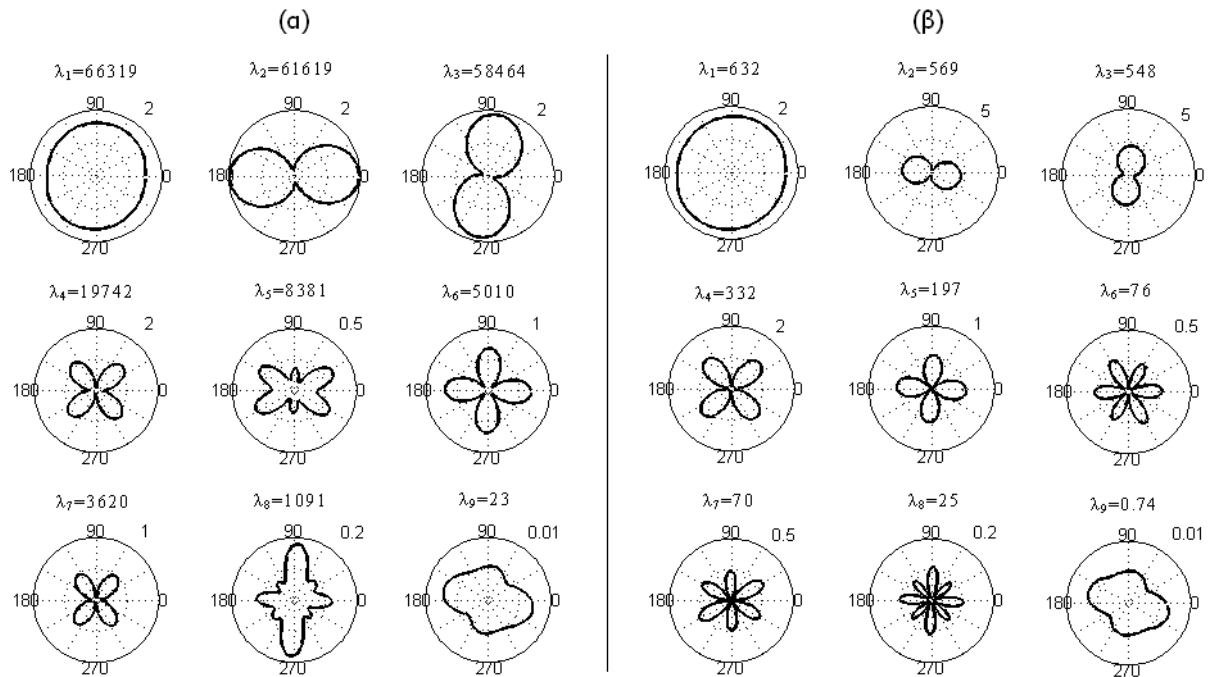
$$f_i = \begin{cases} 1 & \text{για } i \leq r \\ 0 & \text{για } i > r' \end{cases} \quad (5.10)$$

$\tilde{\mathbf{u}}_i, \tilde{\mathbf{v}}_i$  είναι τα αριστερά και δεξιά ιδιοδιανύσματα του  $\tilde{\mathbf{Z}}$ ,  $\tilde{\sigma}_i$  είναι η τιμή της  $i$  ιδιοτιμής του  $\tilde{\mathbf{Z}}$  και  $r \leq M$ . Κατά αυτόν τον τρόπο παρέχεται η δυνατότητα για μεμονωμένο έλεγχο των ιδιοδιανυσμάτων πίεσης  $\tilde{\mathbf{u}}_i$  (pressure modes) και των ιδιοδιανυσμάτων πηγής  $\tilde{\mathbf{v}}_i$  (source modes) του συστήματος αναπαραγωγής (Gauthier 2006). Επιπλέον παρέχεται η δυνατότητα για μια πιο αντικειμενική εκτίμηση των πλεονεκτημάτων της στάθμισης ισχύος. Στο σχήμα 5.20(α) και (β) απεικονίζονται τα κατευθυντικά χαρακτηριστικά των ιδιοδιανυσμάτων πίεσης του πρωταρχικού πίνακα  $\mathbf{Z}$  και του μετασχηματισμένου πίνακα  $\tilde{\mathbf{Z}}$  για το σύστημα αναπαραγωγής εντός του ορθογώνιου δωματίου που εξετάστηκε στην ενότητα 5.2.1 στα 330 Hz. Αντίστοιχα, τα κατευθυντικά χαρακτηριστικά των ίδιων ιδιοδιανυσμάτων απεικονίζονται στα 350 Hz για το σύστημα αναπαραγωγής εντός του πεντάγωνου δωματίου της ενότητας 5.2.2 στο σχήμα 5.21. Τα κατευθυντικά χαρακτηριστικά κάθε ιδιοδιανύσματος προκύπτουν ουσιαστικά από το μέτρο του γινομένου  $\tilde{\mathbf{u}}_i \mathbf{p}_d(\theta)$ , όπου  $\mathbf{p}_d(\theta)$  είναι το διάνυσμα με τις τιμές της ακουστικής πίεσης που αντιστοιχούν στη θέση των δεκτών ελέγχου για ένα επίπεδο κύμα που διαδίδεται με γωνία  $\theta$ . Τα ιδιοδιανύσματα απεικονίζονται στα σχήματα 5.20 και 5.21 από τη μεγαλύτερη ιδιοτιμή ( $\lambda_1$ ) στη μικρότερη ( $\lambda_9$ ) από αριστερά προς τα δεξιά και από πάνω προς τα κάτω.



**Σχήμα 5.20:** Ιδιοδιανύσματα πίεσης **α.** για τον πίνακα ακουστικών εμπεδησεων **Z** και **β.** για τον μετασχηματισμένο πίνακα  $\tilde{\mathbf{Z}}$  στο ορθογώνιο δωμάτιο στα 330 Hz.

Παρατηρώντας το σχήμα 5.20(β) διακρίνει κανείς ότι τα κατευθυντικά χαρακτηριστικά των ιδιοδιανυσμάτων πίεσης συμπίπτουν με τα χαρακτηριστικά ενός μικροφώνου πίεσης ( $\lambda_1$ ), ενός μικροφώνου ταχύτητας ( $\lambda_2$  και  $\lambda_3$ ), ενώ ταυτόχρονα, διακρίνονται χαρακτηριστικά μικροφώνου δεύτερης τάξης που αντιστοιχούν στις ιδιοτιμές  $\lambda_4$  και  $\lambda_5$ , τρίτης τάξης για τις  $\lambda_6$  και  $\lambda_7$  και τέλος χαρακτηριστικά τέταρτης τάξης στις ιδιομορφές  $\lambda_8$  και  $\lambda_9$ . Παρατηρώντας ωστόσο τις ιδιομορφές του σχήματος 5.20(α), φαίνεται ότι οι χαρακτηριστικές ιδιομορφές ανώτερης τάξης είτε απουσιάζουν, είτε εμφανίζονται ιδιαίτερα παραμορφωμένες. Από προσομοιώσεις που έγιναν παρατηρήθηκε ότι η αντιστροφή του μη μετασχηματισμένου συστήματος οδηγεί σε μεγάλο σφάλμα αναπαραγωγής για γωνίες διάδοσης του επιθυμητού κύματος κοντά στις  $0^\circ$  και  $180^\circ$ , και αυτό φαίνεται να έχει σχέση με την απουσία μιας “υγιούς” ιδιομορφής δευτέρας και τρίτης τάξης της οποίας οι λοβοί να συμπίπτουν με αυτή την κατεύθυνση. Από την άλλη πλευρά φαίνεται ότι η στάθμιση ισχύος εξάλειψε αυτήν την ιδιοσυμπεριφορά και οδήγησε σε μια υγιέστερη ανάκτηση των ανώτερων τάξης ιδιομορφών πίεσης.



**Σχήμα 5.21:** Ιδιοδιανύσματα πίεσης **α.** για τον πίνακα ακουστικών εμπεδησεων **Z** και **β.** για τον μετασχηματισμένο πίνακα  $\tilde{\mathbf{Z}}$  στο πεντάγωνο δωμάτιο στα 350 Hz.

Παρόμοια συμπεράσματα προκύπτουν από παρατήρηση των ιδιομορφών πίεσης στο πεντάγωνο δωμάτιο στο σχήμα 5.21. Στις ιδιομορφές του σχήματος 5.21(α) απουσιάζουν χαρακτηριστικά μικροφώνων τρίτης τάξης και άνω, ενώ στο σχήμα (β) τα χαρακτηριστικά αυτά διακρίνονται καθαρά στο έκτο και έβδομο ιδιοδιάνυσμα. Το σφάλμα αναπαραγωγής που αντιστοιχεί σε αυτήν τη συχνότητα παρουσιάστηκε προηγουμένως στο σχήμα 5.19. Δημιουργείται λοιπόν η εντύπωση ότι η χρήση του μετασχηματισμού  $\tilde{\mathbf{Z}} = \mathbf{Z}\mathbf{L}^{-1}$  και της στάθμισης ισχύος γενικά, οδηγεί στην ανάκτηση των χαρακτηριστικών των ιδιομορφών πίεσης που θα εξασφάλιζε η συγκεκριμένη διάταξη δεκτών ελέγχου αν το σύστημα ήταν απαλλαγμένο από την επίδραση του κλειστού χώρου αναπαραγωγής. Όντως, από προσομοιώσεις στο ελεύθερο πεδίο, και συγκεκριμένα για το σύστημα της ενότητας 3.4, το οποίο χρησιμοποιεί μια παρόμοια διάταξη δεκτών ελέγχου, παρατηρήθηκε ότι οι εννέα ιδιομορφές πίεσης ακολουθούσαν τη διαδοχική αυτή μετάβαση από χαρακτηριστικά μικρόφωνων μικρότερης τάξης σε χαρακτηριστικά μεγαλύτερης τάξης όμοια με την περίπτωση των σχημάτων 5.20(β) και 5.21(β). Πρέπει τέλος να σημειωθεί ότι η κύρια βελτίωση που επιτυγχάνεται με τη χρήση στάθμισης ισχύος εντοπίζεται στις συγκεκριμένες ιδιοσυχνότητες και γωνίες διάδοσης για τις οποίες οι ιδιομορφές πίεσης που αντιστοιχούν σε μικρόφωνα ανώτερης τάξης (τρίτης και άνω) γίνονται σημαντικές για την αναπαραγωγή του κύματος και οι οποίες απουσιάζουν από το μη μετασχηματισμένο



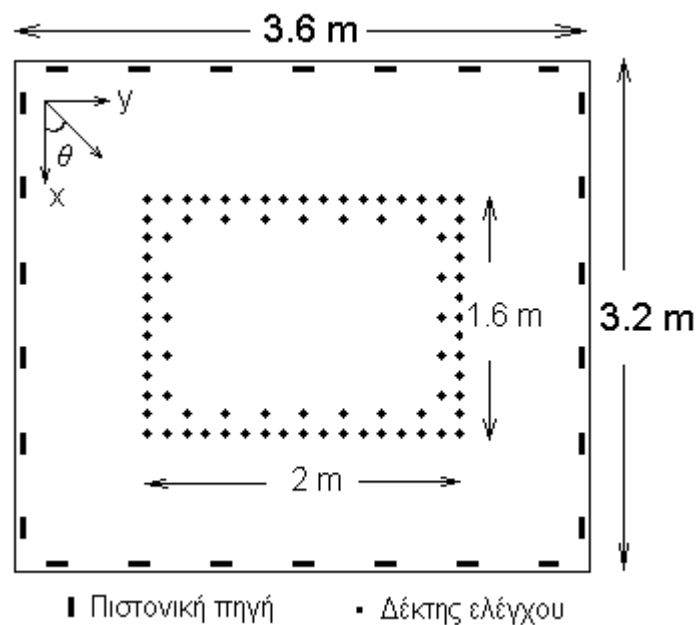
σύστημα, ενώ κατά τα άλλα, σε μια μεγάλη περιοχή συχνοτήτων, η επίδοση των δύο τεχνικών στάθμισης είναι πάνω κάτω η ίδια.

Μια επιπλέον παρατήρηση που πιθανόν υποδηλώνει μια συγγενής βελτίωση για την προτεινόμενη μέθοδο έχει να κάνει με το ότι ο λόγος  $\lambda_1/\lambda_9$  και  $\lambda_1/\lambda_8$  που συμβολίζει το λόγο της μεγαλύτερης προς τη μικρότερη και αμέσως μεγαλύτερη ιδιοτιμής του μετασχηματισμένου πίνακα είναι αρκετά μικρότερος από αυτόν του πρωταρχικού. Συγκεκριμένα, παρατηρήθηκε ότι ο λόγος αυτός για τον πρωταρχικό πίνακα παρουσιάζει ισχυρές κορυφές σε συχνότητες που συμπίπτουν με τις ιδιοσυχνότητες του χώρου, σε αντίθεση με τον αντίστοιχο λόγο για τον μετασχηματισμένο πίνακα που είναι φανερά μικρότερος και κυμαίνεται ομαλά σε σχέση με τη συχνότητα. Ένας λόγος για τον οποίο αυτές οι κορυφές απουσιάζουν από το μετασχηματισμένο πίνακα  $\tilde{\mathbf{Z}} = \mathbf{Z}\mathbf{L}^{-1}$  έχει να κάνει με το ότι οι μεγαλύτερες ιδιοτιμές του πίνακα  $\mathbf{L}$  (και ως εκ τούτου του  $\mathbf{W}$ ) μεγιστοποιούνται τοπικά στις ίδιες συχνότητες με αυτές του πίνακα  $\mathbf{Z}$ . Αυτό είναι λογικό καθώς το μέτρο του πίνακα  $\mathbf{W}$  (και ως εκ τούτου του  $\mathbf{L}$ ) μεγιστοποιείται τοπικά όταν η συχνότητα διέγερσης συμπίπτει με μία ιδιοσυχνότητα του χώρου. Κατά αυτόν τον τρόπο, ο πολλαπλασιασμός επί του  $\mathbf{L}^{-1}$  δρα αντισταθμιστικά, καταπιέζοντας τη μεγάλη εξάπλωση στις ιδιοτιμές του πίνακα  $\mathbf{Z}$ . Ένας άλλος τρόπος να αντιληφθεί κανείς τα πλεονεκτήματα της στάθμισης ισχύος  $\lambda\mathbf{q}^H\mathbf{W}\mathbf{q}$  έναντι της στάθμισης συνεισφοράς  $\mu\mathbf{q}^H\mathbf{I}\mathbf{q}$  έχει να κάνει με το ότι το μέτρο του πίνακα  $\mathbf{W}$  μεταβάλλεται δυναμικά ανάλογα με τη συχνότητα και τις ιδιοσυχνότητες του δωματίου, αντίθετα με τον πίνακα  $\mathbf{I}$  που είναι σταθερός σε όλο το φάσμα της μελέτης.

#### **5.2.4 Αναπαραγωγή ηχητικού πεδίου σε συνεχή τρισδιάστατη περιοχή ορθογωνίου δωματίου**

Τα προτερήματα από τη χρήση της στάθμισης ισχύος εξετάζονται εδώ για ένα σύστημα αναπαραγωγής ηχητικού πεδίου εντός ενός τρισδιάστατου ορθογώνιου χώρου. Το δωμάτιο με διαστάσεις  $L_x = 3.2$ ,  $L_y = 3.6$  και  $L_z = 2$  m φαίνεται στο σχήμα 5.22. Όλες οι ιδιομορφές έως και τα 1100 Hz χρησιμοποιήθηκαν για την προσομοίωση της ηχητικής πίεσης εντός του χώρου ενώ ο συντελεστής απόσβεσης ελήφθη ίσος με 0.01 για όλες τις ιδιομορφές αντιστοιχώντας σε ένα χρόνο αντήχησης  $T_{60}=1.1$  sec στα 100 Hz. Ο χώρος ακρόασης εντός του δωματίου ταυτίζεται με ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο διαστάσεων 1.8x2x1.8 m με κάτω αριστερή γωνία στο (1, 1, 0.2) m και πάνω δεξιά στο (2.2, 2.6, 1.8) m. Έτσι, οι οριζόντιες έδρες του χώρου ακρόασης απέχουν 0.2 m από το πάτωμα και το ταβάνι ενώ οι κατακόρυφες έδρες απέχουν 1 m από τους κοντινότερους σε αυτές κάθετους τοίχους. Η επίδοση της αναπαραγωγής αποτιμάται από ένα πλέγμα 13 x 17 x 17

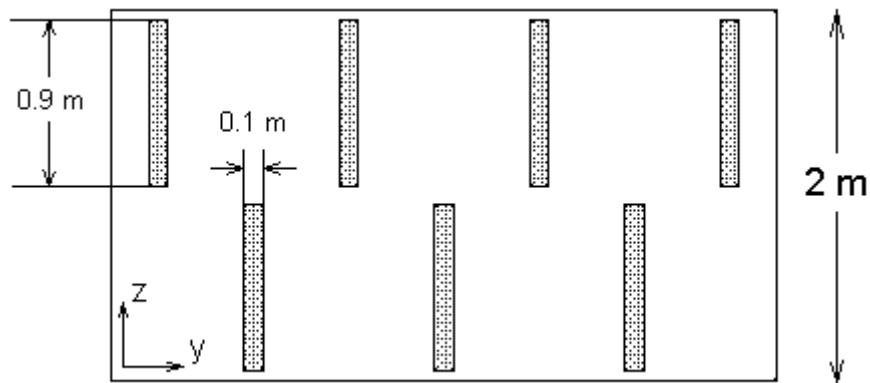
= 3757 δεκτών καταμέτρησης που καλύπτουν εξολοκλήρου την περιοχή ακρόασης. Το πλέγμα δηλαδή αποτελείται από 17 οριζόντια επίπεδα με 221 δέκτες το καθένα, από το  $z = 0.2$  έως το  $z = 1.8$  m. Η απόσταση μεταξύ διαδοχικών δεκτών κατά την  $x$ -,  $y$ - και  $z$ -κατεύθυνση είναι πάντα ίση με 0.1 m. Επίσης, 80 δέκτες ελέγχου επιλέχθηκαν ανάμεσα από τους δέκτες καταμέτρησης, όλοι βρισκόμενοι στο μεσαίο οριζόντιο επίπεδο στο ύψος  $z = 1$  m σύμφωνα με το σχήμα 5.22. Οι δέκτες ελέγχου επιλέχθηκαν κατά αυτόν τον τρόπο ώστε να παρέχεται επιπλέον και η δυνατότητα για μέτρηση της κάθετης συνιστώσας της ακουστικής ταχύτητας, σύμφωνα με την αρχή ελέγχου της επιφάνειας του συνόρου που διατυπώθηκε στην ενότητα 5.1.2.



**Σχήμα 5.22:** Διάταξη του συστήματος αναπαραγωγής εντός του τρισδιάστατου ορθογώνιου δωματίου.

Οι πηγές εδώ μοντελοποιούνται ως ορθογώνια πιστόνια με διαστάσεις  $0.1 \times 0.9$  m, όπως στο σχήμα 5.23. Τα πιστόνια χαρακτηρίζονται από μία αξιοσημείωτη κατακόρυφη διάσταση (0.9 m), πράγμα που είναι απαραίτητο για την ομογενοποίηση του πεδίου σε ολόκληρη την κατακόρυφη διάσταση του δωματίου και είναι προσανατολισμένα κατά τέτοιο τρόπο ώστε οι επιφάνειές τους να είναι παράλληλες στους κοντινότερους σε αυτά τοίχους, σε μία απόσταση 0.05 m από αυτούς. Τα πιστόνια τοποθετούνται σε δύο διαφορετικά ύψη εντός του χώρου. Συγκεκριμένα, η  $z$ -συντεταγμένη των κέντρων τους βρίσκεται είτε στο  $z = 0.5$  m ή στο  $z = 1.5$  m εναλλάξ, σύμφωνα με το σχήμα 5.23 (ένα παρόμοιο μοτίβο ακολουθείται για την τοποθέτηση των ηχείων και στους άλλους τρεις τοίχους).

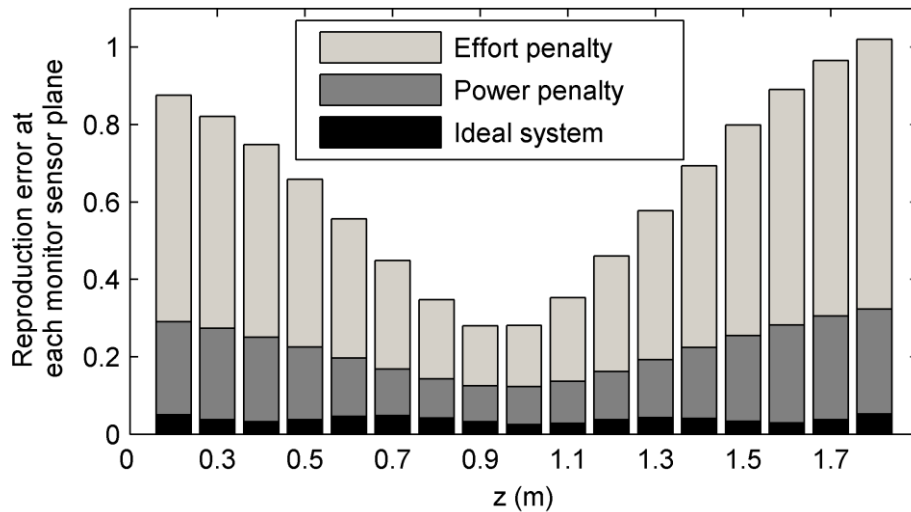
Παρόλο που η ηχητική αναπαραγωγή εξετάζεται σε μία συνεχή τρισδιάστατη περιοχή, το επιθυμητό πεδίο εντός του χώρου ακρόασης θεωρείται ότι είναι ανεξάρτητο της  $z$ -συντεταγμένης. Αυτό σημαίνει ότι τα επιθυμητά μέτωπα κύματος είναι συνεχώς κάθετα στο επίπεδο  $xy$ , έτσι ώστε να εξασφαλίζεται ότι ένας ακροατής δε θα αισθανθεί διαφορά αν μεταβάλλει την κατακόρυφη θέση του εντός της περιοχής ακρόασης. Είναι λοιπόν φανερό ότι η επιτυχία αυτού του συστήματος αναπαραγωγής εξαρτάται από το κατά πόσο ένα και μοναδικό επίπεδο από δέκτες ελέγχου είναι ικανό να εξασφαλίσει την αναπαραγωγή του ηχητικού πεδίου σε όλη την κατακόρυφη έκταση της περιοχής ακρόασης.



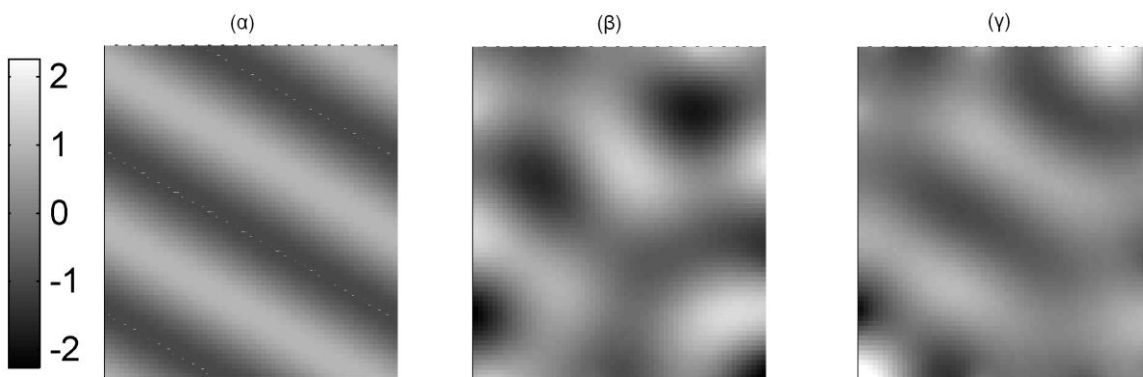
**Σχήμα 5.23:** Διάταξη των ηχείων πάνω σε ένα από τους τοίχους του τρισδιάστατου ορθογώνιου δωματίου. Οι  $z$ -συντεταγμένες των κέντρων των ηχείων μεταβάλλονται από  $z=Lz/4$  σ  $z=3Lz/4$  εναλλάξ. Η κατακόρυφη διάσταση των ηχείων είναι 0.9 m.

Το επιθυμητό πεδίο εδώ ορίζεται σαν ένα ορθογώνιο κύμα που διαδίδεται εντός του δωματίου με γωνία  $\theta = 60^\circ$ . Για να εποπτευθεί η ποιότητα της αναπαραγωγής καθ' όλο το ύψος της περιοχής ακρόασης, η διακύμανση του σφάλματος αναπαραγωγής στα 240 Hz απεικονίζεται σε κάθε οριζόντιο επίπεδο των δεκτών καταμέτρησης στο σχήμα 5.24. Οι βέλτιστοι συντελεστές βάρους για αυτή τη συχνότητα είναι  $\lambda=800$  για τη στάθμιση ισχύος και  $\mu=80 \times 10^4$  για τη συμβατική μέθοδο. Στο ίδιο σχήμα απεικονίζεται και το σφάλμα αναπαραγωγής για την περίπτωση του ιδεατού συστήματος. Όπως φαίνεται από το σχήμα 5.24, το ιδεατό σύστημα εξασφαλίζει ένα ομοιόμορφο σφάλμα αναπαραγωγής μεταξύ 0.03 και 0.05 καθ' όλο το ύψος της περιοχής ακρόασης. Το εύρος μεταξύ της ελάχιστης και της μέγιστης τιμής του σφάλματος αναπαραγωγής κυμαίνεται από το 0.28 στο 1.02 για τη συμβατική μέθοδο, γεγονός που αποκαλύπτει ότι η μέθοδος αποτυγχάνει να δημιουργήσει το επιθυμητό πεδίο σε ύψη απομακρυσμένα από αυτό του επιπέδου ελέγχου. Από την άλλη, η προτεινόμενη μέθοδος παρέχει καλύτερα αποτελέσματα, με το σφάλμα αναπαραγωγής να κυμαίνεται μόνο μεταξύ 0.12 και 0.32. Για λόγους σύγκρισης αξίζει να

αναφερθεί ότι το ίδιο εύρος υπολογιζόμενο χωρίς καθόλου στάθμιση συνεισφοράς ( $\lambda=0$  ή  $\mu=0$ ) κυμαίνονταν από 0.03 έως 2.81 μεταξύ του μεσαίου και του μακρύτερου από αυτό επιπέδου καταμέτρησης. Για την καλύτερη εποπτεία του αποτελέσματος της αναπαραγωγής για κάθε μία μέθοδο, το επιθυμητό και το αναπαραγόμενο ηχητικό πεδίο απεικονίζεται για  $z=0.3$  m στα 240 Hz στο σχήμα 5.25.



**Σχήμα 5.24:** Τετραγωνικό σφάλμα αναπαραγωγής στους δέκτες καταμέτρησης για κάθε μέθοδο στάθμισης και για το ιδεατό σύστημα συναρτήσει του  $z$  στα 240 Hz.

