

Ασκήσεις και Εργαστήριο 6: Κυκλώματα RLC υπό Ημιτονοειδείς Διεγέρσεις

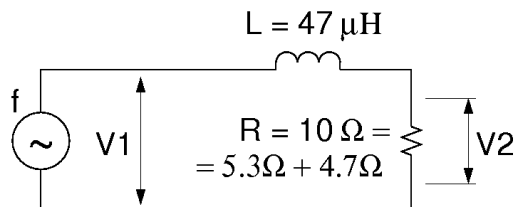
13 έως 15 Απριλίου 2010 (βδομάδα 8)

Διαβάστε επιλεγμένα θέματα σχετικά με την απόκριση μόνιμης κατάστασης κυκλωμάτων που περιέχουν αντιστάσεις, πυκνωτές, και πηνία, και των οποίων οι πηγές είναι ημιτονοειδείς συναρτήσεις του χρόνου, δεδομένης συχνότητας (και ενδεχομένως διαφόρων φάσεων). Διαβάστε για τα θέματα αυτά:

- Η γενική ιδέα του τι συμβαίνει σε κυκλώματα RLC υπό ημιτονοειδείς πηγές (όλα τα ρεύματα και όλες οι τάσεις είναι επίσης ημιτονοειδείς, της ίδιας συχνότητας, αλλά ενδεχομένως διαφορετικής φάσης), πώς απλοποιούμε την ανάλυσή τους (φανταζόμαστε ότι οι πηγές και όλα τα ρεύματα και οι τάσεις είναι οι προβολές στο οριζόντιο άξονα (το "πραγματικό μέρος") διδιάστατων (μγαδικών) μεγεθών που "περιστρέφονται" γύρω από την αρχή των αξόνων, όλα με την ίδια γωνιακή ταχύτητα, αλλά με διάφορα πλάτη και φάσεις), και τι είναι η τεχνική των "φασόρων" (ένας μγαδικός αριθμός, σταθερός -- δηλαδή που δεν είναι συνάρτηση του χρόνου-- και ο οποίος πολλαπλασιάζει μία μγαδική συνάρτηση του χρόνου η οποία "περιστρέφεται" γύρω από την αρχή των αξόνων, με αποτέλεσμα να της αλλάξει πλάτος και φάση): Βιβλίο Agarwal-Lang: §13.1 και §13.2 (εκτός 13.2.3) --σελ. 703-712 (ή βιβλίο Rizzoni: σελ. 211-220).
- Σύνθετη αντίσταση (εμπέδηση - Impedance) ωμικής αντίστασης, χωρητικότητας, και αυτεπαγωγής: Βιβλίο Agarwal-Lang: σελ. 713-716 (ή βιβλίο Rizzoni: σελ. 221-225).
- Παραδείγματα εφαρμογής των δύο παραπάνω: Βιβλίο Agarwal-Lang: σελ. 717-724 (πιο πολύπλοκα παραδείγματα, που δεν τα καλύψαμε: σελ. 724-731) (ή βιβλίο Rizzoni: σελ. 226-228 και 233-234· πιο πολύπλοκα, που δεν τα καλύψαμε: σελ. 229-232 και 235-249).
- Εφαρμογή των παραπάνω στη μελέτη της συμπεριφοράς των κυκλωμάτων RC και RL σαν βαθυπερατά (low-pass) ή υψιπερατά (high-pass) φίλτρα: απόκριση συχνοτήτων, και η αναπαράστασή της σε λογαριθμικές κλίμακες, decibel, και οκτάβες. Τις εφαρμογές αυτές θα τις βρήτε στο βιβλίο Agarwal-Lang, §13.4, σελ. 731-743, και επίσης αποτελούν και το αντικείμενο των παρακάτω ασκήσεων και εργαστηριακών πειραμάτων (το αντίστοιχο υλικό στο βιβλίο Rizzoni βρίσκεται στο κεφάλαιο 5: §5.3, §5.4). (Επιπλέον εφαρμογές -- που δεν τις είπαμε στο μάθημα-- σε φίλτρα, ηχεία, και ενισχυτές μπορείτε να βρείτε στο βιβλίο Agarwal-Lang, §13.5 και §13.6, σελ. 744-757).
- Ισχύς και ενέργεια ημιτονοειδών τάσεων-ρεύμάτων: RMS (root-mean-square) τάση/ρεύμα = $0.707 \cdot \text{peak τάση/ρεύμα}$, ισχύς = τάση RMS * ρεύμα RMS * συνημίτονο της γωνίας διαφοράς φάσης τάσης-ρεύματος: Βιβλίο Agarwal-Lang: §13.7, σελ. 757-764 (στο βιβλίο Rizzoni, λίγα για τιμές RMS υπάρχουν στις σελ. 206-208, ενώ το πλήρες αντίστοιχο υλικό βρίσκεται στο κεφάλαιο 6: §6.1, §6.2).