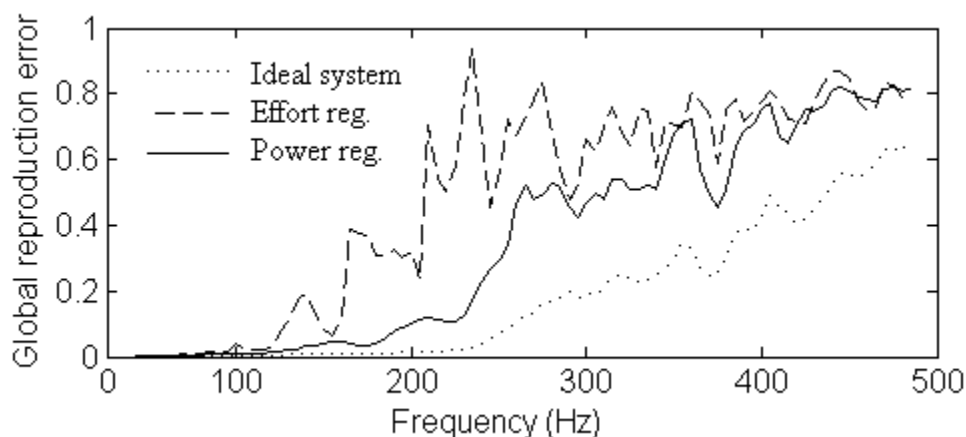


**Σχήμα 5.25:** Πραγματικό μέρος του **α.** επιθυμητού ηχητικού πεδίου, **β.** του αναπαραγόμενου ηχητικού πεδίου με στάθμιση συνεισφοράς και **γ.** του αναπαραγόμενου ηχητικού πεδίου με στάθμιση ισχύος για  $z=0.3$  m στα 240 Hz.

Η σχέση μεταξύ του παραπάνω συστήματος αναπαραγωγής με το προηγούμενο δισδιάστατο πρόβλημα της ισοστάθμισης που αναλύθηκε στο κεφάλαιο 4.3.2 γίνεται πιο φανερή τώρα. Οι πηγές πρέπει να λειτουργήσουν έτσι ώστε να αποφευχθεί η διέγερση των ανεπιθύμητων κατακόρυφων ιδιομορφών οι οποίες δημιουργούνται λόγω ανακλάσεων μεταξύ των δύο παράλληλων επιπέδων του πατώματος και του ταβανιού. Παρόμοια λοιπόν

με την περίπτωση της ισοστάθμισης στο δισδιάστατο δωμάτιο, η επίδραση της στάθμιση ισχύος στην ηχητική αναπαραγωγή οδήγησε στην ομογενοποίηση του ηχητικού πεδίου στο συνολικό όγκο του δωματίου. Πρέπει να σημειωθεί ότι τα πλεονεκτήματα από την προτεινόμενη μέθοδο στάθμισης δε θα αναδεικνύονταν αν η αναπαραγωγή του ηχητικού πεδίου ήτανε περιορισμένη σε ένα μεμονωμένο οριζόντιο επίπεδο ακρόασης ή έστω, σε ένα μικρό ποσοστό της κατακόρυφης διάστασης του χώρου. Τα πλεονεκτήματα της προτεινόμενης μεθόδου αναδεικνύονται εφόσον η αναπαραγωγή ηχητικού πεδίου εξετάζεται στο συνολικό όγκο του χώρου. Τέλος, για τους λόγους που αναφέρθηκαν στην ενότητα 5.2.1, τα πλεονεκτήματα από τη χρήση της στάθμισης ισχύος εμφανίζονται ακόμα μεγαλύτερα για αξονικές γωνίες διάδοσης, δηλαδή για γωνίες κοντά στις  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  και  $270^\circ$ .

Το σφάλμα αναπαραγωγής για τις δύο μεθόδους στάθμισης καθώς και για την περίπτωση του ιδεατού συστήματος φαίνεται μέχρι τα 500 Hz στο σχήμα 5.26 για  $\theta = 60^\circ$ . Η στάθμιση ισχύος εξασφαλίζει μικρότερο σφάλμα αναπαραγωγής για όλο το συχνотικό εύρος. Σε αυτήν την προσομοίωση, οι συντελεστές στάθμισης  $\lambda$  και  $\mu$  τέθηκαν ίσοι με τη βέλτιστη τιμή τους σε κάθε συχνότητα χωριστά. Παρατηρήθηκε ότι η στάθμιση ισχύος ήτανε λιγότερο ευαίσθητη στην τιμή του συντελεστή  $\lambda$  από ότι η συμβατική μέθοδος στην τιμή του συντελεστή  $\mu$ . Μια σταθερή τιμή του  $\lambda$  είναι ικανή να παρέχει ένα ικανοποιητικό αποτέλεσμα σε όλο το συχνотικό εύρος, σε αντίθεση με το συντελεστή  $\mu$  ο οποίος πρέπει να μεταβάλλεται συνεχώς για να εξασφαλίσει το καλύτερο δυνατό συνολικό αποτέλεσμα για τη στάθμιση συνεισφοράς, ειδικά στις χαμηλές συχνότητες.



**Σχήμα 5.26:** Τετραγωνικό σφάλμα αναπαραγωγής στους δέκτες καταμέτρησης συναρτήσει της συχνότητας για  $\theta=60^\circ$ .

### 5.3 Στάθμιση μεταβλητότητας με μιγαδικό διαφορικό τελεστή

Οι θετικές επιπτώσεις από την κύρωση μεταβλητότητας της έντασης και της ισχύος σε ένα πολυκάναλο σύστημα ισοστάθμισης παρουσιάστηκαν στην ενότητα 4.4 και 4.5. Τα προτερήματα της προαναφερόμενης τεχνικής εξομάλυνσης οφείλονται στην εισαγωγή ενός διαφορικού τελεστή  $\mathbf{D}$  ο οποίος επιβάλλει συμφασικότητα μεταξύ των μιγαδικών εντάσεων των πηγών σε κάθε πλευρά. Για τη δεδομένη μορφή του διαφορικού τελεστή  $\mathbf{D}$  μπορεί να πει κανείς ότι οι δύο προτεινόμενες τεχνικές εξομάλυνσης είναι ιδανικές για το συγκεκριμένο πρόβλημα αναπαραγωγής. Οι πηγές σε κάθε πλευρά πρέπει να είναι στην ίδια φάση και αυτό ακριβώς είναι που επιβάλλει στη λύση η στάθμιση μεταβλητότητας. Εξέταση ωστόσο του αποτελέσματος και για άλλες γωνίες διάδοσης του επίπεδου κύματος έδειξε ότι δεν αποκομίζονται ιδιαίτερα οφέλη από τη χρήση του συγκεκριμένου τελεστή για μη αξονικές γωνίες, ακόμα και όταν επιπλέον πηγές είναι τοποθετημένες στις άλλες δύο πλευρές του δωματίου. Αυτό δημιουργεί την λογική εντύπωση ότι οι πηγές δεν πρέπει να είναι συμφασικές όταν πρόκειται για διαφορετικές γωνίες διάδοσης από τις αξονικές. Στις επόμενες ενότητες παρουσιάζεται μία τροποποίηση του διαφορικού τελεστή  $\mathbf{D}$  που τον καθιστά κατάλληλο για οποιοδήποτε, δισδιάστατο για αρχή, επιθυμητό πεδίο εντός του χώρου ακρόασης. Η όλη σύλληψη γύρω από την προτεινόμενη τροποποίηση του πίνακα  $\mathbf{D}$  είναι συναφής με τις ολογραφικές τεχνικές ηχητικής αναπαραγωγής, όπως για παράδειγμα την τεχνική WFS.

#### 5.3.1 Σχετική διαφορά φάσης στις πηγές μια διάταξης WFS

Από την ανάλυση που έχει προηγηθεί στο κεφάλαιο 2.4 φάνηκε ότι οι μιγαδικές τιμές οδήγησης μιας WFS συστοιχίας είναι συναρτήσεις τόσο της θέσης της εικονικής πηγής  $\mathbf{r}_0$  όσο και τις γεωμετρίας της διάταξης αναπαραγωγής. Από τις σχέσεις (2.37) και (2.39), για ευθεία και καμπύλη γεωμετρία της συστοιχίας αντίστοιχα, φαίνεται ότι οι μιγαδικές εντάσεις των πηγών διαφέρουν τόσο στο μέτρο όσο και στη φάση. Η διαφορά στο μέτρο μεταξύ δύο τυχαίων δευτερευουσών πηγών,  $i$  και  $j$ , στο  $\mathbf{r}_i$  και στο  $\mathbf{r}_j$  αντίστοιχα, εξαρτάται από την απόσταση και τη γωνία μεταξύ της εικονικής πηγής και των δευτερευουσών πηγών καθώς και από τον γεωμετρικό ορισμό της ευθείας αναφοράς. Ωστόσο, η διαφορά φάσης μεταξύ των ίδιων δευτερευουσών πηγών εξαρτάται μόνο από τη θέση τους σε σχέση με τη θέση της εικονικής πηγής. Πράγματι, τόσο για τη σχέση (2.37) όσο και για την (2.39) η διαφορά φάσης μπορεί να εκφραστεί ως

$$\Phi_i(\omega) - \Phi_j(\omega) = \angle e^{-jk(r_i - r_j)}, \quad (5.11)$$

όπου  $r_i = \|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_i\|$  και  $r_j = \|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_j\|$  είναι η απόσταση της εικονικής πηγής από την  $i$  και  $j$  πηγή ενώ  $\Phi_i(\omega)$  και  $\Phi_j(\omega)$  είναι η φάση της  $i$  και  $j$  πηγής αντίστοιχα. Στην επόμενη ενότητα φαίνεται πως η ενδιαφέρουσα αυτή συνθήκη μπορεί να επιβληθεί στη μιγαδική λύση ενός συστήματος αναπαραγωγής που βασίζεται στον ενεργό έλεγχο.

### 5.3.2 Κατασκευή του μιγαδικού διαφορικού τελεστή

Βασιζόμενοι στις παρατηρήσεις της προηγούμενης παραγράφου σε αυτήν την ενότητα προτείνεται μια τροποποίηση του διαφορικού τελεστή  $\mathbf{D}=\mathbf{D}(\omega)$  έτσι ώστε η σχετική διαφορά φάσης μεταξύ των γειτονικών πηγών ενός συστήματος αναπαραγωγής να εξομοιώνεται με τη διαφορά φάσης του επιθυμητού ηχητικού πεδίου όταν αυτό ανάγεται στις θέσεις των πηγών αναπαραγωγής. Θεωρήστε ένα αρμονικό επιθυμητό ηχητικό πεδίο  $p(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r})e^{-j\varphi(\mathbf{r})}$  στο επίπεδο  $xy$  με  $\mathbf{r}=[x \ y]$  όπου με  $A(\mathbf{r})$  και  $\varphi(\mathbf{r})$  συμβολίζεται το μέτρο και η φάση της επιθυμητής πίεσης στη θέση  $\mathbf{r}$ . Επίσης, θεωρήστε μια διάταξη με  $L$  πηγές αναπαραγωγής η οποία περικυκλώνει την περιοχή ακρόασης και είναι υπεύθυνη για τη δημιουργία του ηχητικού πεδίου όπως στο σχήμα 5.27. Οι πηγές αναπαραγωγής είναι αριθμημένες διαδοχικά από 1 έως  $L$  καθώς σχηματίζουν μια κλειστή γραμμή και έστω  $\mathbf{r}_{l-1}$ ,  $\mathbf{r}_l$  και  $\mathbf{r}_{l+1}$  τα διανύσματα θέσης τριών διαδοχικών ηχητικών πηγών. Κατασκευάζουμε τον  $3 \times 3$  υποπίνακα  $\hat{\mathbf{D}} = D(i, j)$  με  $l-1 \leq i, j \leq l+1$  του τελεστή  $\mathbf{D}$  ως εξής

$$\hat{\mathbf{D}} = \begin{bmatrix} -2 & e^{-j(\varphi(\mathbf{r}_{l-1})-\varphi(\mathbf{r}_l))} & 0 \\ e^{-j(\varphi(\mathbf{r}_l)-\varphi(\mathbf{r}_{l-1}))} & -2 & e^{-j(\varphi(\mathbf{r}_l)-\varphi(\mathbf{r}_{l+1}))} \\ 0 & e^{-j(\varphi(\mathbf{r}_{l+1})-\varphi(\mathbf{r}_l))} & -2 \end{bmatrix}. \quad (5.12)$$

Ακολουθώντας αυτό το μοτίβο και για τα υπόλοιπα στοιχεία του πίνακα  $\mathbf{D}$  το αποτέλεσμα είναι ένας ερμιτιανός  $L \times L$  πίνακας με μη μηδενικά στοιχεία μόνο στις τρεις κυρίες διαγώνιους και στα στοιχεία  $(1, L)$  και  $(L, 1)$  τα οποία είναι ίσα με  $e^{-j(\varphi(\mathbf{r}_1)-\varphi(\mathbf{r}_L))}$  και  $e^{-j(\varphi(\mathbf{r}_L)-\varphi(\mathbf{r}_1))}$  αντίστοιχα. Αυτό είναι απαραίτητο για να εξασφαλισθεί η συνέχεια του διαφορικού τελεστή μεταξύ των γειτονικών πηγών 1 και  $L$ . Η τελεστής που διαμορφώνεται κατά αυτήν την έννοια είναι κατά κάποιο τρόπο γενίκευση του διαφορικού τελεστή δευτέρας τάξης που παρουσιάστηκε στην ενότητα 4.4. Γενικά, θεωρώντας ένα επίπεδο κύμα το οποίο διαδίδεται με κάποια γωνία  $\theta$  και θεωρώντας ότι  $i, j \neq 1, L$ , η κατασκευή του πίνακα  $\mathbf{D}$  μπορεί να εκφραστεί μέσω του φορμαλισμού

$$D(i, j) = \begin{cases} -2 & , \quad i = j \\ d(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \theta) & , \quad |i - j| = 1, \\ 0 & , \quad \text{αλλού} \end{cases} \quad (5.13)$$

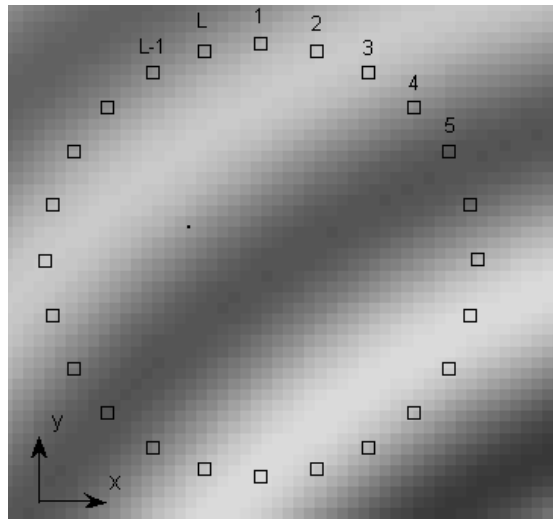
για δευτέρας τάξης διαφορικό τελεστή και μέσω του φορμαλισμού

$$D(i, j) = \begin{cases} -1 & , \quad i = j \\ d(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \theta) & , \quad j - i = 1 \\ 0 & , \quad \text{αλλού} \end{cases} \quad (5.14)$$

για πρώτη τάξης διαφορικό τελεστή, όπου  $d(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \theta) = d_{ij}(\theta) = e^{-j(\mathbf{k}_\theta \mathbf{r}_i - \mathbf{k}_\theta \mathbf{r}_j)}$ ,  $\mathbf{k}_\theta = [k \cos \theta \quad k \sin \theta]$ ,  $k$  είναι ο κυματικός αριθμός και  $\mathbf{r}_i = [x_i \quad y_i]^T$ ,  $\mathbf{r}_j = [x_j \quad y_j]^T$  είναι το διάνυσμα θέσης της  $i$  και  $j$  ηχητικής πηγής αντίστοιχα. Αξίζει να διαπιστώσει κανείς ότι αν θεωρηθεί επίπεδο κύμα που διαδίδεται κατά μια γωνία  $\theta$ , για τη συνάρτηση  $d_{ij}$  ισχύει

$$d_{ij}(\theta \pm \pi) = d_{ij}(\theta)^* . \quad (5.15)$$

Αυτή η σχέση εκφράζει το γεγονός ότι για επίπεδα κύματα αντίθετης κατεύθυνσης ο τελεστής  $d_{ij}$  χαρακτηρίζεται από μιγαδική συζυγία.



**Σχήμα 5.27:** Γενικό σχήμα για τη δημιουργία του μιγαδικού διαφορικού τελεστή σε ένα σύστημα με  $L$  πηγές αναπαραγωγής στο ίδιο επίπεδο.

Εναλλακτικές μορφές του πίνακα  $\mathbf{D}$  ενδεχομένως να είναι απαραίτητες αν δεν υπάρχει κυκλική συνέχεια στη διάταξη των πηγών αναπαραγωγής, όπως για παράδειγμα στην περίπτωση της ισοστάθμισης του ορθογωνίου δωματίου της σχέσης (4.18), καθώς επίσης και αν απαιτείται η χρήση δισδιάστατου πλέγματος ηχητικών πηγών για την αναπαραγωγή τρισδιάστατου ηχητικού πεδίου. Μερικές ιδέες γύρω από την προσαρμογή του πίνακα  $\mathbf{D}$  στις απαιτήσεις του συστήματος αναπαραγωγής για τέτοιες περιπτώσεις παρουσιάζονται στην ενότητα 6.3.2.



Η λύση του συστήματος για τον τροποποιημένο διαφορικό τελεστή είναι ίδια με την περίπτωση της στάθμισης μεταβλητότητας της έντασης της σχέσης (4.16). Να σημειωθεί ότι για κάποιες διατάξεις είναι δυνατόν ο πίνακας  $\mathbf{D}^H\mathbf{D}$  να μην είναι θετικά ορισμένος. Αν και αυτό μπορεί να μη δημιουργήσει προβλήματα στη μοναδικότητα της λύσης, η περίπτωση μπορεί απλά να αντιμετωπιστεί με την πρόσθεση ενός όρου ανάλογου της κύρωσης συνεισφοράς  $\mathbf{q}^H\mathbf{q}$  στη συνάρτηση κόστους της σχέσης (4.19) ως

$$J^{(h)} = (\mathbf{Z}\mathbf{q} - \mathbf{p}_d)^H (\mathbf{Z}\mathbf{q} - \mathbf{p}_d) + h\mathbf{q}^H (\mathbf{D}^T\mathbf{D})\mathbf{q} + \mu\mathbf{q}^H\mathbf{q}. \quad (5.16)$$

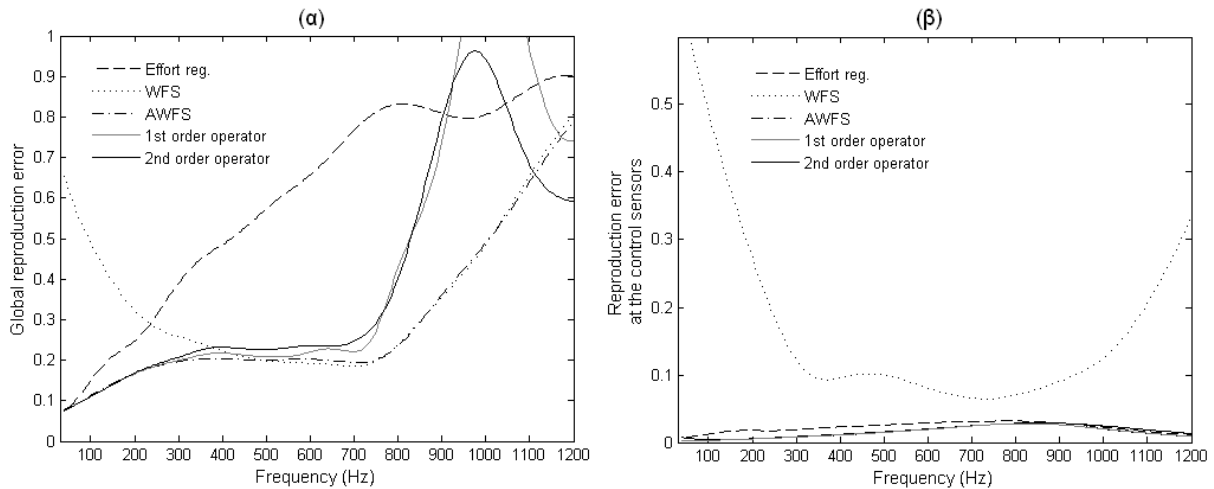
Προφανώς η σχέση (5.16) υπονοεί ταυτόχρονη κύρωση μεταβλητότητας και συνεισφοράς με διαφορετικούς συντελεστές βάρους  $h$  και  $\mu$  και οδηγεί στη λύση της μορφής

$$\mathbf{q}^{(h)} = (\mathbf{Z}^H\mathbf{Z} + h(\mathbf{D}^T\mathbf{D}) + \mu\mathbf{I})^{-1}\mathbf{Z}^H\mathbf{p}_d. \quad (5.17)$$

### 5.3.3 Αποτελέσματα προσομοιώσεων στο ελεύθερο πεδίο

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η μελέτη της παραπάνω τεχνικής εξομάλυνσης στο ελεύθερο πεδίο. Αποτελέσματα προσομοίωσης παρουσιάζονται εδώ για ένα σύστημα αναπαραγωγής πανομοιότυπο με αυτό του σχήματος 3.4 χωρίς το επίπεδο ανάκλασης. Όλες οι συνθήκες του προβλήματος είναι όμοιες με αυτές της ενότητας 3.3. Το σφάλμα αναπαραγωγής εξετάζεται χωριστά για ενεργό έλεγχο με στάθμιση συνεισφοράς, για την WFS και AWFS τεχνική και για τη στάθμιση μεταβλητότητας με μιγαδικό διαφορικό τελεστή στους δέκτες καταμέτρησης και στους δέκτες ελέγχου στα σχήματα 5.28(a) και (β) αντίστοιχα. Μια εικονική πηγή με χαρακτηριστικά ακουστικού μονόπολου θεωρήθηκε στο (5, 0, 0) m και οι συντελεστές στάθμισης τέθηκαν ίσοι με  $\mu=10^{-3}$  για στάθμιση συνεισφοράς,  $\beta=10^{-4}$  για AWFS και  $h=10^{-4}$  για τη στάθμιση μεταβλητότητας με μιγαδικό διαφορικό τελεστή. Τόσο ο πρώτης όσο και ο δευτέρας τάξης μιγαδικός τελεστής  $\mathbf{D}$  κατασκευάστηκε σύμφωνα με την ανάλυση στην ενότητα 5.3.2.

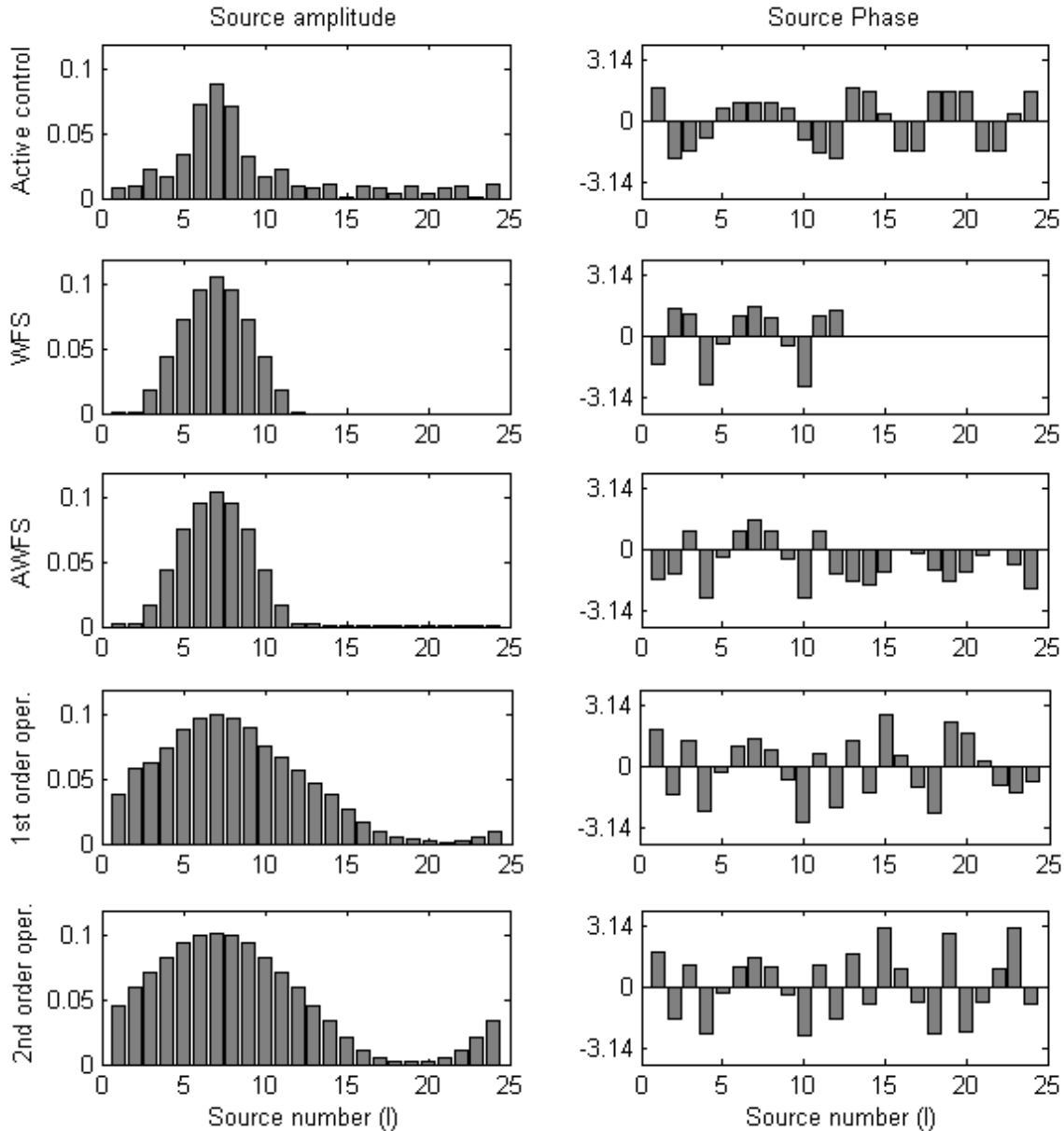
Από το σχήμα 5.28(a) φαίνεται ότι η εξομάλυνση με μιγαδικό διαφορικό τελεστή έχει οδηγήσει σε σημαντική αύξηση της ακτίνας δράσης του συστήματος αναπαραγωγής σε σχέση με τον ενεργό έλεγχο με κύρωση συνεισφοράς. Το σφάλμα αναπαραγωγής στους δέκτες καταμέτρησης είναι σχεδόν όμοιο με την AWFS τεχνική, έως τα 700 Hz, τόσο για πρώτης όσο και για δευτέρας τάξης μιγαδικό τελεστή. Ταυτόχρονα, το σφάλμα αναπαραγωγής στους δέκτες ελέγχου είναι πρακτικά όμοιο και για τις τρεις τεχνικές που βασίζονται στον ενεργό έλεγχο.



**Σχήμα 5.28:** Τετραγωνικό σφάλμα αναπαραγωγής **α.** στους δέκτες καταμέτρησης και **β.** στους δέκτες ελέγχου. Η εικονική πηγή είναι στο  $(5, 0, 0)$  m ενώ οι συντελεστές στάθμισης ήταν ίσοι με  $\mu=10^{-3}$  για τη στάθμιση συνεισφοράς,  $\beta=10^{-4}$  για AWFS και  $h=10^{-4}$  για το μιγαδικό διαφορικό τελεστή πρώτης και δευτέρας τάξης.

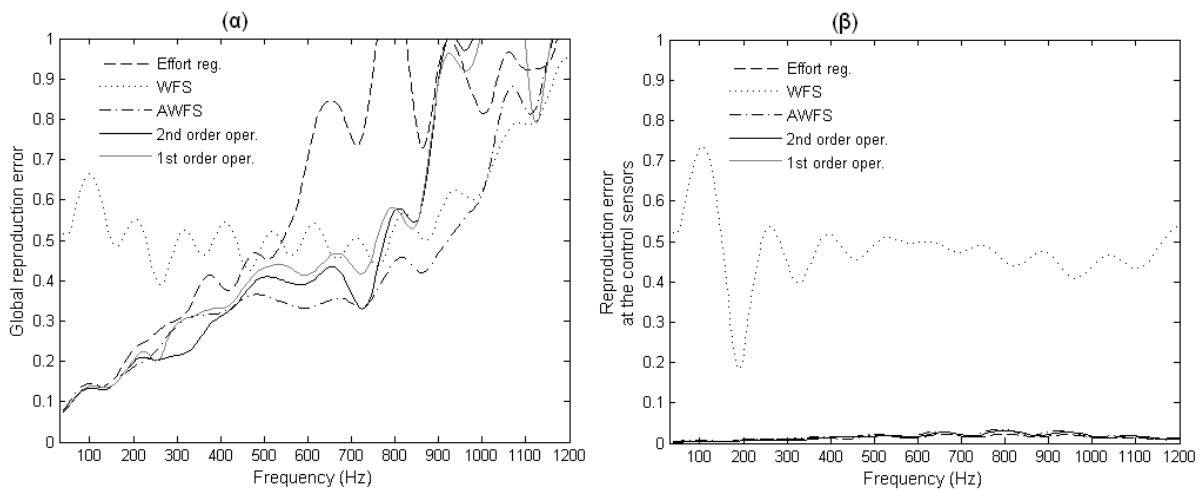
Στο σχήμα 5.29 φαίνεται το μέτρο και η φάση των 24 ηχητικών πηγών για κάθε τεχνική αναπαραγωγής χωριστά στα 600 Hz. Από τα μέτρα της WFS τεχνικής φαίνεται ότι μόνο οι πηγές 1 έως 12 είναι ενεργοποιημένες, ενώ πρακτικά μόνο οι πηγές 3 έως 11 έχουν σημαντική συνεισφορά. Τα μέτρα της AWFS τεχνικής ακολουθούν τα μέτρα της WFS με τη διαφορά ότι και οι υπόλοιπες πηγές είναι ενεργοποιημένες, κατά ένα πολύ μικρό όμως βαθμό. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει το γεγονός ότι η φάση των πηγών 3 έως 11 είναι πρακτικά η ίδια, τόσο για τη λύση προερχόμενη από τη WFS και την AWFS τεχνική, όσο και για τη λύση μέσω μιγαδικού διαφορικού τελεστή πρώτης και δευτέρας τάξης. Φαίνεται λοιπόν ότι η νέα τεχνική εξομάλυνσης είχε ως αποτέλεσμα την εξίσωση όχι μόνο της σχετικής διαφοράς φάσης, αλλά και της απόλυτης φάσης της λύσης ενός συστήματος που βασίζεται στον ενεργό έλεγχο, με τη φάση των πηγών που είναι ενεργοποιημένες κατά την ολογραφική προσέγγιση. Είναι φανερό ότι αν και ο πίνακας **D** δεν επιβάλλει κάποια πληροφορία για την απόλυτη φάση των πηγών, η απόλυτη φάση συμπίπτει με αυτή της ολογραφικής προσέγγισης ως αποτέλεσμα του συστήματος ενεργού ελέγχου. Με άλλα λόγια, η απόλυτη φάση των πηγών διαμορφώνεται από την ανάγκη για ανακατασκευή της επιθυμητής πίεσης στους δέκτες ελέγχου. Τα μέτρα ωστόσο των πηγών, όπως προκύπτουν από τη χρήση μιγαδικού διαφορικού τελεστή, παρουσιάζουν σημαντικές διαφορές σε σχέση με αυτά της ολογραφικής και της υβριδικής τεχνικής. Παρατηρείται συγκεκριμένα ότι όλες σχεδόν οι πηγές έχουν ουσιαστική συνεισφορά. Είναι επίσης φανερή μια πιο ομαλή μεταβολή του μέτρου μεταξύ των γειτονικών πηγών, γεγονός που οφείλεται στον τρόπο κατασκευής του τελεστή **D**, ο οποίος αποτρέπει τις

μεγάλες διακυμάνσεις στις εντάσεις μεταξύ γειτονικών πηγών. Είναι φανερό ότι για το δεδομένο τρόπο κατασκευής τους τελεστή  $\mathbf{D}$ , ένας πολύ μεγάλος συντελεστής στάθμισης  $h$  θα οδηγήσει σε μια λύση για την οποία να μην ικανοποιείται η σχετική διαφορά φάσης που είναι επιθυμητή, αλλά ταυτόχρονα, η επιβαλλόμενη κύρωση του όρου  $h\mathbf{q}^H\mathbf{D}^H\mathbf{D}\mathbf{q}$  στη συνάρτηση κόστους (5.16) θα απαγόρευε οποιαδήποτε διακύμανση στα μέτρα των μιγαδικών εντάσεων, με αποτέλεσμα όλες οι ηχητικές πηγές να έχουν το ίδιο μέτρο.



**Σχήμα 5.29:** Μέτρο (αριστερά) και φάση (δεξιά) των 24 πηγών για κάθε τεχνική αναπαραγωγής στα 600 Hz.

Μπορεί να ειπωθεί ότι όπως η λύση κατά AWFS, έτσι και η προτεινόμενη τεχνική αναπαραγωγής βασίζεται στην a-priori γνώση των ιδιοτήτων του επιθυμητού ηχητικού πεδίου, η οποία περνάει στο σύστημα μέσω του μιγαδικού διαφορικού τελεστή **D**. Και στις δύο περιπτώσεις, η γνώση αυτή έχει ως αποτέλεσμα την επέκταση του sweet spot, συνδυάζοντας τις ιδιότητες της ολογραφικής προσέγγισης με τις προσαρμοστικές ιδιότητες του ενεργού ελέγχου. Τα σφάλματα αναπαραγωγής στους δέκτες καταμέτρησης και στους δέκτες ελέγχου παρουσιάζονται για την ίδια εικονική πηγή στο (5, 0, 0) m και με ενεργοποιημένο το επίπεδο ανάκλασης αυτή τη φορά στα σχήματα 5.30(a) και (β) αντίστοιχα. Είναι πάλι φανερό ότι τόσο η AWFS όσο και η προτεινόμενη τεχνική παρουσιάζουν εμφανής βελτίωση σε σχέση με την αμιγώς ολογραφική και αμιγώς προσαρμοστική προσέγγιση αντίστοιχα. Η προτεινόμενη τεχνική αποτυγχάνει μετά από κάποια μέγιστη συχνότητα τόσο με, όσο και χωρίς το επίπεδο ανάκλασης στα σχήματα 5.28(a) και 5.30(a) αντίστοιχα, γεγονός που δείχνει ότι η εξομάλυνση με χρήση μιγαδικού τελεστή είναι επιρρεπής στα ίδια φαινόμενα χωρικής άλλαξης που χαρακτηρίζουν την ολογραφική και υβριδική προσέγγιση.



**Σχήμα 5.30:** Τετραγωνικό σφάλμα αναπαραγωγής **a.** στους δέκτες καταμέτρησης και **β.** στους δέκτες ελέγχου με ενεργοποιημένο το επίπεδο ανάκλασης. Η εικονική πηγή είναι στο (5, 0, 0) m ενώ οι συντελεστές στάθμισης  $\mu$ ,  $\beta$  και  $h$  ήταν ίσοι με  $10^{-3}$  και για τις τρεις τεχνικές εξομάλυνσης.

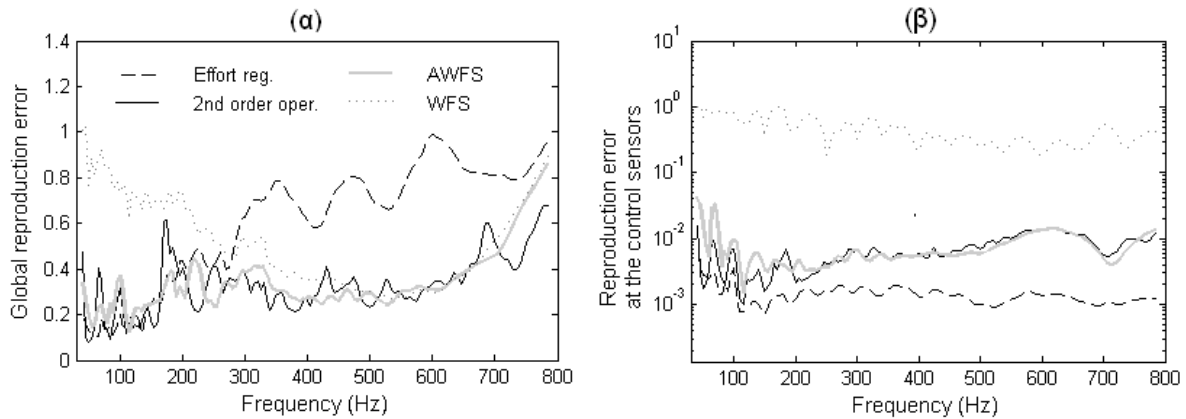
Εκ' πρώτης όψεως φαίνεται ότι η προτεινόμενη τεχνική εξομάλυνσης δεν επιφέρει ιδιαίτερα πλεονεκτήματα έναντι της AWFS τεχνικής. Όντως, το συνολικό σφάλμα αναπαραγωγής, τόσο για πρώτη, όσο και για δεύτερας τάξης μιγαδικό τελεστή, στα σχήματα 5.28(a) και 5.30(a), είναι γενικά μεγαλύτερο της AWFS τεχνικής, ενώ η συχνότητα πάνω από την οποία το σύστημα αποτυγχάνει εμφανίζεται νωρίτερα για την προτεινόμενη τεχνική. Το μεγάλο πλεονέκτημα ωστόσο της εξομάλυνσης διαφοράς φάσης

έχει να κάνει με το ότι βασίζεται σε μια πιο γενικευμένη μορφή της a-priori γνώσης του επιθυμητού ηχητικού πεδίου. Πράγματι, σαν πρώτο παράδειγμα μπορεί να αναφερθεί ότι η προτεινόμενη τεχνική βασίζεται σε μια a-priori λύση που είναι ανεξάρτητη της θέσης της γραμμής αναφοράς. Επίσης, η WFS προσέγγιση επιβάλλεται στην απόλυτη τιμή της φάσης και του μέτρου της λύσης και όχι στη σχετική διαφορά αυτών των μεγεθών. Στις προσομοιώσεις που έγιναν σε αυτήν την ενότητα, η πληροφορία αυτή έχει ως αποτέλεσμα η AWFS τεχνική να υπερτερεί έναντι της εξομοίωσης διαφοράς φάσης. Αυτό όμως έχει νόημα διότι ακόμα και με ενεργοποιημένο το επίπεδο ανάκλασης, η σχέση μεταξύ του μέτρου μιας ηχητικής πηγής και του μέτρου της αναπαραγόμενης ηχητικής πίεσης στην περιοχή ακρόασης προσεγγίζεται από μια γνωστή συνάρτηση μεταφοράς, τη συνάρτηση Green για το ελεύθερο πεδίο. Λαμβάνοντας όμως υπόψιν τη μεγάλη διακύμανση στο μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς από μία ηχητική πηγή σε ένα δέκτη εντός ενός κλειστού χώρου, είναι φανερό ότι η πληροφορία για το μέτρο της a-priori WFS λύσης μπορεί να αποδειχθεί εντελώς ακατάλληλη για το συγκεκριμένο χώρο, εξηγώντας έτσι τη αποτυχία της WFS στην ενότητα 5.1.3. Ακόμα και η AWFS τεχνική σε αυτήν την περίπτωση ενδέχεται να μην οδηγήσει σε μια αποδεκτή λύση, καθότι λόγω της επιβαλλόμενης κύρωσης  $\beta(\mathbf{q} - \mathbf{q}_{WFS})^H(\mathbf{q} - \mathbf{q}_{WFS})$  εξυπακούεται ότι όχι μόνο η απόλυτη φάση, αλλά και τα μέτρα των ηχητικών πηγών πρέπει να είναι στην ίδια τάξη μεγέθους με αυτά της ολογραφικής προσέγγισης. Αυτό ενισχύει την αξία της προτεινόμενης τεχνικής, η οποία δεν υπαγορεύει κάποια συνθήκη όσον αφορά την απόλυτη φάση και το απόλυτο μέτρο των ηχητικών πηγών, αλλά τη σχετική διαφορά αυτών των μεγεθών μεταξύ τους. Η επίδοση των εν λόγω τεχνικών στο ακουστικό περιβάλλον ενός κλειστού χώρου εξετάζεται στην επόμενη ενότητα.

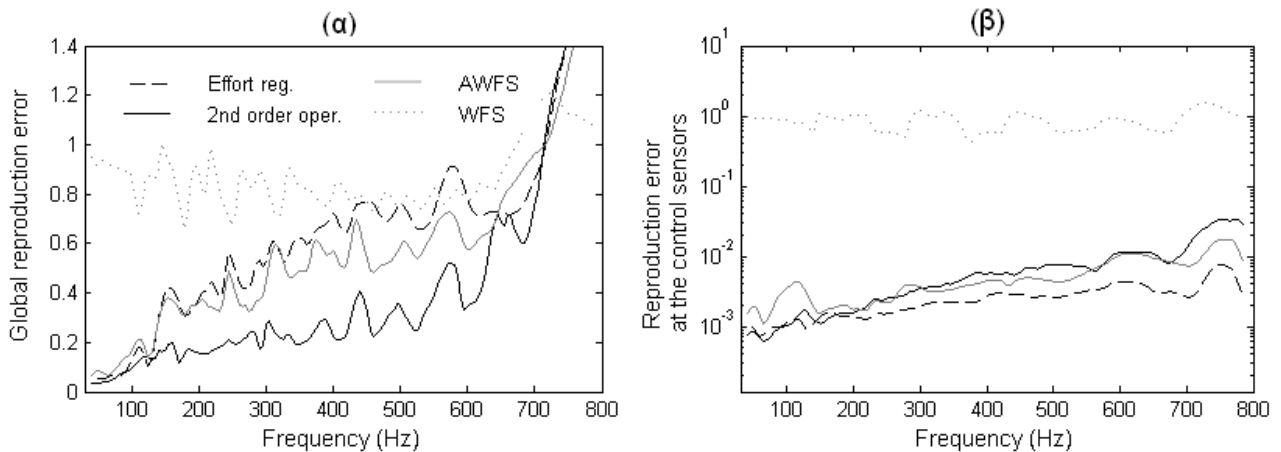
### 5.3.4 Αποτελέσματα προσομοιώσεων σε κλειστό χώρο

Επανερχόμενοι στο παράδειγμα της ενότητας 5.1.4, η επίδοση των εν λόγω τεχνικών αναπαραγωγής εξετάζεται για μια ορθογώνια παραλληλόγραμμη διάταξη 42 ηχητικών πηγών σε δύο δισδιάστατους ορθογώνιους χώρους διαστάσεων 3.2x3.6x0.2 m και 6x7x0.2 m με συντελεστή απόσβεσης 0.03. Για τους δέκτες ελέγχου και καταμέτρησης και για τη γραμμή αναφοράς ισχύουν όλα όσα ειπώθηκαν στην ενότητα 5.1.3 και απεικονίζονται στο σχήμα 5.8. Η WFS λύση και ο διαφορικός τελεστής D δεύτερης τάξης κατασκευάστηκαν θεωρώντας μια εικονική κυλινδρική πηγή στο  $\mathbf{r}_0 = [-20 \ 20 \ 0.1]$  m και για τα δύο δωμάτια. Ο συντελεστής διόρθωσης, *c.f.*, τέθηκε ίσος με  $3 \cdot 10^{-3}$  και  $1.5 \cdot 10^{-3}$  για το μεγάλο και το μικρό δωμάτιο αντίστοιχα. Οι συντελεστές στάθμισης ήταν ίσοι με  $\mu = 450$  για τον ενεργό έλεγχο και  $\beta = h = 9 \cdot 10^4$  για την εξομάλυνση με μιγαδικό διαφορικό τελεστή

και την AWFS στο μεγάλο δωμάτιο ενώ στο μικρό οι αντίστοιχες τιμές τους ήτανε  $\mu=900$ ,  $h=9 \cdot 10^4$  και  $\beta=4.5 \cdot 10^4$ . Η επίδοση όλων των τεχνικών φαίνεται στα σχήματα 5.31 και 5.32 για το μεγάλο και το μικρό δωμάτιο αντίστοιχα.



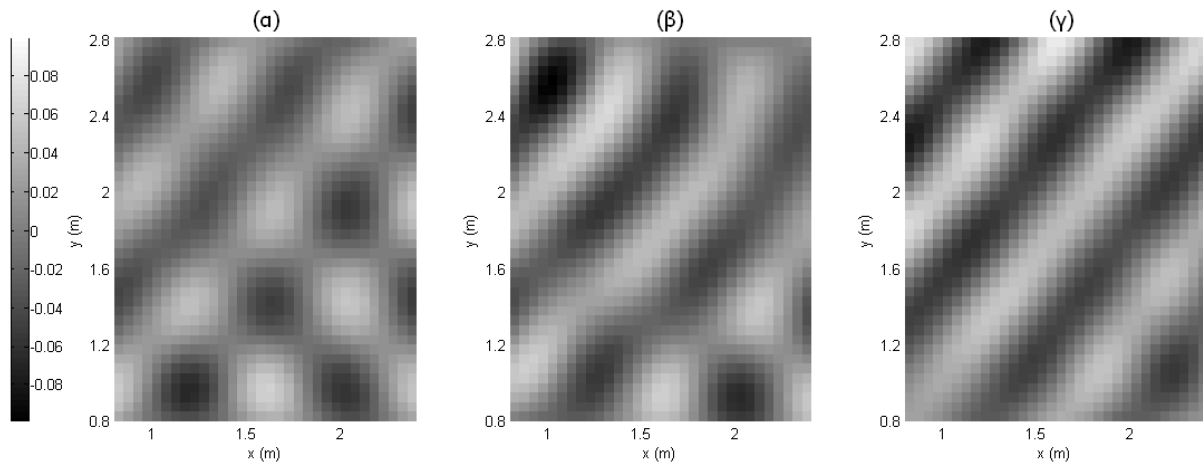
**Σχήμα 5.31:** Τετραγωνικό σφάλμα αναπαραγωγής **α.** στους δέκτες καταμέτρησης και **β.** στους δέκτες ελέγχου εντός ενός ορθογωνίου δωματίου διαστάσεων  $6 \times 7 \times 0.2$  m με συντελεστή απόσβεσης 0.03. Η εικονική πηγή είναι στο  $(-20, 20, 0.1)$  m, ενώ οι συντελεστές στάθμισης ήτανε ίσοι με  $\mu=450$  για τον ενεργό έλεγχο και  $\beta=h=9 \cdot 10^4$  για την εξομάλυνση με μιγαδικό διαφορικό τελεστή και την AWFS.



**Σχήμα 5.32:** Τετραγωνικό σφάλμα αναπαραγωγής **α.** στους δέκτες καταμέτρησης και **β.** στους δέκτες ελέγχου εντός ενός ορθογωνίου δωματίου διαστάσεων  $3.2 \times 3.6 \times 0.2$  m με συντελεστή απόσβεσης 0.03. Η εικονική πηγή είναι στο  $(-20, 20, 0.1)$  m, ενώ οι συντελεστές στάθμισης ήτανε ίσοι με  $\mu=900$  για τον ενεργό έλεγχο,  $h=9 \cdot 10^4$  για την εξομάλυνση με μιγαδικό διαφορικό τελεστή και  $\beta=4.5 \cdot 10^4$  για την AWFS.

Από το σχήμα 5.31(α) φαίνεται ότι η επίδοση της AWFS και της προτεινόμενης τεχνικής είναι σχεδόν η ίδια στο μεγάλο δωμάτιο. Ωστόσο, στο μικρό δωμάτιο η συνολική επίδοση

της προτεινόμενης μεθόδου είναι φανερά καλύτερη της AWFS και ακόμα καλύτερη της WFS. Χονδρικά, μπορεί να παρατηρήσει κανείς ότι μέχρι και τα 600 Hz η μέση τιμή του συνολικού τετραγωνικού σφάλματος στο μικρό δωμάτιο κυμαίνεται γύρω στο 0.3 για την στάθμιση μεταβλητότητας και γύρω στο 0.5 για την AWFS. Το πραγματικό μέρος της αναπαραγόμενης ηχητικής πίεσης στην περιοχή ακρόασης στα 560 Hz φαίνεται για WFS, AWFS και για την προτεινόμενη τεχνική στο σχήμα 5.33.



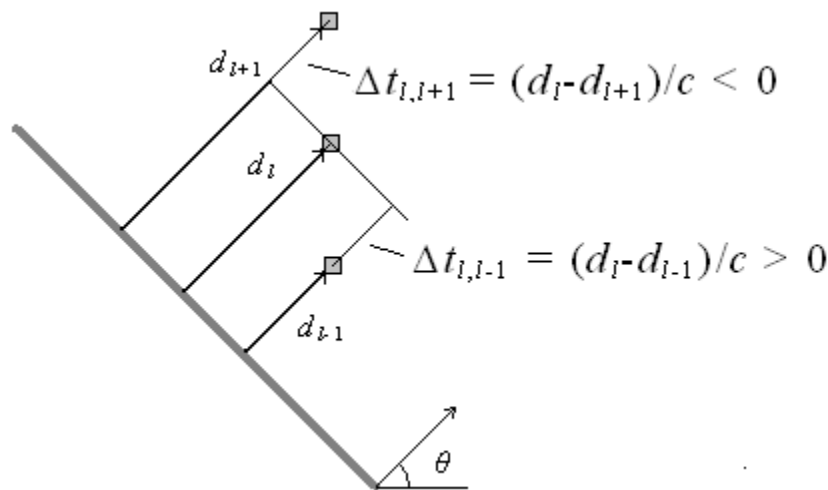
**Σχήμα 5.33:** Πραγματικό μέρος της αναπαραγόμενης ηχητικής πίεσης στα 560 Hz κατά **α.** WFS, **β.** AWFS με  $\beta=4.5 \cdot 10^4$  και **γ.** στάθμιση μεταβλητότητας με δευτέρας τάξης διαφορικό τελεστή και  $h=9 \cdot 10^4$ . Η εικονική πηγή είναι στο  $(-20, 20, 0.1)$  m.

Καθότι οι λόγοι που εξηγούν τη χειροτέρευση της επίδοσης της AWFS και της WFS έχουν παρουσιαστεί στην ενότητα 5.1.3, φαίνεται ότι η χρήση του μιγαδικού διαφορικού τελεστή υπερπηδάει τα προβλήματα που δημιουργούνται από την απουσία του διάχυτου ηχητικού πεδίου και από την εγγύτητα των ηχητικών πηγών με τα σύνορα του χώρου. Όλα αυτά οδηγούν στην παρατήρηση ότι η επιβολή μιας συνθήκης που αφορά τη σχετική διαφορά της φάση των ηχητικών πηγών, αφήνει καλύτερα περιθώρια προσαρμογής του συστήματος στις ιδιαιτερότητες του χώρου από ότι η επιβολή μιας συνθήκης που αφορά την απόλυτη τιμή του μέτρου και της φάσης των ηχητικών πηγών. Η υπεροχή της προτεινόμενης τεχνική μπορεί να αναδειχθεί συνοψίζοντας τα πλεονεκτήματά της έναντι της AWFS:

- καλύτερη προσαρμογή στο μη διάχυτο ηχητικό πεδίο των μικρών χώρων,
- καλύτερη επίδοση όταν οι ηχητικές πηγές είναι κοντά στα σύνορα του χώρου,
- δεν απαιτείται η χρήση συντελεστή διόρθωσης,
- δεν απαιτείται η χρήση γραμμής αναφοράς.

## 5.4 Αναγωγή του μιγαδικού διαφορικού τελεστή χώρο στο πεδίο του χρόνου

Η αναγωγή του μιγαδικού διαφορικού τελεστή από το πεδίο της συχνότητας στο πεδίο του χρόνου γίνεται αντιληπτή αν η σχετική διαφορά φάσης μεταξύ των διαδοχικών πηγών μεταφραστεί σε χρονική διαφορά άφιξης της επιθυμητής διαταραχής. Θεωρώντας τρεις διαδοχικές ηχητικές πηγές  $l-1$ ,  $l$  και  $l+1$  στις θέσεις  $\mathbf{r}_{l-1}$ ,  $\mathbf{r}_l$  και  $\mathbf{r}_{l+1}$  αντίστοιχα και ένα επίπεδο κρουστικό παλμό που είναι επιθυμητό να διαδοθεί κατά μια γωνία  $\theta$ , όπως στο σχήμα 5.34, φαίνεται ότι το μέτωπο της διαταραχής καταφθάνει στην πηγή  $l$  νωρίτερα από ότι στην  $l+1$  και αυτή η διαφορά μπορεί να εκφραστεί μέσω της σχέσης  $\Delta t_{l,l+1} = (d_l - d_{l+1})/c$ , όπου  $d_l$  και  $d_{l+1}$  είναι η απόσταση των πηγών από το μέτωπο του κρουστικού παλμού κάποια αρχική χρονική στιγμή. Για τη συγκεκριμένη περίπτωση, το μέγεθος  $\Delta t_{l,l+1}$  είναι αρνητικό. Αντίστοιχα, η χρονική διαφορά άφιξης της διαταραχής μεταξύ των πηγών  $l$  και  $l-1$ , εκφράζεται μέσω του  $\Delta t_{l,l-1}$ , το οποίο είναι θετικό. Για την περίπτωση σφαιρικής ή κυλινδρικής διαταραχής, που αντιστοιχεί σε σφαιρικό και κυλινδρικό κύμα αντίστοιχα στο πεδίο της συχνότητας, θεωρώντας ότι η εικονική πηγή είναι στο  $\mathbf{r}_0$ , είναι φανερό ότι τα  $d_{l-1}$ ,  $d_l$  και  $d_{l+1}$  αντιστοιχούν στις αποστάσεις των ηχητικών πηγών  $\|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_{l-1}\|$ ,  $\|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_l\|$  και  $\|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_{l+1}\|$  αντίστοιχα.



**Σχήμα 5.34:** Γενικό σχήμα για την κατανόηση της αναγωγής της στάθμισης μεταβλητότητας με μιγαδικό διαφορικό τελεστή στο πεδίο του χρόνου.

Η αναγωγή της στάθμισης μεταβλητότητας με μιγαδικό διαφορικό τελεστή στο πεδίο του χρόνου μπορεί να γίνει λοιπόν κατανοητή ως εξής: θεωρώντας ότι η κρουστική απόκριση

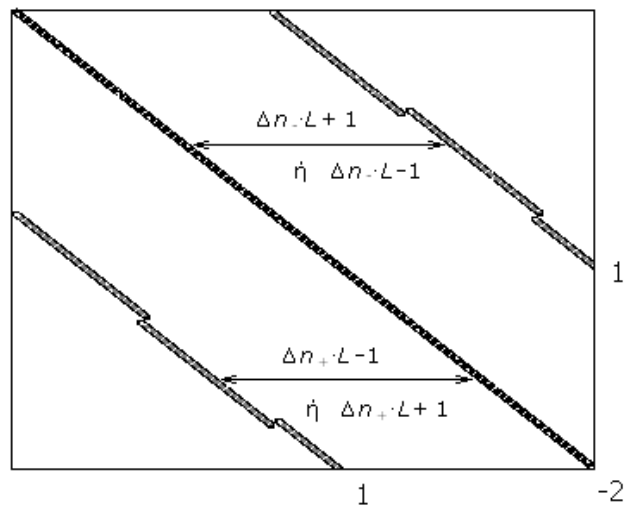


του φίλτρου για την  $l$  πηγή δίνεται από το διάνυσμα  $\mathbf{a}_l$ , τότε αυτό θα πρέπει να είναι μια καθυστερημένη κατά  $\Delta t_{l,l-1}$  εκδοχή του  $\mathbf{a}_{l-1}$  και μια προπορευόμενη κατά  $|\Delta t_{l,l+1}|$  εκδοχή του  $\mathbf{a}_{l+1}$ . Αυτή η αντιμετώπιση αντιστοιχεί φυσικά σε δευτέρας τάξης διαφορικό τελεστή, αλλά με την ίδια λογική μπορεί να κατασκευαστεί και ένας πρώτης τάξης διαφορικός τελεστής.