Άσκηση 6.1 Απόκριση Συχνοτήτων Βαθυπερατού Φίλτρου LR

Θεωρήστε το κύκλωμα πηνίου και αντίστασης που φαίνεται δεξιά. Η αντίσταση $R = 10 \Omega$ προορίζεται να παραστήσει το άθροισμα της εσωτερικής αντίστασης του πηνίου (το πολύ 5.8Ω κατά τον κατασκευαστή --ας πούμε μέση τιμή 5.3Ω εμείς εδώ) και μιάς εξωτερικής, δικής μας αντίστασης 4.7Ω στο πείραμα 6.4 παρακάτω. Η πηγή παρέχει ημιτονοειδή τάση V_1 , συχνότητας f (Hz = cycles/s) και γωνιακής ταχύτητας $\omega = 2\pi \cdot f$ (rad/s).



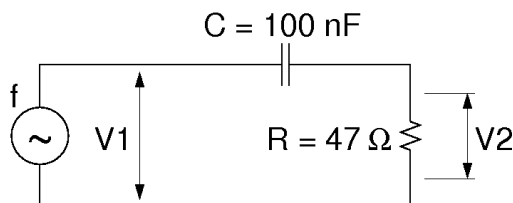
Από τη θεωρία ξέρουμε ότι, για τη δεδομένη συχνότητα f και γωνιακή ταχύτητα ω , η σύνθετη αντίσταση (εμπέδηση - impedance) του πηνίου είναι $Z_L = j\omega L$ (μγαδικός αριθμός --όπου j είναι η

φανταστική μονάδα), η εμπέδηση της αντίστασης είναι $Z_R = R$, και η συνολική εμπέδηση των δύο στοιχείων εν σειρά είναι το άθροισμα, $R + j\omega L$. Από τον διαιρέτη τάσης προκύπτει ότι ο λόγος τάσης εξόδου προς τάση εισόδου (η συνάρτηση μεταφοράς) είναι $V_2/V_1 = R / (R + j\omega L) = 1 / [1 + j\omega(L/R)]$. Η διαίρεση αυτή, μιγαδικών αριθμών, γίνεται ευκολότερα σε πολικές συντεταγμένες: αν εκφράσουμε τον παρονομαστή σαν μέτρο και γωνία, τότε ο αντίστροφός του έχει το αντίστροφο μέτρο και την αντίθετη γωνία. Ο μιγαδικός αριθμός που προκύπτει (συνάρτηση μεταφοράς) μας δίνει τη σχέση τάσης εξόδου, V_2 , ως προς τάση εισόδου, V_1 : πολλαπλασιάζοντας την V_1 επί τη συνάρτηση μεταφοράς προκύπτει η V_2 , δηλαδή το μέτρο της V_2 είναι το μέτρο της V_1 επί το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς, και η συνημιτονοειδής καμπύλη της V_2 σαν συνάρτηση του χρόνου προπορεύεται εκείνης της V_1 κατά τη γωνία της συνάρτησης μεταφοράς. Εδώ, που η συνάρτηση μεταφοράς έχει μέτρο μικρότερο της μονάδας και γωνία αρνητική, η τάση εξόδου θα είναι μικρότερη της τάσης εισόδου, και η συνημιτονοειδής καμπύλη της εξόδου θα έπεται χρονικά εκείνης της εισόδου.

Υπολογίστε το μέτρο και τη γωνία της παραπάνω συνάρτησης μεταφοράς για το κύκλωμα του σχήματος ($L = 47 \mu\text{H}$, $R = 10 \Omega$), για κάθε μιά από τις εξής συχνότητες πηγής: 1 kHz, 2 kHz, 4 kHz, 8 kHz, 16 kHz, 25 kHz, **34 kHz**, 50 kHz, 65 kHz, 125 kHz, 250 kHz, 500 kHz, και 1 MHz. Στην παραπάνω "γκάμα" συχνοτήτων, η "κεντρική" συχνότητα, 34 kHz, υποδεικνύει το "γόνατο" της συνάρτησης μεταφοράς (τη "συχνότητα αποκοπής"): εκεί όπου ο παρονομαστής γίνεται $(1+j)$, δηλαδή η γωνιακή ταχύτητα ισούται με 1 rad ανά σταθερά χρόνου του κυκλώματος (σταθερά χρόνου $= L/R$). Όπως θα διαπιστώσετε, στις πολύ "χαμηλές" συχνότητες (πολύ χαμηλότερες από τη συχνότητα αποκοπής), η έξοδος V_2 είναι σχεδόν ίση με την είσοδο V_1 (συνάρτηση μεταφοράς ≈ 1), αφού τα πηνία συμπεριφέρονται σαν βραχυκύκλωμα στις χαμηλές συχνότητες: αντίθετα, στις πολύ "ψηλές" συχνότητες (πολύ ψηλότερες από τη συχνότητα αποκοπής), η έξοδος είναι πολύ μικρότερη από την είσοδο (μέτρο συνάρτησης μεταφοράς $\ll 1$), αφού τα πηνία συμπεριφέρονται σαν ανοικτό κύκλωμα στις ψηλές συχνότητες --εξ ου και το όνομα "βαθυπερατό φίλτρο".