Φυσικά, η χρονική διαφορά  $\Delta t$  θα πρέπει να μεταφραστεί σε διακριτή διαφορά δειγμάτων μέσω της σχέσης  $\Delta n = [\Delta t / T_s]$ , όπου  $T_s$  είναι η περίοδος της δειγματοληψίας και το “[ ]” συμβολίζει το ακέραιο μέρος. Μια λεπτομέρεια από την αναμενόμενη μορφή του πίνακα  $\mathbf{D}$  στο πεδίο του χρόνου φαίνεται στο σχήμα 5.35. Δεδομένου ότι ο πίνακας  $\mathbf{D}$  είναι πάλι ένας τετραγωνικός πίνακας τάξης  $L \cdot I$ , όπου  $L$  και  $I$  είναι ο συνολικός αριθμός των ηχητικών πηγών και ο αριθμός των συντελεστών κάθε φίλτρου, αυτό που εικονίζεται ουσιαστικά στο σχήμα 5.35 είναι ένας  $K \times K$  υποπίνακας του  $\mathbf{D}$  με  $K \ll L \cdot I$ . Θεωρώντας δευτέρας τάξης διαφορικό τελεστή, ο υποπίνακας χαρακτηρίζεται πάλι από τρεις κυρίες διαγώνιους, με τα στοιχεία της κυρίας διαγώνιου να έχουν την τιμή  $-2$  και αυτά των άλλων δύο την τιμή  $1$ . Θεωρώντας ότι το διάνυσμα με τους άγνωστους συντελεστές των φίλτρων έχει τη δομή  $\mathbf{a}^T = [\mathbf{a}_0^T \dots \mathbf{a}_{I-1}^T]$ , όπου  $\mathbf{a}_i^T = [a_{i,1}^T \dots a_{i,L}^T]$ , τότε, για κάθε γραμμή του πίνακα  $\mathbf{D}$ , η απόσταση της κυρίας διαγώνιου από το μοναδικό άσσο προς τα δεξιά θα είναι είτε ίση με  $\Delta n \cdot L + 1$ , είτε ίση με  $\Delta n \cdot L - 1$ , όπου  $L$  είναι ο συνολικός αριθμός των ηχητικών πηγών και ο δείκτης “-” στο  $\Delta n$  σημαίνει χρονική προπόρευση. Έτσι, αν θεωρήσουμε ότι για τη συγκεκριμένη γραμμή του πίνακα το  $-2$  αντιστοιχεί σε κάποιο συντελεστή του FIR φίλτρου της πηγής  $l$ , τότε, αν η  $l$  πηγή προπορεύεται της  $l+1$ , ο δεξιός άσσος θα απέχει  $\Delta n \cdot L + 1$  στήλες, ενώ αν η  $l$  προπορεύεται της  $l-1$ , ο δεξιός άσσος θα απέχει  $\Delta n \cdot L - 1$  στήλες. Αντίστοιχα, ο μοναδικός άσσος προς τα αριστερά θα απέχει  $\Delta n_+ \cdot L + 1$  στήλες αν η  $l$  πηγή καθυστερεί σε σχέση με την  $l+1$  και  $\Delta n_+ \cdot L - 1$  αν καθυστερεί σε σχέση με την  $l-1$ . Στη συνήθη περίπτωση, όπως στην περίπτωση του σχήματος 5.34, αν μια πηγή προπορεύεται μιας εκ των γειτονικών της, τότε θα καθυστερεί σε σχέση με την άλλη, αλλά δεν αποκλείεται να προπορεύεται ή να καθυστερεί σε σχέση και με τις δύο γειτονικές της, όπως για παράδειγμα μπορεί να ισχύει για τις γωνιακές πηγές του σχήματος 5.8. Σε μια τέτοια περίπτωση, και οι δύο άσσοι θα βρίσκονται είτε δεξιά, είτε αριστερά σε σχέση με το στοιχείο της κυρίας διαγώνιου. Όπως μπορεί να παρατηρήσει κανείς, αν όλες οι ηχητικές πηγές είναι συμφασικές, τότε  $\Delta n = 0$  και σε μια τέτοια περίπτωση ο πίνακας  $\mathbf{D}$  καταλήγει στην τριδιαγώνια μορφή της σχέσης (4.19).

Θα πρέπει να σημειωθεί τέλος ότι η παραπάνω λογική για την κατασκευή της κάθε γραμμής θα πρέπει να τροποποιηθεί στις πρώτες και τελευταίες γραμμές του πίνακα. Αυτό

είναι λογικό διότι, για παράδειγμα, αν ο χρόνος άφιξης του επιθυμητού κύματος στην πηγή / καθυστερεί κατά  $\Delta n$  δείγματα σε σχέση με την  $l-1$ , τότε, ο πρώτος συντελεστής  $a_{1l}$  του φίλτρου της / πηγής θα πρέπει να συσχετισθεί με τον  $a_{1-\Delta n/l-1}$ , ο οποίος όμως δεν ορίζεται για μη θετικούς δείκτες. Επομένως, οι πρώτοι συντελεστές των φίλτρων κάθε πηγής δε θα μπορούν να συσχετιστούν με τους χρονικά προπορευόμενους συντελεστές των άλλων πηγών και αντίστοιχα, οι τελευταίοι συντελεστές των φίλτρων, δε θα μπορούν να συσχετιστούν με τους χρονικά καθυστερημένους συντελεστές των άλλων πηγών, αφού πάλι, οι συντελεστές  $a_{il}$  δεν ορίζονται για  $i>l$ .



**Σχήμα 5.35:** Λεπτομέρεια του δευτέρας τάξης πίνακα **D** κατά την κατασκευή του στο πεδίο του χρόνου. Τα στοιχεία της κυρίας διαγώνιου ισούνται με -2 και αυτά των δύο παράλληλων διαγώνιων ισούνται με 1.

Άλλα προβλήματα που έχουν να κάνουν με την κατασκευή του πίνακα **D** αφορούν τις ανακρίβειες κατά την στρογγυλοποίηση της ποσότητας  $\Delta n = [\Delta t/T_s]$ . Χρήσιμες τακτικές για τη διόρθωση αυτού του προβλήματος ενδεχομένως να αποδειχθούν αυτές που παρουσιάζονται στις εργασίες του Nelson (1995) και του Kirkeby (1996), όπου το πρόβλημα στην ουσία αφορούσε τον ορισμό ενός καθυστερημένου κρουστικού παλμού στους δέκτες ελέγχου όταν ο προτελευταίος καταφθάνει σε χρονική στιγμή που αντιστοιχεί στο μέσο δύο διαδοχικών δειγμάτων. Αυτό σε συνδυασμό με τη χρήση μιας μεγάλης συχνότητας δειγματοληψίας πιθανόν να βελτιώσει περαιτέρω τη διακριτοποίηση του πίνακα **D** και την ακρίβεια επιβολής της δεδομένης συνθήκης (Nelson 1996). Με το πέρας της κατασκευής του πίνακα **D**, τα βέλτιστα διανύσματα με τους συντελεστές των φίλτρων μπορούν να υπολογιστούν σύμφωνα με τη σχέση (4.20).

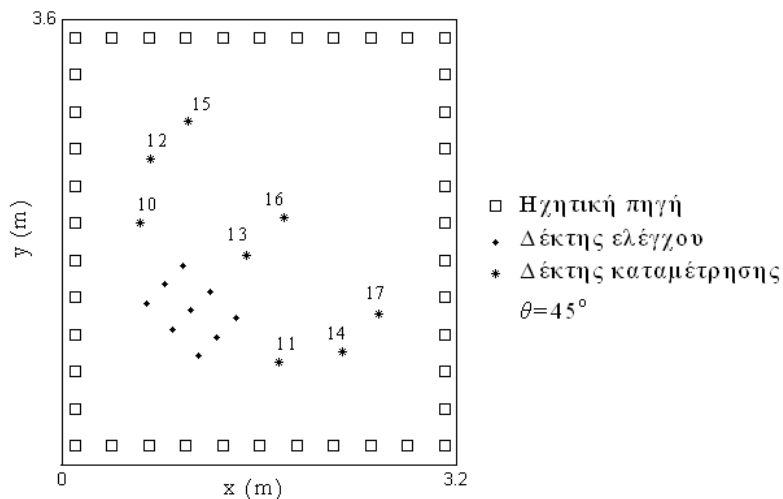
### 5.4.1 Αποτελέσματα προσομοίωσης σε κλειστό χώρο

Αποτελέσματα προσομοίωσης παρουσιάζονται για το διαστάσεων 3.2x3.6x0.2 m δωμάτιο που εξετάστηκε και στο πεδίο της συχνότητας, θεωρώντας διάδοση επίπεδου κύματος στις 45°. Οι διαστάσεις του χώρου, ο συντελεστής απόσβεσης και οι θέσεις των ηχητικών πηγών παραμένουν οι ίδιες. Ωστόσο, για να αποφευχθεί η παρεμβολή των επιθυμητών κρουστικών παλμών στους δέκτες ελέγχου (Nelson 1995), οι τελευταίοι ήταν κατάλληλα στραμμένοι κατά 45° σύμφωνα με το σχήμα 5.36. Η απόσταση μεταξύ κάθε τριάδας δεκτών ελέγχου κατά τη γωνία διάδοσης ήταν ίση με την απόσταση που ταξιδεύει ο ήχος κατά τη διάρκεια μιας περιόδου της δειγματοληψίας, η δε συχνότητα δειγματοληψίας ήταν ίση με 1617 Hz. Όλες οι πηγές μοντελοποιήθηκαν ως υπερατά αναλογικά φίλτρα πρώτης τάξης με έναν πόλο στα 100 Hz. Για τον υπολογισμό των διακριτών κρουστικών αποκρίσεων από τις πηγές στους δέκτες εκτιμήθηκαν οι συναρτήσεις μεταφοράς χρησιμοποιώντας το κλασικό μοντέλο στο πεδίο της συχνότητας, αθροίζοντας όλες τις ιδιομορφές ταλάντωσης του χώρου με ιδιοσυχνότητα έως 2600 Hz. Οι συναρτήσεις μεταφοράς που προέκυψαν πολλαπλασιάστηκαν με την απόκριση βαθυπερατών αναλογικών Butterworth φίλτρων 14ης τάξης με συχνότητα αποκοπής 630 Hz, που μοντελοποίησαν φίλτρα μη αναδίπλωσης φάσματος, τα οποία χρησιμοποιούνται στην πράξη ώστε να αποφευχθεί το φαινόμενο της αναδίπλωσης. Ακολούθως το αποτέλεσμα πολλαπλασιάστηκε με την απόκριση των πηγών, οι οποίες είχαν μοντελοποιηθεί ως υπερατά αναλογικά φίλτρα πρώτης τάξης, όπως αναφέρθηκε προηγουμένως. Οι διακριτές κρουστικές αποκρίσεις αποκτήθηκαν με την αντιστροφή του αποτελέσματος και αναπαραστάθηκαν από FIR φίλτρα 300 συντελεστών.

Τέλος, το σήμα εισόδου θεωρήθηκε στο εύρος συχνοτήτων έως 808 Hz και σχεδιάστηκε ώστε να έχει τη συνάρτηση δέλτα ως συνάρτηση αυτοσυσχέτισης. Το σήμα εισόδου φιλτραρίσθηκε από ένα φίλτρο μη αναδίπλωσης φάσματος το οποίο μοντελοποιήθηκε επίσης ως ένα βαθυπερατό αναλογικό Butterworth φίλτρο 14ης τάξης με συχνότητα αποκοπής 630 Hz. Οι επιθυμητές αποκρίσεις στους δέκτες ελέγχου ορίστηκαν ως εξής: ένας καθυστερημένος κατά 50 δείγματα κρουστικός παλμός για την πρώτη σειρά των δεκτών ελέγχου και ο ίδιος παλμός καθυστερημένος κατά ένα και δύο επιπλέον δείγματα για τη δεύτερη και τρίτη σειρά αντίστοιχα. Ο αριθμός των συντελεστών των φίλτρων των ηχητικών πηγών τέθηκε ίσος με 90.

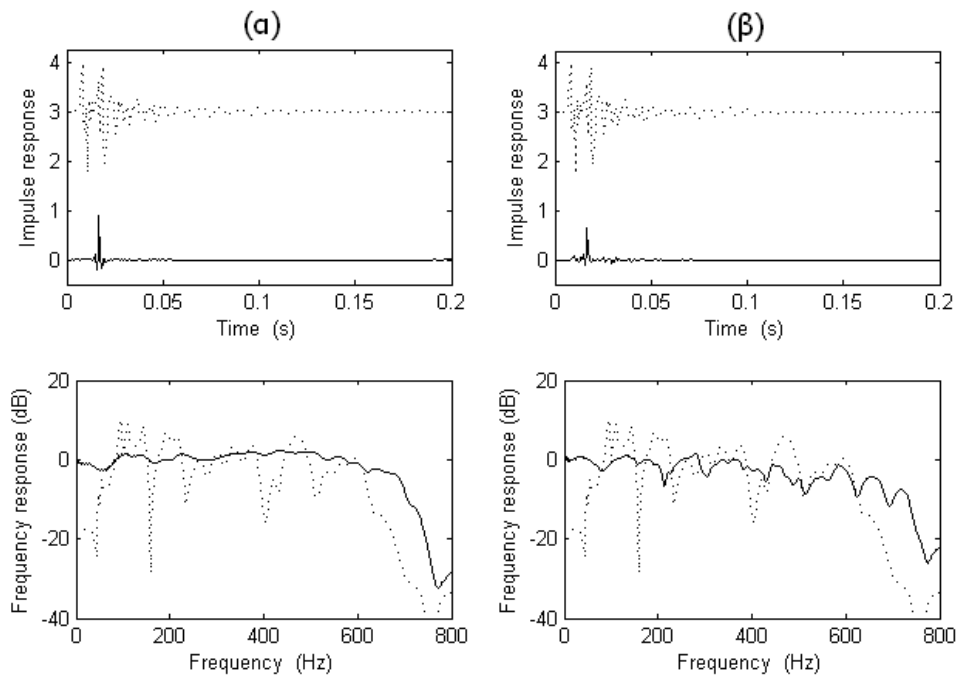
Έπειτα από διερεύνηση διαπιστώθηκε ότι το αποτέλεσμα της αναπαραγωγής για στάθμιση συνεισφοράς και μεταβλητότητας ήταν κοντά στο βέλτιστο δυνατό για τιμές των συντελεστών στάθμισης ίσες με  $h=5 \cdot 10^{14}$  και  $\mu=10^{12}$  αντίστοιχα. Μετά την εύρεση των βέλτιστων φίλτρων, οι κρουστικοί παλμοί στους δέκτες ελέγχου ήταν ουσιαστικά τέλειοι

καθυστερημένοι κρουστικοί παλμοί και για τις δύο τεχνικές, ενώ παρατηρήθηκε μια επίπεδη απόκριση συχνότητας για όλο το προς μελέτη φάσμα. Δηλαδή, το αποτέλεσμα της αναπαραγωγής ήταν ουσιαστικά τέλει στην ελεγχόμενη περιοχή. Το αποτέλεσμα ωστόσο της αναπαραγωγής στους δέκτες καταμέτρησης ήταν διαφορετικό για τις δύο τεχνικές. Συγκεκριμένα, παρατηρήθηκε ξανά ότι η αναπαραγωγή του επίπεδου κύματος για τη στάθμιση συνεισφοράς ήταν πολύ καλή πάνω σε μια στενή λωρίδα που περνάει από τους δέκτες ελέγχου και εκτείνεται παράλληλα σε σχέση με τη γωνία διάδοσης του επιθυμητού κύματος. Οι κρουστικές αποκρίσεις και οι αποκρίσεις συχνότητας στο δέκτη καταμέτρησης 13 απεικονίζονται στο σχήμα 5.37 και είναι ενδεικτικές της ποιότητας της αναπαραγωγής τόσο για το δέκτη καταμέτρησης 16, όσο και για άλλες θέσεις πάνω στη λωρίδα αυτή. Η κρουστική απόκριση πριν την αναπαραγωγή προέκυψε διεγείροντας το χώρο μόνο με την κάτω αριστερή γωνιακή πηγή.

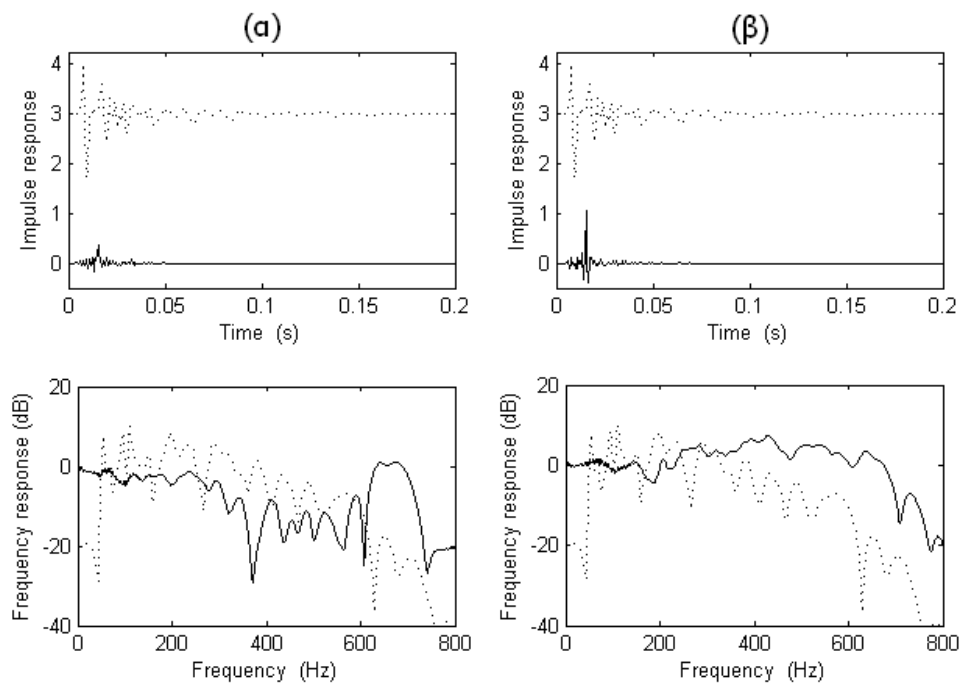


**Σχήμα 5.36:** Διάταξη του συστήματος αναπαραγωγής για τη δημιουργία ενός επίπεδου κύματος κατά γωνία  $\theta=45^\circ$ .

Εξετάζοντας ωστόσο τις αποκρίσεις στους υπόλοιπους δέκτες καταμέτρησης παρατηρήθηκε ότι η μόνο η προτεινόμενη τεχνική κατόρθωσε να δημιουργήσει ένα αποδεκτό αποτέλεσμα. Οι κρουστικές αποκρίσεις και οι αποκρίσεις συχνότητας απεικονίζονται χαρακτηριστικά για τους δέκτες καταμέτρησης 11 και 17 στα σχήματα 5.38 και 5.39 αντίστοιχα. Όπως μπορεί να παρατηρήσει κανείς, η στάθμιση συνεισφοράς έχει ως αποτέλεσμα ένα σήμα πολύ χαμηλής ενέργειας έξω από τη λωρίδα που αναφέρθηκε προηγουμένως, ενώ η προτεινόμενη τεχνική εξασφαλίζει μια αρκετά ικανοποιητική εκδοχή του επιθυμητού αποτελέσματος. Πρέπει να σημειωθεί ωστόσο ότι είναι φανερός ένα φασματικός χρωματισμός στο αναπαραγόμενο ηχητικό πεδίο, ενώ παράλληλα, διακρίνεται και μία απρόβλεπτη διακύμανση (ringing) λίγο πριν και μετά τον κύριο κρουστικό παλμό.

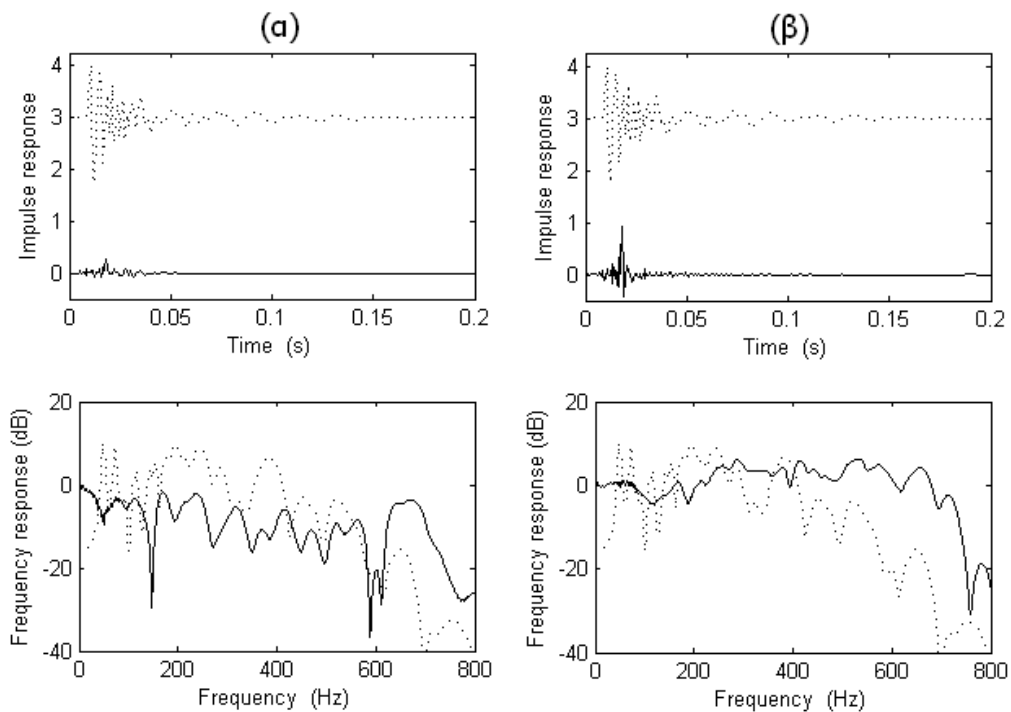


**Σχήμα 5.37:** Κρουστική απόκριση και απόκριση συχνότητας πριν (γκρίζα γραμμή) και μετά (μαύρη γραμμή) την αναπαραγωγή για το δέκτη καταμέτρησης 13 στο (1.49, 1.69) m για **α.** στάθμιση συνεισφοράς και **β.** στάθμιση μεταβλητότητα με διαφορικό τελεστή δεύτερης τάξης.



**Σχήμα 5.38:** Κρουστική απόκριση και απόκριση συχνότητας πριν (γκρίζα γραμμή) και μετά (μαύρη γραμμή) την αναπαραγωγή για το δέκτη καταμέτρησης 11 στο (0.63, 1.96) m για **α.** στάθμιση συνεισφοράς και **β.** στάθμιση μεταβλητότητας με διαφορικό τελεστή δεύτερης τάξης.

Πρέπει να σημειωθεί ότι για τις συγκεκριμένες συνθήκες προσομοίωσης η συχνότητα δειγματοληψίας ήταν βέλτιστη, από την άποψη ότι άφηνε ένα πολύ μικρό μη ακέραιο μέρος κατά τον υπολογισμό των δειγμάτων καθυστέρησης και προπόρευσης για κάθε ηχητική πηγή. Η όλη διεργασία φάνηκε ιδιαίτερα ευαίσθητη για διαφορετικές γωνίες διάδοσης καθώς και για άλλες συχνότητες δειγματοληψίας. Αυτό παραπέμπει στις ανακρίβειες λόγω στρογγυλοποίησης των χρόνων άφιξης που αναφέρθηκαν στην προηγούμενη ενότητα και τονίζουν την ανάγκη για περαιτέρω έρευνα στην κατασκευή του πίνακα **D**.



**Σχήμα 5.39:** Κρουστική απόκριση και απόκριση συχνότητας πριν (γκρίζα γραμμή) και μετά (μαύρη γραμμή) την αναπαραγωγή για το δέκτη καταμέτρησης 17 στο (1.01, 2.77) m για **α.** στάθμιση συνεισφοράς και **β.** στάθμιση μεταβλητότητας με διαφορικό τελεστή δεύτερης τάξης.

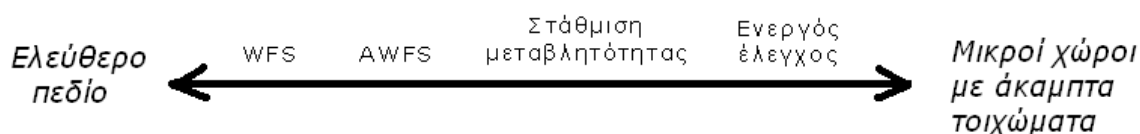
## **Κεφάλαιο 6**

### **Συμπεράσματα και προτάσεις για μελλοντική εργασία**

*Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται μερικά βασικά συμπεράσματα και προτάσεις σχετικά με την περαιτέρω βελτίωση των προτεινόμενων τεχνικών αλλά και τη δυνατότητα χρήσης τους σε πιο σύνθετα ορισμένα προβλήματα.*

## 6.1 Καταλληλότητα των μεθόδων με βάση τη φύση του χώρου αναπαραγωγής

Από την ανάλυση που προηγήθηκε στα προηγούμενα κεφάλαια έχει ήδη γίνει φανερή μια εξιδανίκευση της κάθε μεθόδου ηχητικής αναπαραγωγής σε σχέση με τη φύση του χώρου όπου λαμβάνει χώρα η διεργασία. Στο σχήμα 6.1 φαίνεται η ιεραρχική ταξινόμηση των μεθόδων κατά τη μετάβαση από ένα χώρο με χαρακτηριστικά κοντά σε αυτά του ελεύθερου πεδίου σε ένα μικρό κλειστό χώρο με άκαμπτα τοιχώματα. Για το δεδομένο σχήμα λοιπόν είναι φανερό ότι στο αριστερό άκρο της κλίμακας βρίσκεται η WFS, ενώ στο άλλο άκρο βρίσκεται ο ενεργός έλεγχος. Η WFS λύση βασίζεται εξολοκλήρου στην a-priori λύση που προκύπτει από τη διακριτοποίηση της εξίσωσης Kirchhoff-Helmholtz και που τα ενδιάμεσα συστήματα της AWFS και της στάθμισης μεταβλητότητας εκμεταλλεύονται για τη βελτίωση της χωρικής ευρωστίας της αναπαραγωγής, ικανοποιώντας όμως ταυτόχρονα τη συνθήκη για ελαχιστοποίηση του τετραγωνικού σφάλματος αναπαραγωγής στους δέκτες ελέγχου που ο ενεργός έλεγχος εισάγει στο σύστημα. Αν και η AWFS επιτρέπει μια σχετική προσαρμογή του συστήματος στις ιδιαιτερότητες του χώρου δεν αποτελεί πανάκεια λύση για κάθε χώρο όπως αποδείχθηκε στο κεφάλαιο 6. Ανάμεσα στην AWFS και τον ενεργό έλεγχο βρίσκεται η στάθμιση μεταβλητότητας, η οποία δεν λαμβάνει υπόψιν την απόλυτη τιμή της a-priori λύσης, αλλά τη σχετική διαφορά της λύσης από πηγή σε πηγή.



**Σχήμα 6.1:** Εξιδανίκευση των μεθόδων ηχητικής αναπαραγωγής ως προς την ιδιομορφία του χώρου αναπαραγωγής.

Σε ένα παρόμοιο σκεπτικό θα μπορούσε κανείς να διαχωρίσει περαιτέρω τον ενεργό έλεγχο σε στάθμιση συνεισφοράς και στάθμιση ισχύος. Με βάση την ανάλυση που έχει προηγηθεί, φαίνεται ότι τα πλεονεκτήματα της στάθμισης ισχύος έναντι της στάθμισης συνεισφοράς αναδεικνύονται τόσο περισσότερο όσο πιο άκαμπτα είναι τα τοιχώματα του χώρου (βλ. ενότητα 5.2).



## 6.2 Στάθμιση ισχύος

Αν και η στάθμιση ισχύος παρουσιάζει ιδιαίτερο θεωρητικό ενδιαφέρον κατά το αντίστροφο πρόβλημα ακουστικής στο οποίο εξετάζεται, πρέπει να σχολιαστεί ότι υπάρχει ακόμα πολύς δρόμος μέχρι την υλοποίησή αυτής της μεθόδου στην πράξη. Το σημαντικότερο πρόβλημα για την υλοποίηση της μεθόδου είναι η μέτρηση της ακουστικής ισχύος. Η ακουστική ισχύς μιας πηγής αφενός είναι ένα μέγεθος δύσκολο να μετρηθεί, αφετέρου η μέτρηση θα πρέπει να γίνεται in-situ, δηλαδή, στο συγκεκριμένο χώρο και τις πραγματικές συνθήκες υπό τις οποίες πραγματοποιείται η ηχητική αναπαραγωγή. Κατά τη λειτουργία ενός ηχείου σε ένα οποιοδήποτε χώρο, το μεγαλύτερο μέρος από την ηλεκτρική ισχύ διατίθεται στη μηχανική αντίσταση του διαφράγματος. Το ποσοστό της ηλεκτρικής ισχύος που μετατρέπεται σε ακουστική ισχύ είναι μικρότερο του 1%, γεγονός που σημαίνει ότι ο υπολογισμός της ακουστικής ισχύος από ηλεκτρικές μετρήσεις στο κύκλωμα του ηχείου είναι σχεδόν ανέφικτος.

### 6.2.1 Μέτρηση της ακουστικής ισχύος

Θεωρώντας σημειακές ηχητικές πηγές, η ακουστική ισχύς της  $j$  πηγής σχετίζεται με το  $j$  διαγώνιο στοιχείο του πίνακα και με την μιγαδική ένταση της σημειακής πηγής ως

$$P_j(\omega) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ q_j^H(\omega) p_j(\omega) \} = \frac{1}{2} \|q_j(\omega)\|^2 \operatorname{Re} \{ Z_{jj}(\omega) \} = \frac{1}{2} \|q_j(\omega)\|^2 W_{jj}(\omega) \quad (6.1)$$

όπου  $p_j(\omega) = Z_{jj}(\omega) q_j(\omega)$  είναι η ηχητική πίεση στη θέση της σημειακής πηγής και το  $Z_{jj}(\omega)$  εκφράζει τη συνάρτηση μεταφοράς στη θέση αυτή από την ίδια την πηγή. Η τελευταία εξίσωση υποδηλώνει ότι τόσο η απευθείας μέτρηση της ακουστικής ισχύος, αλλά και ο προσδιορισμός των στοιχείων του πίνακα  $\mathbf{W}$  είναι δυνατόν να επιτευχθεί εφόσον είναι γνωστές οι τιμές  $q_j(\omega)$  και  $p_j(\omega)$ . Αξίζει να σημειωθεί ότι σε ένα οποιοδήποτε θεωρητικό μοντέλο που υποθέτει σημειακές πηγές, το μέγεθος  $p_j(\omega)$  καθώς και το  $Z_{jj}$  θα είναι ένας μιγαδικός αριθμός με άπειρο φανταστικό μέρος αλλά με πεπερασμένο πραγματικό μέρος. Στην περίπτωση ενός πρακτικού ηχείου, το μέγεθος  $q_j$  ουσιαστικά εκφράζει παροχή όγκου (volume velocity) και μπορεί να υπολογιστεί με κατάλληλες μεθόδους (Anthony 1991). Το καλό είναι ότι το μέγεθος αυτό προσδιορίζει μια σταθερή ιδιότητα του ηχείου, η οποία μπορεί να θεωρηθεί ότι δεν εξαρτάται από τη θέση της πηγής στο χώρο ή από τη λειτουργία άλλων πηγών μέσα σ' αυτόν. Μια υπόθεση που ακόμα απλουστεύει την περίπτωση είναι ότι άπαξ και αυτό το μέγεθος μετρηθεί για ένα εύρος συχνοτήτων, τότε, η τιμή του σχετίζεται γραμμικά με το μέτρο του σήματος εισόδου. Το εναπομένον βήμα για τον υπολογισμό της ακουστικής ισχύος είναι λοιπόν ο υπολογισμός

της ηχητικής πίεσης  $p_j(\omega)$  στο εγγύς πεδίο του ηχείου. Αν η διεργασία θεωρηθεί ότι πραγματοποιείται σε αρκετά χαμηλές συχνότητες, έτσι ώστε το μήκος κύματος να είναι αρκετά μεγαλύτερο από τις διαστάσεις του ηχείου, τότε, η ηχητική πίεση μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι σταθερή γύρω από το ηχείο, και επομένως η μέτρησή της σε ένα μόνο σημείο θα είναι αντιπροσωπευτική για όλη την επιφάνεια του ηχείου (Adams 1983). Υπό αυτές τις συνθήκες και υποθέτοντας ότι η κατανομή της ακουστικής ταχύτητας στο διάφραγμα είναι σταθερή, παρόμοια με την περίπτωση των σημειακών πηγών, η ακουστική ισχύς του ηχείου μπορεί να προσδιοριστεί με τη μέτρηση μιας μόνο τιμής  $p_j(\omega)$  σε κάποιο αντιπροσωπευτικό σημείο. Ωστόσο, απαιτείται και ένα τελευταίο βήμα, που είναι ο υπολογισμός του συντελεστή ισχύος, ο οποίος ορίζεται ως το συννημίτονο της διαφοράς φάσης μεταξύ των μιγαδικών τιμών  $q_j(\omega)$  και  $p_j(\omega)$ .

### 6.2.2 Αναδρομική προσέγγιση της λύσης

Υπό την προϋπόθεση ότι με κάποιο τρόπο παρέχεται μια εκτίμηση  $\hat{\mathbf{W}}$  του πραγματικού πίνακα  $\mathbf{W}$ , η αναδρομική προσέγγιση της λύσης στο πεδίο της συχνότητας είναι δυνατή μέσω του αλγορίθμου LMS και της σχέσης

$$\mathbf{q}(n+1) = (\mathbf{I} - \alpha \hat{\mathbf{W}})\mathbf{q}(n) + \alpha \hat{\mathbf{Z}}^H \mathbf{e}(n), \quad (6.2)$$

όπου  $\hat{\mathbf{Z}}$  είναι ένα μοντέλο του πίνακα ακουστικών εμπεδήσεων  $\mathbf{Z}$ ,  $\alpha$  είναι ο συντελεστής σύγκλισης και

$$\mathbf{e}(n) = \mathbf{p}_d - \mathbf{Z}\mathbf{q}(n), \quad (6.3)$$

είναι το σφάλμα αναπαραγωγής στους δέκτες ελέγχου. Η ανάλυση κατά την αναδρομική υλοποίηση της εξίσωσης (6.2) θα πρέπει να επεκταθεί όσον αφορά τη σύγκλιση και την ευστάθεια του αλγόριθμου, καθώς και όσον αφορά την ευρωστία του σε σχέση με τα σφάλματα μοντελοποίησης κατά την εκτίμηση του πίνακα  $\hat{\mathbf{Z}}$ , αλλά και του πίνακα  $\hat{\mathbf{W}}$ . Ενδιαφέροντα συμπεράσματα ενδεχομένως να προκύπτουν από τη σύγκριση της παραπάνω αναδρομικής εξίσωσης με αυτή που προκύπτει από τη στάθμιση συνεισφοράς ως (Sarris 2005)

$$\mathbf{q}(n+1) = (1 - \alpha\mu)\mathbf{q}(n) + \alpha \hat{\mathbf{Z}}^H \mathbf{e}(n), \quad (6.4)$$

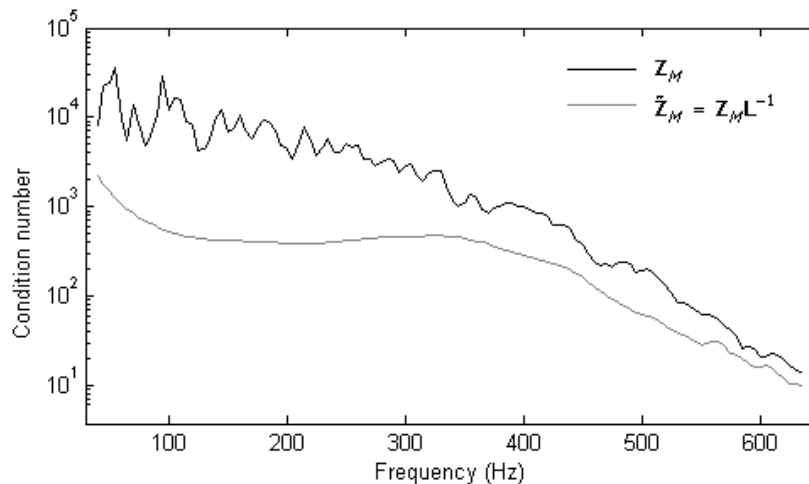
όπου  $\mu$  είναι ο συντελεστής στάθμισης για στάθμιση συνεισφοράς.

Από το μετασχηματισμό της στάθμισης ισχύος στην κύρια μορφή που μελετήθηκε στο κεφάλαιο 5.2.3 προκύπτει ένας άνω τριγωνικός πίνακας  $\mathbf{L}$  ο οποίος οδηγεί στον ορισμό του μετασχηματισμένου πίνακα ακουστικών εμπεδήσεων  $\tilde{\mathbf{Z}} = \mathbf{Z}\mathbf{L}^{-1}$ . Θεωρώντας ότι δεν

υπάρχουν σφάλματα μοντελοποίησης και επομένως ότι  $\mathbf{Z}=\hat{\mathbf{Z}}$  και  $\mathbf{W}=\hat{\mathbf{W}}$ , η αναδρομική εξίσωση (6.2) μπορεί επίσης να γραφεί στη μορφή

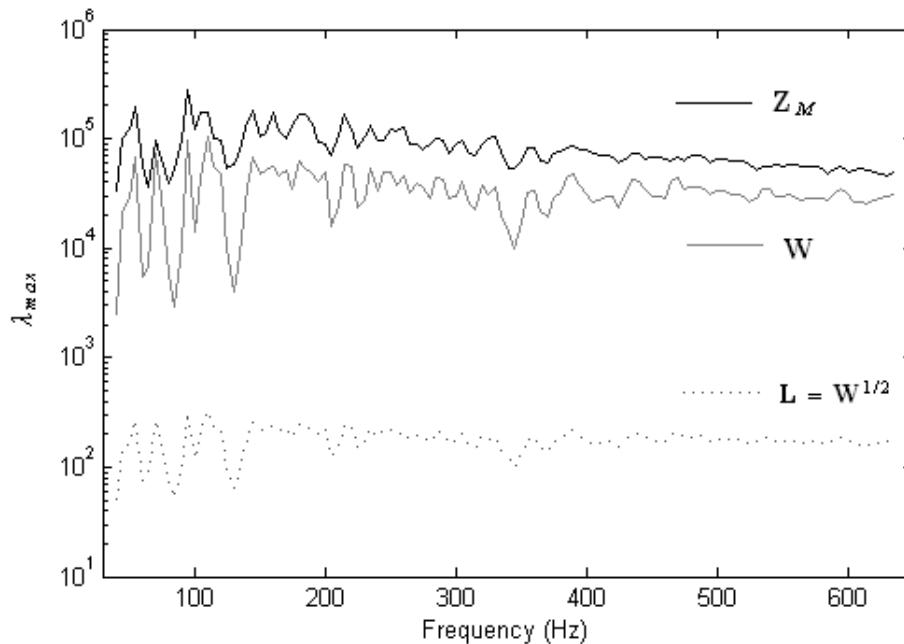
$$\tilde{\mathbf{q}}(n+1) = (1 - \tilde{a}\lambda)\tilde{\mathbf{q}}(n) + \tilde{a}\tilde{\mathbf{Z}}^H\mathbf{e}(n). \quad (6.5)$$

Αυτό που κάνει ενδιαφέρουσα την ανάλυση στη συγκεκριμένη περίπτωση αφορά τη χρήση του παραπάνω μετασχηματισμού όχι για την επιβολή της κύρωσης ισχύος αυτής καθαυτής, αλλά τη χρήση του πίνακα  $\mathbf{L}$  για τη μορφοποίηση του αρχικού πίνακα ακουστικών εμπεδήσεων και τη βελτίωση της ευστάθειας του αναδρομικού αλγόριθμου. Θεωρώντας τον πίνακα ακουστικών εμπεδήσεων  $\mathbf{Z}_M$ , που περιλαμβάνει τις συναρτήσεις μεταφοράς από τις ηχητικές πηγές σε όλους τους 289 δέκτες καταμέτρησης του σχήματος 5.14, ο αριθμός εξάρτησης του αρχικού πίνακα και του μετασχηματισμένου κατά  $\tilde{\mathbf{Z}}_M = \mathbf{Z}_M\mathbf{L}^{-1}$  υπολογίστηκε και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στο σχήμα 6.2. Ταυτόχρονα στο σχήμα 6.3, απεικονίζεται η διακύμανση της μέγιστης ιδιοτιμής  $\lambda_{\max}$  των πινάκων  $\mathbf{Z}_M$ ,  $\mathbf{W}$  και  $\mathbf{L}$ . Βλέπουμε ότι οι κορυφές και οι βυθίσεις στη διακύμανση της μέγιστης ιδιοτιμής των πινάκων  $\mathbf{Z}_M$  και  $\mathbf{W}$  ταυτίζονται συχνотικά. Αυτό είναι λογικό γιατί η δυναμική συμπεριφορά και των δύο εξαρτάται από τον ίδιο παράγοντα, που είναι το δωμάτιο. Ο πολλαπλασιασμός λοιπόν του πίνακα των ακουστικών εμπεδήσεων  $\mathbf{Z}$  με τον αντίστροφο του πίνακα  $\mathbf{L}$ , που είναι ουσιαστικά παράγωγο του  $\mathbf{W}$ , οδηγεί σε ένα νέο μετασχηματισμένο πίνακα  $\tilde{\mathbf{Z}}_M$  με φανερή μικρότερη εξάπλωση ιδιοτιμών από τον πρωταρχικό, όπως φαίνεται από το σχήμα 6.2. Αλγεβρικά αυτό σημαίνει ότι ο μετασχηματισμένος πίνακας είναι καλύτερα ορισμένος.



**Σχήμα 6.2:** Αριθμός εξάρτησης του πίνακα ακουστικών εμπεδήσεων και του μετασχηματισμένου πίνακα ακουστικών εμπεδήσεων για τη διάταξη του σχήματος 5.14. Ο πίνακας ακουστικών εμπεδήσεων εδώ περιλαμβάνει όλους τους δέκτες καταμέτρησης.

Ο εν λόγω μετασχηματισμός φαίνεται ότι λειτούργησε ως μέσο βελτίωσης των ιδιοτήτων του πίνακα μεταφοράς του συστήματος. Τεχνικές σαν αυτή παίζουν ιδιαίτερη σημασία κατά την αναδρομική υλοποίηση της λύσης στα συστήματα πολλαπλών εισόδων πολλαπλών εξόδων (MIMO) (Bai 2004) και σχετίζονται με διεργασίες γνωστές με τους όρους system equalization και system decoupling. Η σχέση με τον όρο system equalization μπορεί να παρατηρηθεί στο σχήμα 6.2, όπου φαίνεται ότι ο εν λόγω μετασχηματισμός αντιστάθμισε τις έντονες κορυφές και το μέτρο γενικά των μεγαλύτερων ιδιοτιμών του πίνακα ακουστικών εμπεδήσεων και οδήγησε σε μια ένα επίπεδη διακύμανση του αριθμού εξάρτησης ως προς τη συχνότητα. Η σχέση με τον όρο system decoupling μπορεί να παρατηρηθεί από την ανάκτηση των “υγειών” κατευθυντικών χαρακτηριστικών των αριστερών ιδιοδιανυσμάτων του πίνακα  $\mathbf{Z}$  (βλ. σχήμα 5.20 και 5.21), όπου κατά κάποιο τρόπο ο πίνακας  $\mathbf{L}^{-1}$  επέδρασε αφαιρώντας την αλλοίωση που προκαλεί ο χώρος αναπαραγωγής.



**Σχήμα 6.3:** Διακύμανση της μέγιστη ιδιοτιμής των πινάκων  $\mathbf{Z}_M$ ,  $\mathbf{W}$  και  $\mathbf{L}$  συναρτήσει της συχνότητας.

Η χρήση του μετασχηματισμού αυτού εξετάζεται τώρα εδώ για την αναδρομική προσέγγιση της λύσης θεωρώντας ότι όλοι οι δέκτες καταμέτρησης της διάταξης του σχήματος 5.14 χρησιμοποιούνται για την βελτιστοποίηση των μιγαδικών εντάσεων. Επιπλέον, θεωρώντας ότι δεν υπάρχουν σφάλματα μοντελοποίησης και ότι οι τιμές των

συντελεστών στάθμισης  $\lambda$  και  $\mu$  είναι μηδενικές, η αναδρομική προσέγγιση της λύσης μπορεί να υλοποιηθεί μέσω των σχέσεων

$$\mathbf{q}(n+1) = \mathbf{q}(n) + \alpha \mathbf{Z}_M^H \mathbf{e}_M(n), \quad (6.6)$$

ή

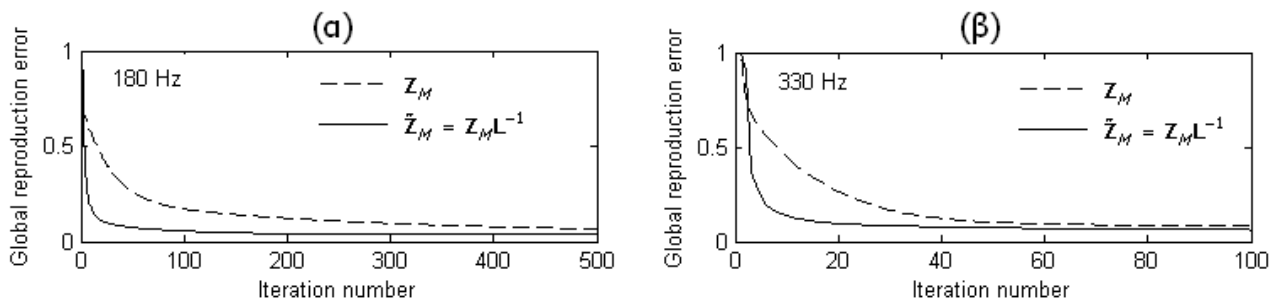
$$\tilde{\mathbf{q}}(n+1) = \tilde{\mathbf{q}}(n) + \tilde{\alpha} \tilde{\mathbf{Z}}_M^H \mathbf{e}_M(n), \quad (6.7)$$

όπου

$$\mathbf{e}_M(n) = \mathbf{p}_{d,M} - \mathbf{Z}_M \mathbf{q}(n) = \mathbf{p}_{d,M} - \tilde{\mathbf{Z}}_M \tilde{\mathbf{q}}(n). \quad (6.8)$$

Πρέπει να σημειωθεί ότι καμία από τις αναδρομικές εξισώσεις (6.6) και (6.7) δεν περιέχει στάθμιση συνεισφοράς ή στάθμιση μεταβλητότητας. Κατά τον αναλυτικό υπολογισμό της λύσης, είτε ο ένας είτε ο άλλος πίνακας θα έδιναν ακριβώς το ίδιο αποτέλεσμα. Κατά την αναδρομική υλοποίηση της λύσης όμως παρουσιάζονται ενδιαφέρουσες διαφορές.

Η σύγκλιση του αναδρομικού αλγόριθμου για κάθε μία από τις σχέσεις (6.6) και (6.7) εξετάστηκε στα 180 Hz και στα 330 Hz για ένα επίπεδο κύμα διαδιδόμενο κατά γωνία  $\theta=0^\circ$ . Οι τιμές των συντελεστών σύγκλισης  $\alpha$  και  $\tilde{\alpha}$  τέθηκαν ίσες με τις μέγιστες δυνατές τιμές που μπορούσαν να πάρουν έτσι ώστε να εξασφαλίζεται η ευστάθεια του αλγόριθμου σε κάθε συχνότητα και τα αποτελέσματα απεικονίζονται στο σχήμα 6.4(α) και (β) αντίστοιχα. Γίνεται φανερό λοιπόν ότι η χρήση του μετασχηματισμένου πίνακα ακουστικών εμπεδήσεων βελτίωσε την ταχύτητα σύγκλισης του αλγόριθμου, ως αποτέλεσμα της αντιστάθμισης της εξάπλωσης ιδιοτιμών του αρχικού πίνακα  $\mathbf{Z}_M$ .



**Σχήμα 6.4:** Συνολικό τετραγωνικό σφάλμα αναπαραγωγής ως προς το βήμα του αναδρομικού αλγόριθμου στα **α.** 180 Hz και **β.** 330 Hz για επίπεδο κύμα διαδιδόμενο με γωνία  $\theta=0^\circ$ .

### 6.3 Στάθμιση μεταβλητότητας

Σε αυτήν την ενότητα παρουσιάζονται Ιδέες για την περαιτέρω βελτίωση της στάθμισης μεταβλητότητας με πραγματικό η μιγαδικό διαφορικό τελεστή. ενώ ταυτόχρονα, επιχειρείται και ένας σχολιασμός σχετικά με τη χρήση της τεχνικής για την αναπαραγωγή τρισδιάστατου ηχητικού πεδίου.

#### 6.3.1 Περαιτέρω βελτίωση του μιγαδικού διαφορικού τελεστή

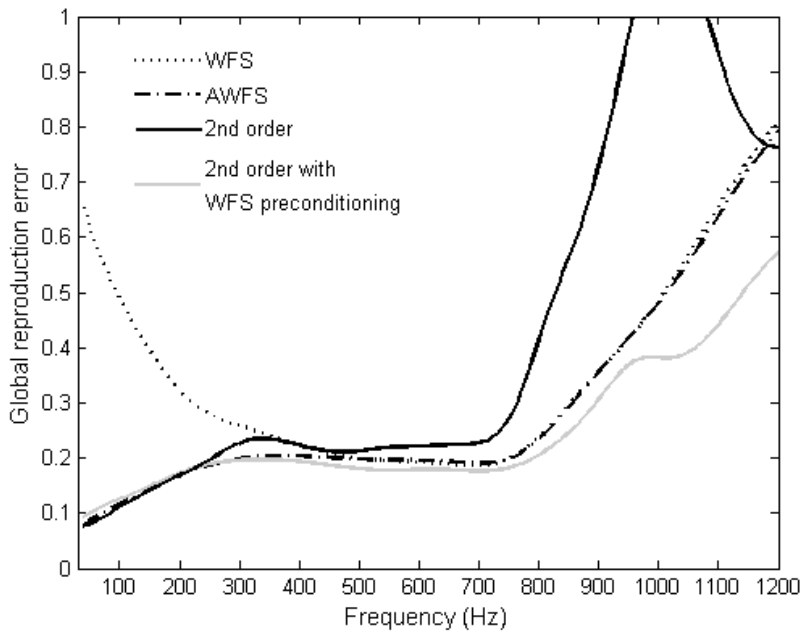
Περαιτέρω βελτίωση του μιγαδικού διαφορικού τελεστή είναι εφικτή αν τα μη μηδενικά στοιχεία του τροποποιηθούν ώστε εκτός από τη σχετική διαφορά φάσης, λαμβάνουν υπόψιν και τη σχετική διαφορά του μέτρου των μιγαδικών εντάσεων. Ένα απλό παράδειγμα μιας τέτοιας εφαρμογής αποτελεί η κυκλική διάταξη αναπαραγωγής ηχητικού πεδίου στο ελεύθερο πεδίο της ενότητας 3.4. Για το συγκεκριμένο παράδειγμα, τα στοιχεία του δευτέρας τάξης διαφορικού τελεστή  $\mathbf{D}$  τα οποία αντιστοιχούν σε ηχητικές πηγές που είναι ενεργοποιημένες κατά την WFS προσέγγιση διαμορφώνονται έτσι ώστε εκτός από τη σχετική διαφορά φάσης, να λαμβάνουν υπόψιν και τη σχετική διαφορά μέτρου, όπως αυτή διαμορφώνεται με βάση τη WFS λύση  $\mathbf{q}_{WFS}$  ως εξής

$$D(i, j) = \begin{cases} -2 & , \quad i = j, \\ q_{WFS}(i) / q_{WFS}(j) & , \quad |i - j| = 1 \quad \text{και } i, j \text{ πηγές ενεργές κατά WFS,} \\ d(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \theta) & , \quad |i - j| = 1 \quad \text{και } i \text{ ή } j \text{ πηγή ανενεργή κατά WFS,} \\ 0 & , \quad \text{αλλού.} \end{cases} \quad (6.9)$$

Αν λοιπόν οι δύο γειτονικές πηγές  $i$  και  $j$  είναι ενεργοποιημένες σύμφωνα με τη WFS προσέγγιση, τότε η τιμή  $D(i, j)$  υπολογίζεται με βάση το λόγο των μιγαδικών εντάσεων  $q_{WFS}(i)/q_{WFS}(j)$  ενώ αν έστω μία από τις δύο πηγές είναι απενεργοποιημένη, τότε η τιμή αυτή υπολογίζεται λαμβάνοντας υπόψιν μόνο τη σχετική διαφορά φάσης  $d(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \theta)$ , σύμφωνα με τον κλασικό δηλαδή τρόπο κατασκευής του διαφορικού τελεστή που δόθηκε στην ενότητα 5.3.2.

Αποτελέσματα προσομοίωσης για την κυκλική διάταξη της ενότητας 3.4 φαίνονται στο σχήμα 6.5 θεωρώντας μια εικονική σημειακή πηγή στο  $(5,0,0)$  m, χωρίς το επίπεδο ανάκλασης. Οι συντελεστές  $\beta$  και  $h$  για τον υπολογισμό της AWFS λύσης και για τη στάθμιση μεταβλητότητας τέθηκαν ίσοι με  $10^{-3}$ . Η επίδοση της αναπαραγωγής στους δέκτες καταμέτρησης για τον τροποποιημένο με βάση την εξίσωση (6.9) διαφορικό τελεστή απεικονίζεται από τη γκριζα γραμμή στο σχήμα 6.5. Φαίνεται λοιπόν καθαρά ότι ο τροποποιημένος μιγαδικός διαφορικός τελεστής οδήγησε σε περαιτέρω μείωση του σφάλματος αναπαραγωγής, σε τέτοιο βαθμό μάλιστα που να φαίνεται ότι υπερέρχει ακόμα

και της AWFS λύσης. Εξέταση της λύσης  $\mathbf{q}^{(h)}$  σε διακριτές συχνότητες φανέρωσε ότι όπως ήταν αναμενόμενο, όχι μόνο η απόλυτη φάση, αλλά και το μέτρο των ηχητικών πηγών ταυτιζόταν με το μέτρο των ενεργοποιημένων ηχητικών πηγών της WFS και AWFS λύσης. Ωστόσο, παρόμοια με το σχήμα 5.29, σαφείς διαφορές σε σχέση με την AWFS λύση ήταν εμφανείς στις μιγαδικές εντάσεις των υπολοίπων ηχητικών πηγών. Μια λογική υπόθεση που μπορεί να κάνει κανείς όσον αφορά τη σχετική υπεροχή της προτεινόμενης τεχνικής σε σχέση με τη AWFS παραπέμπει στον τρόπο ανάκτησης των μιγαδικών εντάσεων των απενεργοποιημένων πηγών, ο οποίος βασίζεται στη στάθμιση συνεισφοράς, για την AWFS λύση, και στη στάθμιση μεταβλητότητας, για την προτεινόμενη τεχνική.