Άσκηση 6.2 Απόκριση Συχνοτήτων Υψιπερατού Φίλτρου RC

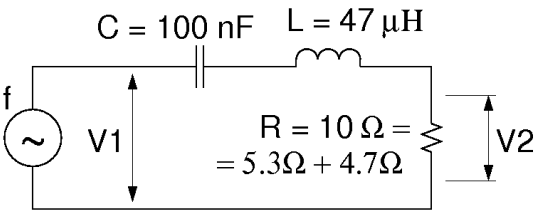
Θεωρήστε το κύκλωμα πυκνωτή - αντίστασης που φαίνεται δεξιά. Κατ' αντιστοιχία προς το προηγούμενο κύκλωμα L-R, για τη δεδομένη συχνότητα f και γωνιακή ταχύτητα ω , η εμπέδηση του πυκνωτή είναι $Z_C = 1/j\omega C$, η εμπέδηση της αντίστασης είναι $Z_R = R$, και η συνολική εμπέδηση των δύο στοιχείων εν σειρά είναι το άθροισμα, $R + 1/j\omega C$. Από τον διαιρέτη τάσης προκύπτει ότι η συνάρτηση μεταφοράς είναι $V_2/V_1 = R / [R + (1/j\omega C)] = j\omega RC / (1 + j\omega RC)$. Εδώ, η συνάρτηση μεταφοράς έχει και πάλι μέτρο μικρότερο της μονάδας, αλλά γωνία θετική, επομένως η τάση εξόδου θα είναι μικρότερη της τάσης εισόδου, και η συνημιτονοειδής καμπύλη της εξόδου θα προπορεύεται χρονικά εκείνης της εισόδου.



Υπολογίστε όπως και στην άσκηση 6.1 το μέτρο και τη γωνία της συνάρτησης μεταφοράς για το κύκλωμα του σχήματος ($C = 100 \text{ nF}$, $R = 47 \Omega$), για κάθε μιά από τις ίδιες συχνότητες πηγής: 1 kHz, 2 kHz, 4 kHz, 8 kHz, 16 kHz, 25 kHz, **34 kHz**, 50 kHz, 65 kHz, 125 kHz, 250 kHz, 500 kHz, και 1 MHz. Και πάλι η "κεντρική" συχνότητα, 34 kHz, είναι η συχνότητα αποκοπής, εκεί όπου ο παρονομαστής γίνεται $(1+j)$, δηλαδή η γωνιακή ταχύτητα ισούται με 1 rad ανά σταθερά χρόνου του κυκλώματος (σταθερά χρόνου $= RC$ --και εδώ η σταθερά χρόνου είναι 4.7 μs , όπως και στην άσκηση 6.1). Όπως θα διαπιστώσετε, στις πολύ "χαμηλές" συχνότητες (πολύ χαμηλότερες από τη συχνότητα αποκοπής), η έξοδος είναι πολύ μικρότερη από την είσοδο (μέτρο συνάρτησης μεταφοράς $\ll 1$), αφού οι πυκνωτές συμπεριφέρονται σαν ανοικτό κύκλωμα στις χαμηλές συχνότητες: αντίθετα, στις πολύ "ψηλές" συχνότητες (πολύ ψηλότερες από τη συχνότητα αποκοπής), η έξοδος V_2 είναι σχεδόν ίση με την είσοδο V_1 (συνάρτηση μεταφοράς ≈ 1), αφού οι πυκνωτές συμπεριφέρονται σαν βραχυκύκλωμα στις ψηλές συχνότητες --εξ ου και το όνομα "υψιπερατό φίλτρο".