**Σχήμα 6.5:** Τετραγωνικό σφάλμα αναπαραγωγής στους δέκτες καταμέτρησης θεωρώντας μια εικονική σημειακή πηγή στο  $(5, 0, 0)$  m. Οι συντελεστές στάθμισης ήταν ίσοι με  $10^{-3}$  για όλες τις τεχνικές εξομάλυνσης.

Περαιτέρω σκέψεις με βάση τις οποίες μπορεί να επηρεαστεί και η σχετική διαφορά στο μέτρο της λύσης έχουν να κάνουν με τη σχετική αύξηση στην ισχύ των ηχητικών πηγών κατά την τοποθέτησή τους κοντά σε σύνορο του χώρου. Μια περαιτέρω τροποποίηση του πίνακα  $\mathbf{D}$  γίνεται επομένως επιτακτική, οδηγώντας στην αντικατάστασή του από κάποιον άλλο πίνακα, έστω  $\mathbf{D}_{new}$ , ως  $\mathbf{D}_{new} = \mathbf{A}^H \mathbf{D}$ , όπου  $\mathbf{A}$  είναι ένας πίνακας ίδιων διαστάσεων με τον  $\mathbf{D}$ , και του οποίου όλα τα στοιχεία σε κάθε γραμμή  $j$  έχουν την ίδια τιμή, 2, 4 ή 8, ανάλογα με το αν η  $j$  πηγή είναι κοντά σε σύνορο του τοίχου που σχηματίζει στερεά γωνία

$2\pi$ ,  $\pi$ , ή  $\pi/2$ . Η σκέψεις αυτές είναι συναφείς με την ανάλυση που έγινε γύρω από μια παρόμοια τροποποίηση του πραγματικού διαφορικού τελεστή στην ενότητα 4.4.

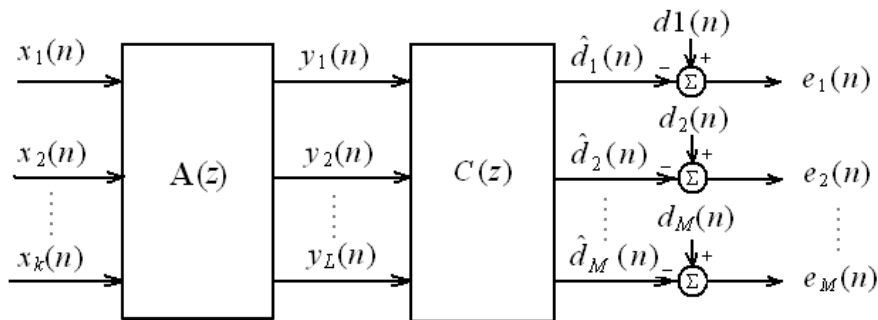
### **6.3.2 Αναπαραγωγή σύνθετων ηχητικών πεδίων με χρήση μιγαδικού διαφορικού τελεστή**

Παρόλα τα πλεονεκτήματα του μιγαδικού διαφορικού τελεστή, ένα σημαντικό μειονέκτημα γίνεται φανερό κατά την απαίτηση για δημιουργία σύνθετων ηχητικών πεδίων. Αν υποθέσουμε ότι το επιθυμητό ηχητικό πεδίο ορίζεται ως το αποτέλεσμα όχι μίας, αλλά δύο ή και περισσότερων εικονικών ηχητικών πηγών σε διαφορετικές θέσεις, τότε, η κατασκευή ενός και μοναδικού διαφορικού τελεστή  $\mathbf{D}$  που να είναι κατάλληλος για ένα τέτοιο σύνθετο ηχητικό πεδίο δεν είναι εύκολη. Αυτό συμβαίνει διότι στον μέχρι τώρα τρόπο κατασκευής του τελεστή  $\mathbf{D}$ , η σχετική διαφορά φάσης ορίζεται μονοσήμαντα από τη διαφορά φάσης του επιθυμητού ηχητικού πεδίου θεωρώντας ότι το μέτρο από πηγή σε πηγή μεταβάλλεται ομαλά, είναι δηλαδή σχεδόν ίδιο μεταξύ γειτονικών πηγών. Στο σχήμα 5.29 είδαμε ότι το μέτρο της λύσης να μεν μεταβάλλεται ομαλά από τη μια πηγή στην άλλη, αλλά αυτό δεν απαγορεύει τελικά την μεγάλη σχετική διαφορά στο μέτρο μεταξύ αντικριστών πηγών που είναι απαραίτητη για τη δημιουργία του ηχητικού πεδίου για τη συγκεκριμένη κατεύθυνση. Αν λοιπόν για παράδειγμα εκτός από μια πηγή στο  $(5,0,0)$  m, για τη διάταξη αναπαραγωγής του σχήματος 3.4, θεωρήσουμε και μια δεύτερη στην αντίθετη κατεύθυνση  $(-5,0,0)$  m, τότε, είναι φανερό ότι η φάση της διέγερσης για τις πηγές 1-12 θα εξαρτάται κυρίως από τον ορισμό του επιθυμητού ηχητικού πεδίου για την πρώτη πηγή και η φάση για τις πηγές 13-24 από τον ορισμό του επιθυμητού ηχητικού πεδίου για τη δεύτερη πηγή. Αυτό σημαίνει ότι δεν μπορεί να κατασκευαστεί από κοινού ένας μιγαδικός διαφορικός τελεστής χωρίς να ληφθεί υπόψιν η σχετική συνεισφορά, δηλαδή το μέτρο, που η κάθε μία πηγή αναπαραγωγής πρέπει να αφιερώσει για χάρη της συγκεκριμένη εικονικής πηγής. Αν και η ανάλυση που έγινε στην προηγούμενη ενότητα υπαγορεύει έναν τρόπο κατασκευής που να λαμβάνει υπόψιν και τη σχετική συνεισφορά κάθε πηγής, η μεθοδολογία αυτή έχει νόημα μόνο εκεί που οι συνθήκες του χώρου είναι ήδη κατάλληλες για την εφαρμογή της WFS και της AWFS προσέγγισης.

Αν λοιπόν το επιθυμητό ηχητικό πεδίο οριστεί σαν το άθροισμα ενός αριθμού από  $K$  συνισταμένες ως  $\mathbf{x}(n) = x_1(n) + x_2(n) + \dots + x_K(n)$ , όπου κάθε συνισταμένη χαρακτηρίζεται από μια σαφή κατανομή της φάσης (ή του χρόνου άφιξης της διαταραχής) πάνω στις ηχητικές πηγές, τότε, θα πρέπει να κατασκευαστούνε  $K$  διαφορετικοί τελεστές



$\mathbf{D}_1, \mathbf{D}_2, \dots, \mathbf{D}_K$ , ένας για κάθε μία συνισταμένη, και  $K \cdot L$  αντίστροφα φίλτρα  $\mathbf{a}_{kl}$  θα πρέπει να υπολογιστούν, ένα για κάθε μία από τις  $L$  ηχητικές πηγές και κάθε ένα από τις  $K$  συνιστώσες του σήματος εισόδου  $\mathbf{x}(n)$ . Η διεργασία αυτή απεικονίζεται στο σχήμα 6.6. Βάση της θεωρίας που έχει αναπτυχθεί, η εφαρμογή αυτής της ιδέας, τόσο στο πεδίο της συχνότητας όσο και στο πεδίο του χρόνου είναι άμεσα εφικτή εφόσον θεωρηθεί ότι τα μοντέλα των ακουστικών εμπεδήσεων  $\mathbf{Z}(\omega)$  και  $\mathbf{C}(z)$  αναπαριστούν με αρκετά μεγάλη ακρίβεια τις πραγματικές συναρτήσεις μεταφοράς του συστήματος. Η λύση σε μια τέτοια περίπτωση μπορεί να προκύψει αναλυτικά με αντιστροφή του πίνακα ακουστικών εμπεδήσεων για κάθε συνισταμένη χωριστά, σύμφωνα με τις εξισώσεις (4.16) και (4.23). Για την περίπτωση ωστόσο που η λύση πρέπει να προκύψει αναδρομικά, φαίνεται ότι η επιτυχία της διεργασίας θα εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τη συσχέτιση μεταξύ των σημάτων εισόδου  $x_1(n), x_2(n), \dots$ , και  $x_k(n)$ . Κατά τη γνώμη του συγγραφέα, η δυνατότητα αναδρομικής υλοποίησης της λύσης για την προτεινόμενη τεχνική είναι μεγάλης σημασίας, καθότι θα κρίνει σε μεγάλο βαθμό το αν η μέθοδος μπορεί να υλοποιηθεί σε πραγματικό χρόνο.



**Σχήμα 6.6:** Μπλοκ αναπαράσταση ενός συστήματος πολλαπλών πηγών-δεκτών στα πλαίσια της αναπαραγωγής πολυσύνθετου ηχητικού πεδίου.

### 6.3.3 Bounded variation regularization

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζεται ένα παράδειγμα από το πεδίο της επεξεργασίας εικόνας που κάνει φανερή μια εναλλακτική υλοποίηση της στάθμισης μεταβλητότητας. Ας υποθέσουμε ότι το  $z$  υποδηλώνει μια δεδομένη κατανομή από τιμές των pixels σε κλίμακα του γκρι σε ένα δισδιάστατο χώρο  $\Omega$ . Οι τιμές του  $z$  αντιστοιχούν στις τιμές μιας αρχικής δισδιάστατης μεταβλητής  $u$  η οποία έχει αλλοιωθεί λόγω παραμόρφωσης (blurring) και θορύβου. Η σχέση μεταξύ των δύο εικόνων εκφράζεται ως  $z = Tu + \eta$ , όπου το  $\eta$  συμβολίζει το θόρυβο και  $T$  είναι ένας γραμμικός τελεστής που περιγράφει την παραμόρφωση. Για

την ανάκτηση της αρχικής πληροφορίας επιζητείται η ελαχιστοποίηση, κατά την έννοια ελάχιστων τετραγώνων, της συνάρτησης (Casas 1999)

$$J = \int_{\Omega} (Tu - z)^2 d\mathbf{r} + \beta \int_{\Omega} |\nabla u| d\mathbf{r} \quad (6.10)$$

όπου  $\beta$  είναι ένας θετικός συντελεστής στάθμισης και η ποσότητα  $\int_{\Omega} |\nabla u| d\mathbf{r}$  συμβολίζει το μέτρο της μεταβλητότητας (bounded variation seminorm) που χρησιμοποιείται για τη λείανση (smoothing) της λύσης. Αυτή η τεχνική εξομάλυνσης αποδίδεται με τον όρο *bounded variation regularization* και προϋποθέτει ότι  $u \in L^1(\Omega)$ . Στην επεξεργασία εικόνας, αυτού του είδους η λείανση παρουσιάζει χαρακτηριστικά πλεονεκτήματα έναντι του όρου  $\int_{\Omega} |\nabla u|^2 d\mathbf{r}$ , ο οποίος σχετίζεται περισσότερο με την τυπική απόκλιση της λύσης και με την ευκλείδεια νόρμα της μεταβλητότητας. Το κυριότερο πλεονέκτημα αφορά το γεγονός ότι η χρήση της  $L^1$  νόρμας αποτρέπει τις μεγάλες διακυμάνσεις στις τιμές των pixels, επιτρέποντας όμως τις ασυνέχειες που χαρακτηρίζουν τις πλευρές και τις γωνίες στο περίγραμμα των αντικειμένων που απεικονίζονται στην αρχική εικόνα  $u$ .

Κατ' αναλογία λοιπόν με τη σχέση (6.10), ορίζεται ένας νέος τρόπος εξομάλυνσης στο πρόβλημα της ηχητικής αναπαραγωγής που μπορεί να αναπαρασταθεί ως

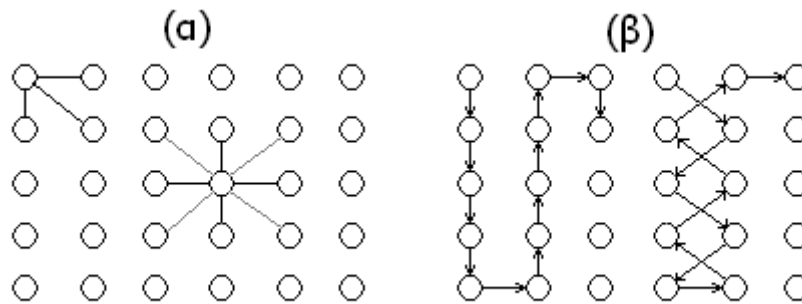
$$\min \left\{ \|\mathbf{Z}\mathbf{q} - \mathbf{p}_d\|^2 + h \|\mathbf{L}\mathbf{q}\|_1 \right\}, \quad (6.11)$$

ο οποίος διαφοροποιείται έναντι της τεχνικής που παρουσιάστηκε στη διατριβή (βλ. σχέση (4.15)), λαμβάνοντας υπόψιν την  $L^1$  νόρμα  $\|\mathbf{L}\mathbf{q}\|_1$  και όχι το τετράγωνο της ευκλείδειας νόρμας ( $\|\mathbf{L}\mathbf{q}\|^2$ ). Μια τέτοια αντικατάσταση πιθανόν να ωφελήσει την αναπαραγωγή ηχητικού πεδίου, ιδιαίτερα στην περιοχή χαμηλής πυκνότητας ιδιομορφών, όπου η διακύμανση στο μέτρο και τη φάση των μιγαδικών εντάσεων είναι μεγαλύτερη από ότι στην περίπτωση του διάχυτου πεδίου. Πρέπει να σημειωθεί όμως ότι για τη σχέση (6.8) δεν υπάρχει αναλυτική λύση που να παρέχει το βέλτιστο διάνυσμα μιγαδικών εντάσεων  $\mathbf{q}^{(h)}$  και επομένως πρέπει να χρησιμοποιηθούν μη γραμμικές μέθοδοι.

### 6.3.2 Κατασκευή διαφορικού τελεστή για αναπαραγωγή τρισδιάστατου ηχητικού πεδίου

Για την αναπαραγωγή τρισδιάστατου ηχητικού πεδίου γίνεται προφανώς απαραίτητη η χρήση δισδιάστατου πλέγματος ηχητικών πηγών, όπως αυτού του σχήματος 6.7. Η μορφοποίηση του διαφορικού τελεστή  $\mathbf{D}$  γίνεται προφανώς σε μια τέτοια περίπτωση πιο

περίπλοκη. Για την ομοιόμορφη διάταξη του σχήματος 6.7(α) φαίνεται ότι μια πηγή μπορεί να συσχετισθεί με έναν αριθμό ίσο με μία έως και με οκτώ γειτονικές πηγές. Παράλληλα, από το σχήμα 6.7(β) φαίνεται ότι διαφορετές διαδρομές συσχέτισης μπορούν να σχεδιαστούν, ξεκινώντας από την πρώτη και καταλήγοντας στην τελευταία ηχητική πηγή του συστήματος. Είναι φανερό λοιπόν ότι για την περίπτωση διασδιάστατου πλέγματος, ο διαφορικός τελεστής μπορεί να σχεδιαστεί με πάρα πολλούς τρόπους και θα άξιζε μια περαιτέρω διερεύνηση προς αυτήν την κατεύθυνση.



**Σχήμα 6.7:** **α.** Συσχετισμός μιας ηχητικής πηγής με τις γειτονικές της κατά τη χρήση δισδιάστατου πλέγματος ηχητικών πηγών και **β.** πιθανές διαδρομές συσχέτισης κατά την κατασκευή του διαφορικού τελεστή για την αναπαραγωγή τρισδιάστατου ηχητικού πεδίου.



## Παράρτημα

### Προσομοίωση ηχητικού πεδίου σε κλειστούς χώρους

*Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζεται ένα αναλυτικό και ένα υπολογιστικό μοντέλο για την προσομοίωση κλειστών χώρων. Για το αναλυτικό μοντέλο χρησιμοποιείται η μέθοδος άθροισης των ιδιομορφών (modal reconstruction method) ενώ το υπολογιστικό μοντέλο βασίζεται στη μέθοδο των συνοριακών στοιχείων (Boundary Element Method – BEM). Εκτός από τον υπολογισμό της ηχητικής πίεσης εντός ενός κλειστού χώρου παρουσιάζονται επίσης μέθοδοι και για τον υπολογισμό της ακουστικής ισχύος. Αναφέρονται τέλος τα μειονεκτήματα και τα πλεονεκτήματα της κάθε μεθόδου σε σχέση με το είδος και τις απαιτήσεις του χώρου που μελετάται.*

## A.1 Υπολογισμός του ηχητικού πεδίου σε ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο χώρο

Για έναν κλειστό χώρο με άκαμπτα τοιχώματα η ομογενής κυματική εξίσωση έχει πληθώρα λύσεων,  $a=1, 2, 3, \dots$ , της μορφής (Pierce 1994)

$$p(\mathbf{r}, t) = \Psi_a(\mathbf{r})e^{j\omega_a t} \quad (\text{A.1})$$

όπου οι ιδιοσυναρτήσεις  $\Psi_a(\mathbf{r})$  ικανοποιούν την εξίσωση Helmholtz και τις οριακές συνθήκες των άκαμπτων τοιχωμάτων. Οι ιδιοσυναρτήσεις αυτές αποτελούν ένα πλήρες σύνολο και συνεπώς κάθε καλά ορισμένη συνάρτηση η οποία περιγράφει την ηχητική πίεση στο χώρο μπορεί να εκφραστεί ως ένας γραμμικός συνδυασμός αυτών. Έτσι το ηχητικό πεδίο μόνιμης κατάστασης σε έναν κλειστό χώρο μπορεί να εκφραστεί ως το άθροισμα των ιδιομορφών ταλάντωσης του χώρου. Άρα υποθέτοντας καρτεσιανές συντεταγμένες η μιγαδική ηχητική πίεση  $p$  στη θέση  $\mathbf{r}=(x, y, z)$  είναι

$$p(\mathbf{r}, \omega) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_{lmn}(\omega) \Psi_{lmn}(\mathbf{r}), \quad (\text{A.2})$$

όπου  $\omega$  είναι η συχνότητα διέγερσης του χώρου και  $a_{lmn}$  είναι το μιγαδικό πλάτος των ιδιοσυναρτήσεων  $\Psi_{lmn}$ . Στη σχέση (A.2) θεωρείται ότι το ηχητικό πεδίο έχει μία αρμονική χρονική εξάρτηση της μορφής  $e^{j\omega t}$ .

Οι ιδιοσυναρτήσεις ενός παραλληλεπίπεδου κλειστού χώρου διαστάσεων  $L_x, L_y, L_z$  με σκληρά τοιχώματα, εκφράζονται στο σημείο  $\mathbf{r}$  ως (Pierce 1994)

$$\Psi_{lmn}(\mathbf{r}) = \cos(l\pi x / L_x) \cos(m\pi y / L_y) \cos(n\pi z / L_z). \quad (\text{A.3})$$

Το αντίστοιχο μιγαδικό πλάτος της ( $lmn$ ) ιδιομορφής μπορεί να εκφραστεί ως (Morse 1948)

$$a_{lmn} = \frac{j\rho}{V\Lambda_{lmn}} \frac{\omega}{2\beta_{lmn}k_{lmn}k - i(k_{lmn}^2 - k^2)} \int_V \Psi_{lmn}(\mathbf{r})s(\mathbf{r})dV, \quad (\text{A.4})$$

όπου  $\rho$  είναι η πυκνότητα ισορροπίας του μέσου,  $\beta_{lmn}$  είναι ο ρυθμός απόσβεσης της ( $lmn$ ) ιδιομορφής,  $\Lambda_{lmn}$  είναι ένας συντελεστής ο οποίος εξαρτάται από το αν η ιδιομορφή είναι αξονική, εφαπτομενική ή πλάγια,  $k$  είναι ο κυματαριθμός,  $V$  είναι ο όγκος του χώρου,  $k_{lmn} = (\pi l / L_x)^2 + (\pi m / L_y)^2 + (\pi n / L_z)^2$  και  $s(\mathbf{r})$  είναι η πυκνότητα κατανομής των μιγαδικών εντάσεων των πηγών (source strength density) στο χώρο.

Η απλούστερη περίπτωση είναι η παραγωγή του ηχητικού πεδίου από σημειακές πηγές. Στην περίπτωση  $L$  σημειακών πηγών τα πλάτη  $a_{lmn}$  εκφράζονται ως (Nelson 1987)

$$a_{lmn} = \frac{j\rho}{V\Lambda_{lmn}} \frac{\omega}{2\beta_{lmn}k_{lmn}k - i(k_{lmn}^2 - k^2)} \sum_{\mu=1}^L q_{\mu} \Psi_{lmn}(\mathbf{r}_{\mu}), \quad (\text{A.5})$$

όπου  $q_{\mu}$  είναι η μιγαδική ένταση (source strength) της  $\mu$  σημειακής πηγής, η οποία βρίσκεται στο σημείο  $\mathbf{r}_{\mu}$ . Η επίδραση των ηχητικών πηγών στο χώρο μέσω του μεγέθους  $q_{\mu}$  εκφράζεται τώρα ως παροχή όγκου ( $\text{m}^3/\text{s}$ ). Το μοντέλο υπολογισμού της ηχητικής πίεσης το οποίο υποθέτει σημειακές πηγές δε συγκλίνει στο εγγύς πεδίο (near field) των πηγών. Αντιθέτως υποθέτοντας κατανομημένες πηγές (distributed sources) το μοντέλο υπολογισμού της ηχητικής πίεσης, το οποίο βασίζεται στη μέθοδο αθροίσματος των ιδιομορφών, συγκλίνει στις επιφάνειες των πηγών και στο εγγύς πεδίο αυτών (Nelson 1987). Στις προσομοιώσεις με H/Y που πραγματοποιήθηκαν οι πηγές μοντελοποιήθηκαν ως ορθογώνια πιστόνια διαστάσεων  $axb$ , καθένα από τα οποία πάλλεται ομοιόμορφα με ακουστική ταχύτητα  $q_{\mu}$ . Εδώ με  $b$  συμβολίζεται το κατακόρυφο ύψος του πιστονιού το οποίο εκτείνεται παράλληλα στον άξονα του  $z$ . Πρέπει επίσης να σημειωθεί ότι κάθε πιστόνι είναι έτσι διατεταγμένο ώστε η επιφάνειά του να είναι παράλληλη είτε στο επίπεδο  $xz$ - είτε στο  $yz$ -. Σε οποιαδήποτε περίπτωση το πλάτος της ( $lmn$ ) ιδιομορφής προκύπτει από την έκφραση

$$a_{lmn} = \frac{j\rho}{V\Lambda_{lmn}} \frac{\omega}{2\beta_{lmn}k_{lmn}k - i(k_{lmn}^2 - k^2)} \sum_{\mu=1}^L q_{\mu} \int_{A_{\mu}} \Psi_{lmn}(\mathbf{r}) dA, \quad (\text{A.6})$$

όπου  $A_{\mu}$  είναι η επιφάνεια του  $\mu$ -ιστού πιστονιού. Θεωρώντας ως  $\mathbf{r}_{\mu}=(x_{\mu}, y_{\mu}, z_{\mu})$  το διάνυσμα θέσης του κέντρου του  $\mu$ -ιστού πιστονιού, το ολοκλήρωμα της σχέσης (A.6) μπορεί να υπολογιστεί ως

$$\int_{A_{\mu}} \Psi_{lmn}(\mathbf{r}) dA = \Psi_l(x_{\mu}) \int_{y_{\mu}-a/2}^{y_{\mu}+a/2} \Psi_m(y) dy \int_{z_{\mu}-b/2}^{z_{\mu}+b/2} \Psi_n(z) dz, \quad (\text{A.7})$$

και ως

$$\int_{A_{\mu}} \Psi_{lmn}(\mathbf{r}_{\mu}) dA = \Psi_m(y_{\mu}) \int_{x_{\mu}-a/2}^{x_{\mu}+a/2} \Psi_n(x) dx \int_{z_{\mu}-b/2}^{z_{\mu}+b/2} \Psi_n(z) dz \quad (\text{A.8})$$

όταν το πιστόνι είναι παράλληλο στο  $yz$  και στο  $xz$  επίπεδο αντίστοιχα.

Για την ακριβή αναπαράσταση του ηχητικού πεδίου σε έναν κλειστό χώρο σύμφωνα με τη σχέση (A.2) απαιτείται η άθροιση άπειρων ιδιομορφών και άρα σε πρακτικές εφαρμογές

πρέπει να υπάρξει ένας περιορισμός του άπειρου αριθμού των ιδιομορφών του αθροίσματος.

## A.2 Υπολογισμοί ακουστικής ισχύος σε ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο χώρο

Μια σημαντική ποσότητα που μπορεί να υπολογιστεί με βάση το αναλυτικό μοντέλο είναι η ακουστική ισχύς. Η ακουστική ισχύς μιας αρμονικής σημειακής πηγής μπορεί να γραφτεί γενικά ως

$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ q^*(\omega) p(\omega) \} \quad (\text{A.9})$$

όπου  $q(\omega)$  είναι η μιγαδική ένταση της πηγής στη συχνότητα  $\omega$  και  $p(\omega)$  είναι η ηχητική πίεση στη θέση της πηγής. Θεωρώντας  $M$  ηχητικές πηγές που εκπέμπουν όλες μαζί, η συνολική ακουστική ισχύς μπορεί να εκφραστεί μέσω της σχέσης

$$P_{tot} = \mathbf{q}^H \mathbf{W} \mathbf{q}, \quad (\text{A.10})$$

όπου  $\mathbf{q}$  είναι το διάνυσμα με τις μιγαδικές εντάσεις των πηγών, το  $H$  συμβολίζει τον ανάστροφο συζυγή και  $\mathbf{W} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ \mathbf{Z} \}$  είναι ένας τετραγωνικός  $M \times M$  πίνακας, όπου κάθε στοιχείο του  $W_{ij}$  αντιπροσωπεύει το πραγματικό μέρος της συνάρτησης μεταφοράς από την  $i$  στην  $j$  πηγή (Elliott 1991). Ο πίνακας  $\mathbf{W}$  είναι συμμετρικός και θετικά ορισμένος. Η πρώτη ιδιότητα είναι αποτέλεσμα της αρχής της αντιμεταθετικότητας (reciprocity principle). Σύμφωνα με αυτήν την αρχή, αν μία σημειακή πηγή στο σημείο  $\mathbf{r}_0$  και ένα σημείο ακρόασης στο  $\mathbf{r}$  ανταλλάξουν θέσεις, τότε, η ακουστική πίεση στο σημείο ακρόασης λόγω της πηγής θα είναι η ίδια. Αυτή η ιδιότητα εκφράζεται με τη συμμετρία της συνάρτησης Green ως  $G(\mathbf{r} | \mathbf{r}_0) = G(\mathbf{r}_0 | \mathbf{r})$ , η οποία ισχύει και για κατανεμημένες πηγές. Η δεύτερη ιδιότητα έχει να κάνει με το ότι το μέγεθος  $P_{tot}$  εκφράζει ισχύ και επομένως το μέγεθος  $\mathbf{q}^H \mathbf{W} \mathbf{q}$  δε μπορεί ποτέ, σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας να είναι αρνητικό. Θεωρώντας σημειακές πηγές μέσα στο ορθογώνιο δωμάτιο, κάθε στοιχείο  $W_{ij}$  του πίνακα μπορεί να υπολογιστεί ως

$$W_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \operatorname{Re} \{ A_{lmn} \} \Psi_{lmn}(\mathbf{r}_i) \Psi_{lmn}(\mathbf{r}_j), \quad (\text{A.11})$$

όπου  $\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j$  είναι το διάνυσμα θέσης της  $i$  και της  $j$  σημειακής πηγής αντίστοιχα και



$$A_{lmn} = \frac{i\rho\omega}{V} \frac{1}{\Lambda_{lmn}} \frac{1}{2\beta_{lmn}k_{lmn}k - i(k_{lmn}^2 - k^2)}. \quad (\text{A.12})$$

Στο μοντέλο που χρησιμοποιείται εδώ όμως οι πηγές δεν είναι σημειακές αλλά θεωρούνται πιστόνια διαστάσεων  $axb$ . Θεωρώντας ότι η  $\mu$  ηχητική πηγή είναι παράλληλη στο επίπεδο  $xz$ , η ακουστική της ισχύς μπορεί να υπολογιστεί ως

$$P_\mu = \frac{1}{2} A_\mu \operatorname{Re} \left\{ q_\mu^* \int_{x_\mu - a/2}^{x_\mu + a/2} \int_{z_\mu - b/2}^{z_\mu + b/2} p(x, z) dz dx \right\} \quad (\text{A.13})$$

όπου  $A_\mu = axb$  είναι η επιφάνεια της πηγής ( $\text{m}^2$ ) και  $q_\mu$  είναι η ακουστική ταχύτητα ( $\text{m/s}$ ) στη συχνότητα  $\omega$ . Η πίεση  $p(x, y)$  επηρεάζεται τόσο από την ίδια τη διέγερση της  $\mu$  πηγής, όσο και από τις άλλες πηγές που πιθανόν λειτουργούν μέσα στο χώρο.

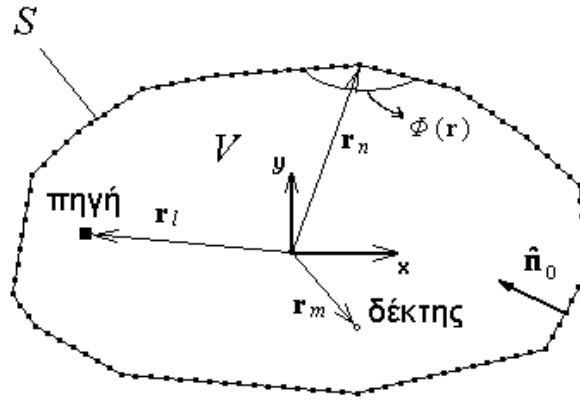
Η ακουστική ισχύς της  $\mu$  πηγής όταν βρίσκεται σε ένα σύστημα όπου λειτουργούν και άλλες πηγές μπορεί γενικά να υπολογιστεί ως  $P_\mu = \operatorname{Re} \{ \mathbf{q}_\mu^H \mathbf{W}_\mu \mathbf{q}_\mu \}$ , όπου  $\mathbf{q}_\mu$  είναι ένα διάνυσμα με αριθμό γραμμών ίσο με τον αριθμό των πηγών και με όλα τα στοιχεία μηδενικά εκτός από το  $\mu$ -ιστό, το οποίο είναι ίσο με τη μιγαδική ένταση της πηγής. Πρέπει να σημειωθεί ότι το μέγεθος  $P_\mu$  τώρα μπορεί να είναι και αρνητικό. Σε μια τέτοια περίπτωση η πηγή  $\mu$  λέγεται ότι απορροφάει ενέργεια (acoustical sink). Είναι σημαντικό ότι όταν δύο πηγές αλληλεπιδρούν σε ένα χώρο, τότε η μία πηγή μπορεί να επηρεάσει σημαντικά τόσο την ακουστική ισχύ της άλλης, όσο και τη συνολική ακουστική ισχύ του συστήματος. Αυτή η ιδιότητα παίζει σημαντικό ρόλο στον ενεργό έλεγχο θορύβου (active noise control, ANC), όπου με χρήση ενεργών μέσων, δηλαδή με επιπλέον δευτερεύουσες πηγές, επιχειρείται η μείωση της στάθμης θορύβου στο χώρο από κάποιες ανεπιθύμητες ηχητικές πηγές, όπως για παράδειγμα ο θόρυβος ενός κινητήρα (Elliott 1991, Nelson 1992).

### **A.3 Υπολογισμός του ηχητικού πεδίου μέσω της μεθόδου των συνοριακών στοιχείων (BEM)**

Οι συναρτήσεις μεταφοράς από  $L$  σημειακές πηγές σε ένα αριθμό από  $M$  δέκτες μέσα σε ένα κλειστό χώρο  $V$  που ορίζεται από ένα κλειστό σύνορο  $S$  υπολογίζονται για μονοχρωματικό πεδίο με τη μέθοδο των συνοριακών στοιχείων. Αν  $\mathbf{r}_l$  και  $Q_l$  συμβολίζουν το διάνυσμα θέσης και τη μιγαδική ένταση της  $l$  σημειακής πηγής αντίστοιχα, η ολοκληρωματική εξίσωση Kirchhoff-Helmholtz μπορεί να γραφεί ως

$$c(\mathbf{r})p(\mathbf{r}) = \int_S \left[ p(\mathbf{r}_0) \frac{\partial G(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)}{\partial \hat{\mathbf{n}}_0} - \frac{\partial p(\mathbf{r}_0)}{\partial \hat{\mathbf{n}}_0} G(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \right] dS + \sum_{l=1}^L j\omega\rho Q_l \frac{e^{ik\|\mathbf{r}-\mathbf{r}_l\|}}{4\pi\|\mathbf{r}-\mathbf{r}_l\|}, \quad (\text{A.14})$$

όπου  $\hat{\mathbf{n}}_0$  είναι το μοναδιαίο διάνυσμα κάθετο στην επιφάνεια στο σημείο  $\mathbf{r}_0$ ,  $p(\mathbf{r}_0)$  είναι η ακουστική πίεση σε αυτό το σημείο,  $p(\mathbf{r})$  είναι η πίεση σε ένα εσωτερικό σημείο του χώρου  $\mathbf{r}$ , και  $G$  είναι η συνάρτηση του Green για το ελεύθερο πεδίο που ορίζεται ως  $G(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) = \exp(-ikR)/4\pi R$ , όπου  $k$  είναι ο κυματικός αριθμός και με  $R = \|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0\|$  συμβολίζεται η απόσταση μεταξύ του εσωτερικού σημείου από αυτό στην επιφάνεια.



**Σχήμα A.1:** Αναπαράσταση της διακριτοποιημένης επιφάνειας του συνόρου  $S$  καθώς και των διανυσμάτων θέσης των ηχητικών πηγών ( $\mathbf{r}_l$ ), των εσωτερικών σημείων του πεδίου ( $\mathbf{r}_m$ ) και των κόμβων στην επιφάνεια ( $\mathbf{r}_n$ ).

Για 2-D BEM, η συνάρτηση Green's πρέπει να αντικατασταθεί με την  $\frac{1}{4i} H_0^{(2)}(kR)$ , όπου  $H$  είναι η συνάρτηση Hankel πρώτου τύπου. Ο συντελεστής  $c(\mathbf{r})$  για 3-D BEM υπολογίζεται ως

$$c(\mathbf{r}) = \begin{cases} 1 & \mathbf{r} \in D, \\ \Omega(\mathbf{r})/4\pi & \mathbf{r} \in S, \\ 0 & \mathbf{r} \in E. \end{cases} \quad (\text{A.15})$$

Η συνάρτηση  $\Omega(\mathbf{r})$  συμβολίζει τη στερεά γωνία (solid angle) για το σημείο  $\mathbf{r}$  όταν αυτό βρίσκεται επί της επιφάνειας  $S$ . Για το δισδιάστατο πρόβλημα, ο συντελεστής  $c(\mathbf{r})$  μπορεί να εκφραστεί ως  $c(\mathbf{r}) = \Phi(\mathbf{r})/2\pi$ , όπου  $\Phi(\mathbf{r})$  είναι η πάλι η γωνία που σχηματίζει το σύνορο στο σημείο  $\mathbf{r}$  (βλ. σχήμα A.1).

Για τη διακριτοποίηση της επιφάνειας του συνόρου χρησιμοποιούνται τριγωνικά στοιχεία ενώ γίνεται χρήση από γραμμικές ισοπαραμετρικές συναρτήσεις για την αναγωγή των γεωμετρικών και ακουστικών παραμέτρων (Moller 1993). Έστω ότι η επιφάνεια αποτελείται από  $N$  διακριτούς κόμβους, και έστω  $\mathbf{p}$ ,  $\mathbf{v}$  τα  $N \times 1$  διανύσματα της ακουστικής πίεσης και της κανονικής ταχύτητας στην επιφάνεια. Γράφοντας την εξίσωση (A.14)  $N$  φορές και παίρνοντας το σημείο  $\mathbf{r}$  κάθε φορά σε διαφορετικό κόμβο τότε προκύπτει μια σχέση της μορφής

$$\mathbf{H}\mathbf{p} = \mathbf{G}\mathbf{v} + \mathbf{c}. \quad (\text{A.16})$$

Εδώ,  $\mathbf{H}$  και  $\mathbf{G}$  είναι  $N \times N$  πίνακες συντελεστών, και  $\mathbf{c}$  είναι το  $N \times 1$  διάνυσμα

$$\mathbf{c} = \left[ \sum_{l=1}^L j\omega\rho Q_l \frac{e^{-ik\|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_l\|}}{4\pi\|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_l\|} \right], \quad (\text{A.17})$$

όπου  $\mathbf{r}_n$  και  $\mathbf{r}_l$  είναι τα διανύσματα θέσης του  $n$ -ιστού κόμβου και της  $l$  σημειακής πηγής αντίστοιχα. Πρέπει να επισημανθεί ότι ο πίνακας  $\mathbf{G}$  δεν σχετίζεται με τη συνάρτηση Green.

Για το δισδιάστατο πρόβλημα το  $\frac{e^{-ik\|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_l\|}}{4\pi\|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_l\|}$  πρέπει να αντικατασταθεί με τη συνάρτηση

$\frac{1}{4j} H_0^{(2)}(kR)$  όπου  $R = \|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_l\|$ . Η τιμή της ακουστικής εμπέδησης σε κάθε κόμβο στην επιφάνεια θεωρείται γνωστή και ίση με  $z = p/u_n = -i\omega\rho_0 p / (\partial p / \partial \hat{\mathbf{n}}_0)$ , όπου  $p$  είναι η πίεση στην επιφάνεια,  $\rho_0$  η πυκνότητα του αέρα,  $\omega$  η γωνιακή ταχύτητα και  $\hat{\mathbf{n}}_0$  το μοναδιαίο διάνυσμα κάθετο στην επιφάνεια. Η πίεση  $\mathbf{p}$  και η κανονική ταχύτητα  $\mathbf{v}$  στην επιφάνεια σχετίζονται μεταξύ τους τώρα με τη σχέση

$$\mathbf{v} = \mathbf{R}\mathbf{p}, \quad (\text{A.18})$$

όπου  $\mathbf{R} = \text{diag}(1/z_1, 1/z_2, \dots, 1/z_N)$  και  $z_1, z_2, \dots$ , και  $z_N$  είναι η ακουστική εμπέδηση στον  $1^\circ$ ,  $2^\circ$ , ..., και  $N$  κόμβο αντίστοιχα. Θεωρώντας τώρα ένα σύνολο από δέκτες τοποθετημένους σε  $M$  διακριτά σημεία μέσα στο  $V$ , η σχέση (A.14) παίρνει τη μορφή

$$\hat{\mathbf{p}}_f = \mathbf{H}_f \mathbf{p} + \mathbf{G}_f \mathbf{v} + \mathbf{c}_f. \quad (\text{A.19})$$

Εδώ  $\mathbf{H}_f$  και  $\mathbf{G}_f$  είναι  $M \times N$  πίνακες και  $\mathbf{c}_f$  είναι ένα  $M \times 1$  διάνυσμα όμοιο με αυτό της σχέσης 4.17, με τη διαφορά ότι το  $\mathbf{r}_n$  έχει αντικατασταθεί από το  $\mathbf{r}_m$ , που είναι το διάνυσμα θέσης του  $m$ -ιστού δέκτη

$$\mathbf{c}_f = \left[ \sum_{l=1}^L j\omega\rho Q_l \frac{e^{-ik\|\mathbf{r}_m - \mathbf{r}_l\|}}{4\pi\|\mathbf{r}_m - \mathbf{r}_l\|} \right]. \quad (\text{A.20})$$

Ουσιαστικά, η εξίσωση (A.19) εκφράζει τη μιγαδική πίεση σε κάθε σημείο  $\mathbf{r}_m$  μέσα στο χώρο μέσω του απευθείας σήματος από κάθε πηγή  $\mathbf{c}_f$  και των ανακλάσεων από τα σύνορα του χώρου  $\mathbf{H}_f \mathbf{p} + \mathbf{G}_f \mathbf{v}$ . Με αντικατάσταση της σχέσης (A.18) στην (A.16) προκύπτει

$$(\mathbf{H} - \mathbf{GR})\mathbf{p} = \mathbf{c}, \quad (\text{A.21})$$

από όπου φαίνεται ότι αν ο πίνακας  $(\mathbf{H} - \mathbf{GR})^{-1}$  υπάρχει, η πίεση στο σύνορο του χώρου μπορεί να υπολογιστεί ως

$$\mathbf{p} = (\mathbf{H} - \mathbf{GR})^{-1} \mathbf{c}. \quad (\text{A.22})$$

Με αντικατάσταση τώρα της σχέσης (A.22) στην (A.19) προκύπτει

$$\mathbf{p}_f = (\mathbf{H}_f + \mathbf{G}_f \mathbf{R})(\mathbf{H} - \mathbf{GR})^{-1} \mathbf{c} + \mathbf{c}_f. \quad (\text{A.23})$$

Επιπλέον, είναι εύκολο να παρατηρήσει κανείς ότι μια εναλλακτική έκφραση για το διάνυσμα  $\mathbf{c}$  είναι της μορφής

$$\mathbf{c} = Q_1 \mathbf{C}_1 + Q_2 \mathbf{C}_2 + \dots + Q_L \mathbf{C}_L = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1L} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2L} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ C_{N1} & C_{N2} & \dots & C_{NL} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \dots \\ Q_L \end{bmatrix} = \mathbf{CQ}, \quad (\text{A.24})$$

όπου  $C_{nl} = \left[ j\omega\rho \frac{e^{ik\|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_l\|}}{4\pi\|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_l\|} \right]$  είναι η συνάρτηση Green η οποία συσχετίζει τον  $n$  κόμβο με

την  $l$  σημειακή πηγή και  $\mathbf{q}$  είναι το διάνυσμα με τις μιγαδικές εντάσεις των πηγών. Το ίδιο μπορεί να γίνει και με το  $\mathbf{c}_f$  καταλήγοντας σε μια σχέση της μορφής

$$\mathbf{c}_f = \mathbf{C}_f \mathbf{q}. \quad (\text{A.25})$$

Αντικαθιστώντας τώρα τις σχέσεις (A.24) και (A.25) στην (A.23) γίνεται φανερό ότι η ακουστική πίεση σε ένα σύνολο από εσωτερικά σημεία του χώρου μπορεί να γραφεί ως γραμμικός συνδυασμός των μιγαδικών εντάσεων των πηγών ως

$$\mathbf{p}_f = [(\mathbf{H}_f + \mathbf{G}_f \mathbf{R})(\mathbf{H} - \mathbf{GR})^{-1} \mathbf{C} + \mathbf{C}_f] \mathbf{q} = \mathbf{Zq}, \quad (\text{A.26})$$

όπου  $\mathbf{Z}$  είναι ο  $M \times L$  πίνακας με τις συναρτήσεις μεταφοράς. Αν αντί για το  $\mathbf{p}$  η αντικατάσταση των σχέσεων (A.18) και (A.16) γίνει ως προς  $\mathbf{v}$ , η εξίσωση (A.26) μπορεί να γραφεί στην εναλλακτική μορφή

$$\mathbf{p}_f = [(\mathbf{H}_f \mathbf{R}^{-1} + \mathbf{G}_f)(\mathbf{H} \mathbf{R}^{-1} - \mathbf{G})^{-1} \mathbf{C} + \mathbf{C}_f] \mathbf{q}, \quad (\text{A.27})$$

όπου  $\mathbf{R}^{-1} = \text{diag}(z_1, z_2, \dots, z_N)$  (Stefanakis 2006).

#### A.4 Υπολογισμοί ακουστικής ισχύος μέσω BEM

Ο υπολογισμός της συνολικής ακουστικής ισχύος από μια σημειακή πηγής μέσα σε ένα κλειστό χώρο  $V$  μπορεί να γίνει με την ολοκλήρωση της ακουστικής έντασης (acoustical intensity) πάνω την κλειστή επιφάνεια που ταυτίζεται με το σύνορο του χώρου, αξιοποιώντας έτσι τις τιμές της πίεσης και της κανονικής ταχύτητας πάνω σε κάθε κόμβο του διακριτοποιημένου συνόρου. Η ακουστική ένταση σε ένα σημείο  $\mathbf{r}$  πάνω στην επιφάνεια μπορεί να γραφεί ως (Beranek 1986)

$$I_r(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} \text{Re} \{ p(\mathbf{r}) v^*(\mathbf{r}) \}, \quad (\text{A.28})$$

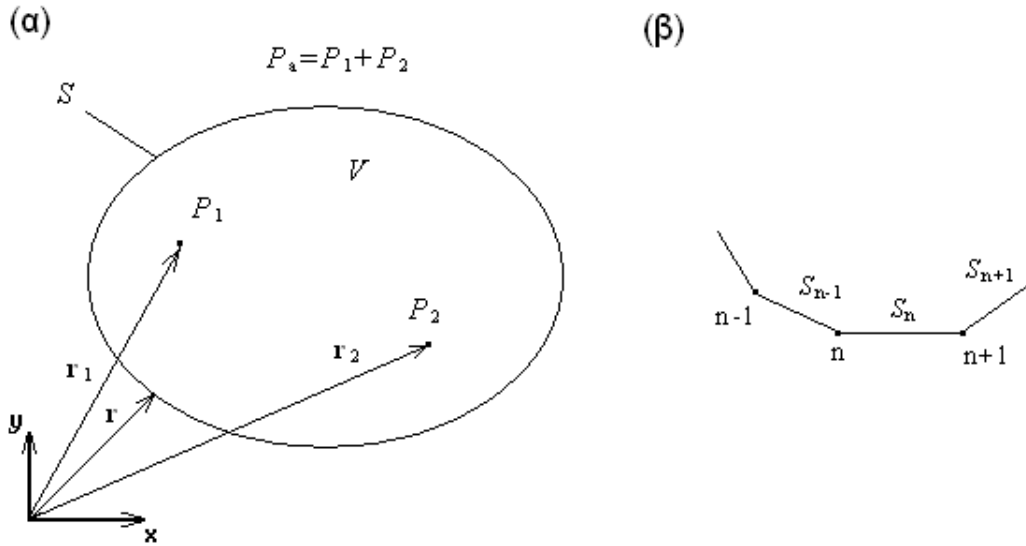
όπου  $v(\mathbf{r})$  είναι η τιμή της ταχύτητας και επομένως η συνολική ακουστική ισχύς του συστήματος θα ισούται με

$$P_a = \frac{1}{2} \int_S \text{Re} \{ p(\mathbf{r}) v^*(\mathbf{r}) \} dS \approx \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N W_n \text{Re} \{ p_n v_n^* \}, \quad (\text{A.29})$$

όπου  $p_n$  και  $v_n$  είναι η πίεση και η κανονική ταχύτητα στο  $n$  κόμβο αντίστοιχα και  $W_n$  είναι ένας συντελεστής βάρους που ορίζεται σε κάθε κόμβο ανάλογα με την επιφάνεια (ή το μήκος για το δισδιάστατο πρόβλημα) που καταλαμβάνουν τα γειτονικά του στοιχεία. Για το παράδειγμα του σχήματος A.2(β), ο συντελεστής  $W_n$  για τον  $n$  κόμβο μπορεί να υπολογιστεί ως

$$W_n = \frac{1}{2} (S_{n-1} + S_n), \quad (\text{A.30})$$

όπου  $S_{n-1}$  είναι  $S_n$  το μήκος των δύο γειτονικών του στοιχείων.



**Σχήμα A.2:** α. Υπολογισμός της ακουστικής ισχύος για δύο ακουστικές πηγές που εκπέμπουν στον ίδιο χώρο  $V$  με διανύσματα θέσης  $\mathbf{r}_1$  και  $\mathbf{r}_2$  και β. αρίθμηση των κόμβων και των στοιχείων της επιφάνειας για τον υπολογισμό της ακουστικής ισχύος με ολοκλήρωση της ακουστικής έντασης στην επιφάνεια.

Σύμφωνα με την ενότητα A.2, ένας άλλος πιο γενικός τρόπος για τον υπολογισμό της ακουστικής ισχύος είναι εφικτός αν η ολοκλήρωση της ακουστικής έντασης γίνει πάνω σε μία κλειστή σφαίρα με κέντρο τη σημειακή πηγή, της οποίας η ακτίνα τείνει στο μηδέν. Σε μια τέτοια περίπτωση, το ολοκλήρωμα της κανονικής ταχύτητας στην επιφάνεια της σφαίρας, έστω για παράδειγμα για την πηγή 1, ταυτίζεται με τη μιγαδική ένταση  $q_1$  της σημειακής πηγής και επομένως η ακουστική ισχύς από κάθε πηγή μπορεί να γραφεί ως

$$P_1 = \frac{1}{2} \lim_{r \rightarrow r_1} \operatorname{Re}\{p(r)q_1^*\} \quad (\text{A.31.1})$$

και

$$P_2 = \frac{1}{2} \lim_{r \rightarrow r_2} \operatorname{Re}\{p(r)q_2^*\}, \quad (\text{A.31.2})$$

όπου  $q_2$  είναι η μιγαδική ένταση της δεύτερης σημειακής πηγής. Η συνολική ισχύς που καταναλώνεται στο σύστημα είναι το αποτέλεσμα της υπέρθεσης των δύο πηγών και μπορεί να γραφεί ως

$$P_{\text{tot}} = P_1 + P_2. \quad (\text{A.32})$$

Από τις εξισώσεις (A.31.1) και (A.31.2) γίνεται φανερό ότι αυτή η προσέγγιση επιβάλλει τον υπολογισμό της πίεσης  $p(\mathbf{r}_1)$  και  $p(\mathbf{r}_2)$  πάνω στις δύο σημειακές πηγές. Αν

επικεντρωθούμε στην πρώτη πηγή τότε η ακουστική πίεση στο σημείο  $\mathbf{r}_1$  μπορεί να θεωρηθεί ως το αποτέλεσμα της υπέρθεσης τριών διαφορετικών παραγόντων ως

$$p(\mathbf{r}_1) = p_{1,2} + p_{1,indirect} + p_{1,direct} \quad (\text{A.33})$$

όπου ο κάθε όρος εξηγείται ως εξής:

- $p_{1,2}$  είναι η ακουστική πίεση που δημιουργείται από τη λειτουργία της δεύτερης σημειακής πηγής η οποία οδηγείται με κάποια μιγαδική ένταση  $q_2$ . Το μέγεθος αυτό μπορεί να υπολογιστεί με άμεση εφαρμογή των σχέσεων (A.16), (A.18) και (A.19), αγνοώντας την ύπαρξη της πρώτης πηγής και θεωρώντας το σημείο  $\mathbf{r}_1$  ως ένα εσωτερικό σημείο του πεδίου.
- $p_{1,indirect}$  είναι η πίεση που δημιουργείται από την πρώτη σημειακή πηγή η οποία οδηγείται με μιγαδική ένταση  $q_1$  αγνοώντας το απευθείας τμήμα της συνάρτησης μεταφοράς, δηλαδή λαμβάνοντας υπόψιν μόνο τον ανακλώμενο ήχο από το σύνορο του χώρου. Αυτό το μέγεθος προκύπτει ύστερα από τον υπολογισμό της πίεσης  $\mathbf{p}$  και της κανονικής ταχύτητας  $\mathbf{v}$  σε κάθε κόμβο στην επιφάνεια μέσω των σχέσεων (A.16) και (A.18) και την αντικατάσταση αυτών σε μία σχέση όμοια με την (A.19) αλλά αγνοώντας τον όρο του απευθείας τμήματος  $\mathbf{c}_f$  ως

$$p_{1,indirect} = \mathbf{H}_f \mathbf{p} + \mathbf{G}_f \mathbf{v}. \quad (\text{A.34})$$

- $p_{1,direct}$  είναι τέλος η ακουστική πίεση στο σημείο  $\mathbf{r}_1$  όπως αυτή θα υπολογιζόταν αν η πρώτη σημειακή πηγή οδηγείτο με μιγαδική ένταση  $q_1$  θεωρούμενη ότι βρίσκεται σε ανηχοϊκό πεδίο, αγνοώντας δηλαδή τις ανακλάσεις από το σύνορο του χώρου. Ο αντίστοιχος όρος της ακουστικής ισχύος που προκύπτει από την αντικατάσταση του  $p_{1,indirect}$  της σχέσης (A.27) στην (A.31.1) υπολογίζεται τελικά ως

$$P_{1,direct} = \frac{1}{2} \lim_{r \rightarrow 0} \operatorname{Re} \left\{ \frac{j\omega\rho |q_1|^2 e^{-jkr}}{4\pi r} \right\} = \frac{\rho c k^2 |q_1|^2}{8\pi}. \quad (\text{A.35})$$

Με τον ίδιο τρόπο είναι δυνατός και ο υπολογισμός της ακουστικής ισχύος και για τη δεύτερη πηγή.

Η συνολική ακουστική ισχύς του συστήματος στη γενική περίπτωση  $L$  σημειακών πηγών είναι τελικά μια συνάρτηση 2<sup>ου</sup> βαθμού ως προς τις μιγαδικές εντάσεις των πηγών η οποία μπορεί να γραφεί ως (Elliott 1991)

$$P_{tot} = \mathbf{q}^H \mathbf{W} \mathbf{q}, \quad (\text{A.36})$$

όπου για τον πίνακα  $\mathbf{W}$  ισχύουν πάλι αυτά που ειπώθηκαν σε σχέση με την εξίσωση (A.10). Αντίθετα με το αναλυτικό μοντέλο που ο πίνακας  $\mathbf{W}$  είναι πάντα συμμετρικός και πραγματικός, υπολογιστικά λάθη (truncation errors) που εισάγονται από το μοντέλο των συνοριακών στοιχείων μπορούν να οδηγήσουν σε σχετική αποδυνάμωση της συμμετρίας του πίνακα  $\mathbf{W}$ . Αυτή η περίπτωση γίνεται ιδιαίτερα αισθητή όσο οι συχνότητες μελέτης πλησιάζουν τις ιδιοσυχνότητες του χώρου και ειδικά για πολύ μεγάλες τιμές της ακουστικής εμπέδησης. Σε γενικές γραμμές ωστόσο, ο πίνακας  $\mathbf{W}$  είναι σχεδόν συμμετρικός και μπορεί να γίνει τεχνητά συμμετρικός μέσω του μετασχηματισμού  $\mathbf{W} = 1/2(\mathbf{W} + \mathbf{W}^T)$ .

## A.5 Σύγκριση μεταξύ του αναλυτικού και του υπολογιστικού μοντέλου

### A.5.1 Αποτελέσματα προσομοίωσης

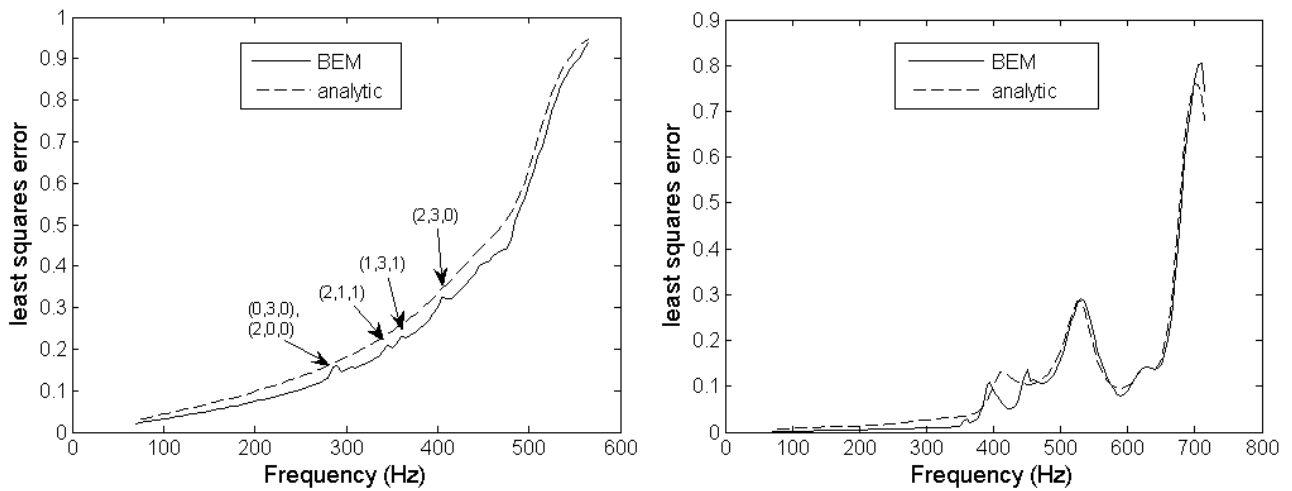
Αποτελέσματα προσομοίωσης παρουσιάζονται για την αναπαραγωγή ενός αρμονικού επίπεδου κύματος σε ένα ορθογώνιο δωμάτιο με διαστάσεις  $L_x=2.8$ ,  $L_y=2.2$  και  $L_z=1$  m. Το ορθογώνιο δωμάτιο επιλέχθηκε έτσι ώστε να μπορεί να γίνει η σύγκριση του υπολογιστικού μοντέλου που προκύπτει με τη χρήση των BEM με το αναλυτικό μοντέλο άθροισης των ιδιομορφών. Οκτώ πηγές τοποθετήθηκαν μέσα στο δωμάτιο, τέσσερις σε κάθε τοίχο παράλληλο στον άξονα των  $y$  και συγκεκριμένα στις θέσεις (0.1 0.3 0.25), (0.1 0.9 0.25), (0.1 0.3 0.75) και (0.1 0.9 0.75) στον ένα τοίχο και στις (2.7 0.3 0.25), (2.7 0.9 0.25), (2.7 0.3 0.75) και (2.7 0.9 0.75) m στον άλλο. Τρία επίπεδα από 56 αισθητήρες το καθένα τοποθετήθηκαν στα ύψη των 0.3, 0.5 και 0.7 m, με τρεις σειρές από δέκτες παράλληλες στον άξονα των  $x$  και 14 δέκτες σε κάθε σειρά. Η επιθυμητή πίεση σε κάθε δέκτη ορίστηκε έτσι ώστε να είναι σαν αυτή ενός επίπεδου κύματος που οδεύει παράλληλα στον άξονα  $x$ . Συνολικά, 1586 τριγωνικά στοιχεία χρησιμοποιήθηκαν για τη διακριτοποίηση του συνόρου και οι συναρτήσεις μεταφοράς από κάθε πηγή σε κάθε δέκτη υπολογίστηκαν με βάση την εξίσωση (A.26). Για κάθε κόμβο θεωρήθηκε μία αρκετά μεγάλη τιμή ακουστικής εμπέδησης θεωρώντας έτσι ένα σκληρό τοίχωμα σε όλα το



σύνορα του χώρου. Αυτή η συνθήκη αποδόθηκε στο αναλυτικό μοντέλο με μια πολύ μικρή τιμή του συντελεστή απόσβεσης. Τέλος, για τον υπολογισμό των συναρτήσεων μεταφοράς στο αναλυτικό μοντέλο χρησιμοποιήθηκαν όλες οι ιδιομορφές του χώρου ως τα 1600 Hz, ενώ οι πηγές μοντελοποιήθηκαν με πολύ μικρό μήκος πλευράς έτσι ώστε να μοιάζουν όσο το δυνατό περισσότερο με σημειακές.

Οι συναρτήσεις μεταφοράς υπολογίστηκαν και για τις δύο μεθόδους για 100 διακριτές συχνότητες από τα 70 έως τα 565 Hz με βήμα 5 Hz. Η επίδοση του συστήματος υπολογίστηκε με βάση το τετραγωνικό σφάλμα ελαχίστων τετραγώνων ( $E_{LS}$ ) και τα αποτελέσματα απεικονίζονται στο σχήμα A.3(α). Σε γενικές γραμμές το σφάλμα στο υπολογιστικό μοντέλο ακολουθεί αρκετά ικανοποιητικά αυτό του αναλυτικού μοντέλου. Το σφάλμα κατά BEM είναι μονίμως λίγο μικρότερο από αυτό του υπολογιστικού μοντέλου ενώ διακρίνονται και κάποιες κορυφές. Αυτές οι μικρές κορυφές στο σφάλμα αναπαραγωγής συμπίπτουν με κάποιες από τις ιδιοσυχνότητες του χώρου. Κατά κύριο λόγο οφείλονται στο μεγάλο αριθμό εξάρτησης του πίνακα συντελεστών  $\mathbf{G}$  που έχει ως αποτέλεσμα να δημιουργούνται ανακρίβειες κατά την αντιστροφή του (βλ. σχέση (A.22)). Αυτές οι ανακρίβειες διογκώνονται στη συγκεκριμένη περίπτωση από τη μεγάλη τιμή της ακουστικής εμπίδησης (και κατά συνέπεια του πίνακα εμπεδήσεων  $\mathbf{Z}$ ) που χρησιμοποιήθηκε για την αναπαράσταση του σκληρού τοιχώματος του χώρου.

Για το ίδιο δωμάτιο εξετάστηκε επίσης το αποτέλεσμα της αναπαραγωγής ενός επίπεδου κύματος που οδεύει με γωνία  $60^\circ$  ως προς τον άξονα  $x$ . Για την επίτευξη αυτού του στόχου προστέθηκαν 12 σημειακές πηγές επιπλέον, έξι σε κάθε τοίχο παράλληλο στον άξονα των  $x$  και συγκεκριμένα στις θέσεις (0.3, 0.1, 0.25), (0.9, 0.1, 0.25), (2.5, 0.1, 0.25), (0.3, 0.1, 0.75), (0.9, 0.1, 0.75), (2.5, 0.1, 0.75) m στον ένα και (0.3, 2.1, 0.25), (0.9, 2.1, 0.25), (2.5, 2.1, 0.25), (0.3, 2.1, 0.75), (0.9, 2.1, 0.75) και (2.5, 2.1, 0.75) m στον άλλο. Το αποτέλεσμα της αναπαραγωγής εξετάστηκε στους ίδιους δέκτες ελέγχου με την προηγούμενη προσομοίωση και απεικονίζεται στο σχήμα A.3(β). Αν και διακρίνονται μικρές αποκλίσεις, η συμφωνία με το αναλυτικό μοντέλο είναι σε γενικές γραμμές ικανοποιητική.



**Σχήμα A.3:** Σύγκριση του τετραγωνικού σφάλματος αναπαραγωγής για το αναλυτικό και το υπολογιστικό μοντέλο για **α.** την αναπαραγωγή ενός επίπεδου κύματος το οποίο οδεύει παράλληλα στον άξονα  $x$  σε ένα ορθογώνιο δωμάτιο και **β.** την αναπαραγωγή ενός επίπεδου κύματος που οδεύει με γωνία  $60^\circ$  ως προς τον άξονα  $x$ .

### A.5.2 Συμπεράσματα

Οι ανάγκες που οδηγούν στην επιλογή του αναλυτικού ή του υπολογιστικού μοντέλου για την προσομοίωση του χώρου αναπαραγωγής είναι διαφορετικές σε κάθε περίπτωση. Εκ πρώτης όψεως, το αναλυτικό μοντέλο περιορίζεται μόνο σε ορθογώνιους παραλληλεπίπεδους χώρους και μάλιστα προϋποθέτει σύνορο με σχετικά μικρή απόσβεση που, για το συγκεκριμένο μοντέλο που μελετήθηκε, είναι ομοιογενής σε όλα τα τοιχώματα του χώρου. Αν και η μέθοδος μπορεί να τροποποιηθεί ώστε να ικανοποιείται η απαίτηση για διαφορετικές συντοριακές συνθήκες σε κάθε ένα από τους έξι τοίχους του ορθογώνιου δωματίου (Nelson 1992), η ελευθερία που προσφέρει το υπολογιστικό μοντέλο έναντι του αναλυτικού είναι εκ πρώτης όψεως ασύγκριτη. Με το υπολογιστικό μοντέλο είναι δυνατόν να προσομοιωθούν χώροι οποιουδήποτε σχήματος, ενώ οι συντοριακές συνθήκες είναι δυνατόν να μεταβάλλονται μέσω του ορισμού της ακουστικής εμπέδησης με οποιοδήποτε θεμιτό τρόπο. Επιπλέον, αντί για σημειακές πηγές είναι δυνατόν να προσομοιωθούν και κατανεμημένες πηγές με πιο πολύπλοκο σχήμα και πιο ρεαλιστικά κατευθυντικά χαρακτηριστικά (Frankort 1978). Σύνδεση του εσωτερικού (interior) με το εξωτερικό (exterior) πρόβλημα είναι επίσης εφικτή παρέχοντας τη δυνατότητα για εξέταση του προβλήματος σε ημι-ανοικτούς χώρους (Seybert 1990). Πέραν αυτών, πιο μικροσκοπικά φαινόμενα είναι δυνατόν να ενσωματωθούν στη διερεύνηση της ηχητικής

αναπαραγωγής, όπως για παράδειγμα τα φαινόμενα περίθλασης λόγω του σχήματος της κεφαλής του ακροατή στο αποτέλεσμα της αναπαραγωγής (Karsten 1993).

Το σημαντικότερο ωστόσο μειονέκτημα της μεθόδου των συνοριακών στοιχείων είναι οι μεγάλες απαιτήσεις σε υπολογιστικό χρόνο και μνήμη, οι οποίες είτε καθιστούν απαγορευτική την προσομοίωση μεγάλων χώρων, είτε περιορίζουν τη διερεύνηση στις χαμηλές σχετικά μόνο συχνότητες. Ένα μεγάλο μέρος από τη βιβλιογραφία είναι αφιερωμένο στην αντιμετώπιση αυτών των προβλημάτων όπως στις εργασίες των Wu (1993), Sheng (2005) και Darve (2000). Ωστόσο, αυτό δεν περιορίζει τη χρησιμότητα αυτής της μεθόδου για τους σκοπούς της συγκεκριμένης μελέτης, καθότι το ενδιαφέρον είναι ούτως ή άλλως στραμμένο στις χαμηλές συχνότητες όπου οι φασματικοί χρωματισμοί από τις ιδιομορφές του χώρου είναι ιδιαίτερα αισθητοί και τα παθητικά μέσα αδυνατούν να αντισταθμίσουν την επίδραση του χώρου σε αυτές τις συχνότητες.



## Βιβλιογραφία

"The telephone at the at the Paris opera," reprinted in J. Audio Eng. Soc. **29**, 368-372 (1981).

Adams C. J., "Adaptive control of loudspeaker frequency response at low frequencies," presented at the 73rd AES convention, Eindhoven, 1983.

Allison R. F., "The influence of room boundaries on loudspeaker output," presented at the 48th AES convention, Los Angeles, 1974.

Anthony D. K. and Elliott S. J., "A comparison of three methods of measuring the volume velocity of an acoustic source," J. Audio. Eng. Soc. **39**, 355-366 (1991).

Asano F. and Swanson D., "Sound equalization in enclosures using modal reconstruction," J. Acoust. Soc. Am. **98**, 2062-2069 (1995).

Asano F., Suzuki Y. and Sone T., "Sound equalization using derivative constraints," *Acustica* **82**, 311-320 (1996).

Bai M. R. and Chang S., "Active noise control of enclosed harmonic fields by using BEM-based optimization techniques," *Applied Acoustics* **48**, 15-32 (1996).

Bai M. R. and Elliott S. J., "Preconditioning multichannel adaptive filtering algorithms using EVD- and SVD-based signal prewhitening and system decoupling," J. Sound. Vib. **270**, 639-655 (2004).

Bai M. R., "Study of acoustic resonance in enclosures using eigenanalysis based on boundary element methods", J. Acoust. Soc. Am. **91**, 2529-2538 (1992).

Beranek, *Acoustics*, American Institute of Physics, (1986)

Berkhout A. J., de Vries D. and Vogel. P., "Acoustic control by wave field synthesis", J. Acous. Soc. Am. **93**, 2764-2776 (1993).

Betlehem T. and Abhayapala T., "Theory and design of sound field reproduction in reverberant rooms", *J. Acous. Soc. Am* **117**, 2100-2111 (2005).

Blauert J., *Spatial hearing: The psychoacoustics of human sound localization*, MIT Press, Cambridge, MA (1983).

Bleinstein N., *Mathematical Methods for wave Phenomena*, Academic Press, New York (1984).

Blumlein A. D., British Patent Specification 394, 325. "Improvements in and relating to sound-transmission, sound recording and sound reproducing systems," Reprinted in *An anthology of reprinted articles on stereophonic techniques*, Audio Engineering Society, New York (1986).

Boone M. M., Verheijen E. and Van Tol P., "Spatial sound-field reproduction by wave field synthesis," *J. Audio Eng. Soc.* **43**, 1003-1011 (1995).

Boone M. M., Verheijen E. and Van Tol P., "The wave field synthesis concept applied to sound reproduction," preprint 3814, 96th convention Audio Eng. Soc. Amsterdam (1994).

Bullmore A. J., Nelson P. H., Curtis A. R. D. and Elliot S. J., "The active minimization of harmonic enclosed sound fields, part II: a computer simulation," *J. Sound Vib.* **117**, 15-33 (1987).

Casas E., Kunish K. and Pola C., "Regularization by functions of bounded variation and application to image enhancement," *Appl. Math. Optim.* **40**, 229-257 (1999).

Celestinos A. and Birkedal Nielsen S., "Low frequency sound field enhancement system for rectangular rooms using multiple low frequency loudspeakers" *Proc. AES 120<sup>th</sup> Convention*, Convention paper 6688, (May 2006).

Celestinos A. and Birkedal Nielsen S., "Optimizing placement and equalization of multiple low frequency loudspeakers in rooms" *Proc. AES 119<sup>th</sup> Convention*, Convention paper 6545, (October 2005).

Cooper D. H. and Shiga T. "Discrete-matrix multichannel stereo," J. Audio. Eng. Soc. 20, 346-360 (1972).

Crighton D. G., Dowling A. P., Ffowcs Williams J. E., Heckl M. and Leppington F. G., *Modern methods in analytical acoustics*, (Springer-Verlag, Germany, 1992).

Darve E., "The fast multipole method: numerical implementation," J. Comput. Phys. **160**, 105-240 (2000).

Eargle J. M., "Multichannel stereo matrix systems: an overview," J. Audio. Eng. Soc. **19**, 552 (1971).

Elliott S. J. and Nelson P. A., "Multiple-point equalization in a room using adaptive digital filters," J. Audio Eng. Soc. **37**, 899-907 (1989).

Elliott S. J., Joseph P., Nelson P. A. and Johnson M. E., "Power output minimization and power absorption in the active control of sound," J. Acoust. Soc. Am. **90**, 2501-2512 (1991).

Elliott S. J., Boucher S. S. and Nelson P. A., "The behavior of a multiple channel active control system," IEEE Trans. Signal Process. **40**, 5, 1041-1052 (1992).

Elliott S. J., Stothers I. M. and Nelson P. A., "A multiple error LMS algorithm and its application to the active control of sound and vibration," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process. **35**, 1423-1434 (1987).

Fielder L. D., "Practical limits for room equalization," in 11<sup>th</sup> AES Convention, New York, USA (September 2001).

Frankfort F. J. M., "Vibration patterns and radiation behaviour of loudspeaker cones," J. Audio Eng. Soc. **26**, 609-622 (1978).

Gauthier P. A. and Berry A., "Adaptive wave field synthesis with independent radiation mode control for active sound field reproduction," J. Acoust. Soc. Am. **119**, 2721-2737 (2006).

Gauthier P. A., Berry A. and Woszczyk W., "Sound-field reproduction in-room using optimal control techniques," J. Acoust. Soc. Am., **117**, 662-678 (2005)

Gerzon M. A., "Periohony: With height sound techniques," J. Audio Eng. Soc. **21**, 2-10 (1973).

Gerzon M. A., "Ambisonics in multi-channel broadcasting and video," J. Audio Eng. Soc. **33**, 600 (1985).

Gerzon M. A., "Criteria for evaluating surround-sound systems," J. Audio Eng. Soc. **25**, 859-871 (1977).

Golub G. H. and Van Loan C. F., *Matrix Computations*, 3 ed. John Hopkins University Press, Baltimore, Maryland (1996).

Groh A. R., "High-fidelity sound system equalization by analysis of standing waves," J. Audio Eng. Soc. **22**, 795-799 (1974).

Hansen C., "Perturbation bounds for discrete Tikhonov regularization," Inverse Problems **5**, 41-44, (1989).

Hansen, P. C., *Rank deficient and discrete ill-posed problems*, (SIAM, Philadelphia, 1998).

Hulsebos E., Vries D. de and Bourdillat E., "Improved microphone array configurations for auralization of sound fields by Wave-Field Synthesis," J. Audio Eng. Soc. **50**, 779-790 (2002).

Ise S., "A principle of sound field control based on the Kirchoff-Helmholtz integral equation and the theory of inverse systems," Act. Acus. **85**, 78-87 (1999).

Jacobsen F. and Juhl P., *Radiation of Sound*, Lecture notes, Technical University of Denmark (2006).

Jacobsen F., *The sound field in a reverberation room*, Lecture notes, Technical University of Denmark (2007).



Karagiannis G. and Kallinikos D., *Σύμματα και συστήματα*, εκδόσεις Συμμεών, ΕΜΠ (1991).

Karjalainen M., Atsalo P. and Makivirta A., "Modal equalization by temporal shaping of room responses," in Proc. AES 23rd Int. Conference, Copenhagen, 2003.

Karsten B. R. and Juhl P. M., "The effect of head shape on spectral stereo theory," J. Audio Eng. Soc. 41, 135-142 (1993).

Kirkeby O. and Nelson P. A., "Reproduction of plane wave sound fields," J. Acoust. Soc. Am. **94**, 2992-3000 (1993).

Kirkeby O. and Nelson P.A., "The 'stereo dipole'- a virtual source imaging system using two closely spaced loudspeakers," J. Audio Eng. Soc. **46**, 387-395 (1998).

Kirkeby O. Nelson P. A., Orduna Bustamante F. and Hamada H., "Local sound field reproduction using digital signal processing," J. Acoust. Soc. Am. **100**, 1584-1593 (1996).

Kirkeby O., Nelson P.A. and Hamada H., "Local sound field reproduction using two closely spaced loudspeakers," J. Acoust. Soc. Am. **104**, 1973-1980 (1998).

Kirkeby O., *Reproduction of acoustic fields*, PhD thesis, University of Southampton (1995).

Kirkup S. M. and Amini S., "Solution of the helmholtz eigenvalue problem via the boundary element method," Int. J. Num. Meth. Eng. **36**, p. 321-330 (1993).

Kleinman R. and Roach G., "Boundary integral equations for the three dimensional Helmholtz Equation," SIAM review 16, 214-236 (1974).

Lipshitz S. P., "Stereo microphone techniques", J. Audio Eng. Soc. **34**, 716-744 (1986).

López J., González A. and Fuster L., "Room compensation in wave field synthesis by means of multichannel inversion," IEEE Workshop on Applications of Signal Processing to Audio and Acoustics, New York (2005).

Makivirta A., Antsalo P., Karjalainen M. and Valimaki V., "Modal equalization of loudspeaker-room responses at low frequencies." J. Audio Eng. Soc. **51**, 324-343 (2003).

Maroulas I. V., *Γραμμική Άλγεβρα*, ΕΜΠ, (1995).

Mechel F. P., *Formulas on acoustics*, Springer-Verlag (2002)

Miyoshi M. and Kaneda Y., "Inverse filtering of room acoustics," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing 36, 145-152 (1988).

Moller P. J., *The boundary element method for sound field calculations*, PhD Thesis, Technical University of Denmark (1993).

Mollo C. G. and Bernhard R. J., "Numerical Evaluation of the performance of active noise control systems," J. Vib. Acoust. **112**, 230-236 (1990).

Molo C. G. and Bernhard R. J., "Generalized method of predicting optimal performance of active noise controllers," AIAA **27**, 1473-1478 (1989).

Morse P. M. and Ingard K. U., *Theoretical Acoustics*, McGraw-Hill Book, New York (1968).

Morse P. M., *Vibration and Sound*, New York, McGraw Hill, second edition (1948).

Mourjopoulos J., "Digital equalization of room acoustics," J. Audio Eng. Soc. 42, 884-900 (1994).

Mourjopoulos J., "On the variation and invertibility of room impulse response functions," J. Sound Vibration 102, . 217-228 (1985).

Munchi A. S., "Equalizability of room acoustics," In Proc. IEEE Int. Conf. Acoustics, Speech, Signal Processing, San Francisco, USA, vol. 2, 217-220 (1992).

Neely S. T. and J. B. Allen, "Invertibility of room impulse responses," J. Acous. Soc. Am **66**, 165-169 (1979).

Nelson P. A. "A review of some inverse problems in acoustics," *Int. J Acous. Vib.* **6**, 118-134 (2001).

Nelson P. A., "Active control of acoustic fields and the reproduction of sound", *J. Sound Vib.* **177**, 447-477 (1994).

Nelson P. A. and Elliot S. J., *Active control of sound*, (Academic, London, 1992).

Nelson P. A., Orduna-Bustamante F. and Hamada H., "Inverse filter design and equalization zones in multichannel sound reproduction," *IEEE Trans. Speech Audio Processing* **3**, 158-192 (1995).

Nicol R. and Emerit M., "3D-sound reproduction over an extensive listening area: a hybrid method derived from holophony and ambisonic," *AES 16<sup>th</sup> International Conference on Spatial Sound Reproduction*, Helsinki, Vol. II, pp 436-453 (1999).

Santillan A. O., "Active equalization of the sound field in an extended region inside a room," In 5th Int. Congress on Sound and Vibration, Australia, vol. 1, 287-294 (December 1997).

Santillan A. O., "Spatially extended sound equalization in rectangular rooms," *J. Acoust. Soc. Am.* **110**, 1989-1997 (2001).

Santillan A. O., Pedersen C. S. and Lydolf M. "Experimental verification of a low-frequency global sound equalization system based on free field propagation," *Applied Acoustics* **68**, 1063-1085 (2007).

Sarris J. C., Jacobsen F. and Cambourakis G., "Sound equalization in a large region of a rectangular enclosure," *J. Acoust. Soc. Am.* **116**, 3271-3274 (2004).

Sarris J., *Ισοστάθμιση της ακουστικής απόκρισης κλειστών χώρων με χρήση τεχνικών ψηφιακής επεξεργασίας σήματος*, *PhD thesis, National Technical University of Athens (2005)*.

Schroeder M. R., "Statistical parameters of the frequency response curves of large rooms," J. Audio Eng. Soc. **35**, 299-306 (1987).

Schroeder M. R., "Die statistischen Parameter der Frequenzkurven von grossen Räumen," Acustica **4**, 594-600 (1954).

Seybert A. F., Cheng C. Y. R. and Wu T. W., "The solution of coupled interior/exterior acoustic problems using the boundary element method," J. Acous. Soc. Am **88**, 1612-1618 (1990).

Sheng L., "An efficient technique for multi frequency acoustic analysis by boundary element method," J. Sound Vibration 283, 971-980 (2005).

Spors S., Buchner H., Rabenstein R. and Herbordt W., "Active listening room compensation for massive multichannel sound reproduction systems using wave-domain adaptive filtering," J. Acou. Soc. Am. **122**, 354-369 (2007).

Spors S., Kuntz A. and Rabenstein R., "Listening room compensation for wave field synthesis," IEEE International Conference on Multimedia and Expo, Baltimore, Maryland USA, July 2003.

Start, E.W., "Application of curved arrays in wave field synthesis", preprint 4143, 100<sup>th</sup> convention Audio Eng. Soc. Copenhagen (1996).

Stefanakis N. and Sarris J., "Sound field reproduction using the boundary element method," in *Proc. ICSV13-Vienna* (2006)

Stefanakis N., Sarris J., Cambourakis G. and Jacobsen F., "Power-output regularization in global sound equalization," J. Acous. Soc. Am **123**, 33-36 (2008)

Takeuchi T. and Nelson P., "Optimal source distribution for binaural synthesis over loudspeakers," J. Acous. Soc. Am. **112**, 2786-2797 (2002).

Tikhonov A. and Arsenin V., *Solution of ill-posed problems*, Winston, Washington DC (1977).

Toole F., E. and Olive S. E., "The modification of timbre by resonances: Perception and measurement," J. Audio Eng. Soc. **36**, 122-142 (1988).

Vanderkooy J., "Multi-source room equalization: reducing room resonances," presented at the 123<sup>rd</sup> AES Convention, New York, 2007.

Verheijen E., *Sound reproduction by wave field synthesis*, PhD thesis, Delft University of Technology (1997).

Vries D. de, "Sound reinforcement by wavefield synthesis: adaptation of the synthesis operator to the loudspeaker directivity characteristics," J. Audio Eng. Soc. **44**, 1120-1131 (1996).

Vries D. de, "The wave field synthesis concept applied to sound reinforcement: restrictions and solutions," preprint 3812, 96<sup>th</sup> convention Audio Eng. Soc. Amsterdam (1994).

Wilson J., Capp. M and Stuart R., "The loudspeaker-room interface-controlling excitation of room modes," in Proc. 23rd AES Int. Conference, Copenhagen, 2003.

Wu T. W., Li W. L. and Seybert A. F., "An efficient boundary element algorithm for multi-frequency acoustical analysis," J. Acous. Soc. Am **94**, 447-452 (1993).

## **Κατάλογος δημοσιεύσεων του Συγγραφέα**

Sarris J. C., Stefanakis N. J. and Cambourakis G. E., "Signal processing techniques for robust multichannel sound equalization," 116th Convention of the Audio Engineering Society, Berlin, Germany, 2004, preprint 6087.

Σαρρής Ι, Στεφανάκης Ν., Καμπουράκης Γ., "Ισοστάθμιση ηχητικής πίεσης σε μεγάλη συνεχή περιοχή παραλληλεπίπεδου χώρου," Ακουστική 2004, Ελληνικό Ινστιτούτο Ακουστικής, Εθνικό Συνέδριο, Θεσσαλονίκη, Σεπτέμβριος 2004.

Stefanakis N. and Sarris J., "Sound field reproduction using the boundary element method," in Proc. ICSV13-Vienna (2006).

Stefanakis N., Sarris J. and Cambourakis G., "Source placement for equalization in small enclosures," J. Audio Eng. Soc. (accepted).

Stefanakis N., Sarris J., Cambourakis G. and Jacobsen F., "Power output regularization in global sound equalization," J. Acous. Soc. Am. 123, pp 33-36 (2008).

Stefanakis N., Dalianis S., Karatzas T. and Cambourakis G., "Power output regularization in the active reproduction of sound fields in rooms," accepted for presentation in Acoustics' 08, Paris.