Άσκηση 6.3 Απόκριση Ζωνοπερατού Φίλτρου LC - Συντονισμός

Θεωρήστε το *συντονιζόμενο* κύκλωμα πηνίου-πυκνωτή, με μία μικρή αντίσταση όπως στην άσκηση 6.1, που φαίνεται δεξιά. Όπως και πριν, η εμπέδηση του πηνίου είναι $Z_L = j\omega L$, η εμπέδηση του πυκνωτή είναι $Z_C = 1/j\omega C = -j/\omega C$, η εμπέδηση της αντίστασης είναι $Z_R = R$, και η συνολική εμπέδηση των τριών στοιχείων εν σειρά είναι το άθροισμα, $R + j(\omega L - 1/\omega C)$. Από τον διαιρέτη τάσης προκύπτει ότι η συνάρτηση μεταφοράς είναι $V_2/V_1 = R / [R + j(\omega L - 1/\omega C)] = 1 / \{1 + j[\omega(L/R) - 1/\omega RC]\}$. Εδώ βλέπουμε ότι το μέτρο του παρονομαστή ελαχιστοποιείται --άρα το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς μεγιστοποιείται-- όταν η εμπέδηση του πυκνωτή, $Z_C = -j/\omega C$, γίνεται ακριβώς αντίθετη της εμπέδησης του πηνίου, $Z_L = j\omega L$, δηλαδή όταν $\omega L = 1/\omega C$, ή αλλιώς $\omega = 1/\sqrt{LC}$, που είναι ακριβώς η ιδιοσυχνότητα ταλάντωσης (συντονισμού) του κυκλώματος L-C που ξέραμε από το εργαστήριο 5.



Υπολογίστε όπως και στην άσκηση 6.1 το μέτρο και τη γωνία της συνάρτησης μεταφοράς για το κύκλωμα του σχήματος ($C = 100 \text{ nF}$, $L = 47 \text{ μH}$, $R = 10 \text{ Ω}$), για κάθε μία από τις εξής συχνότητες πηγής: 6 kHz, 12 kHz, 25 kHz, 35 kHz, 50 kHz, 60 kHz, **73.41 kHz**, 90 kHz, 100 kHz, 140 kHz, 200 kHz, 400 kHz, και 800 kHz. Εδώ, η "κεντρική" συχνότητα, 73.41 kHz, είναι η συχνότητα συντονισμού. Όπως θα διαπιστώσετε, στη συχνότητα συντονισμού η έξοδος V_2 είναι ίση με την είσοδο V_1 (συνάρτηση μεταφοράς = 1), ενώ τόσο "λίγο κάτω" όσο και "λίγο πάνω" από τη συχνότητα συντονισμού η έξοδος είναι πολύ μικρότερη από την είσοδο (μέτρο συνάρτησης μεταφοράς $\ll 1$), αφού είτε ο πυκνωτής (προς τα κάτω) είτε το πηνίο (προς τα πάνω) συμπεριφέρονται σαν ανοικτό κύκλωμα --εξ ου και το όνομα "ζωνοπερατό φίλτρο", αφού αφήνει να περάσουν μόνο μία ζώνη συχνοτήτων. Οι δέκτες ραδιοφώνων, τηλεοράσεων, και γενικά ασύρματων επικοινωνιών χρησιμοποιούν αυτή την αρχή για να "συντονίζονται" στη συχνότητα ενός σταθμού, και να αποκόπτουν τα σήματα από σταθμούς άλλων συχνοτήτων.

Πείραμα 6.4 Βαθυπερατό Φίλτρο LR στο Εργαστήριο

Κατασκευάστε στο εργαστήριο το κύκλωμα της άσκησης [6.1](#) παραπάνω και μετρήστε τη συνάρτηση μεταφοράς του. Στο εργαστήριο θα βάλετε μόνο την αντίσταση 4.7 Ω --τα υπόλοιπα είναι η εσωτερική αντίσταση του πηνίου (της οποίας την πραγματική τιμή μετρήστε προηγουμένως --εκτός κυκλώματος!-- με το ωμόμετρο). Χρησιμοποιήστε την παλμογεννήτρια, σε ημιτονοειδές σήμα, σαν πηγή, το κανάλι 1 του παλμογράφου για να βλέπετε την τάση V_1 , και το κανάλι 2 για να βλέπετε την V_2 . Επειδή η V_2 είναι η τάση πάνω στα 4.7 Ω μόνο από την περίπου διπλάσια ολική αντίσταση μετά την V_1 , οι τάσεις V_2 που θα βλέπετε εδώ θα είναι περίπου οι μισές από αυτές που υπολογίσατε στην άσκηση 6.1.

Προσοχή: Ρυθμίστε την τάση της πηγής σε σχετικά χαμηλές τιμές, τουλάχιστο για τις συχνότητες εκείνες που η εμπέδηση του πηνίου δεν είναι πολύ μεγάλη: η πηγή μεν μπορεί να δώσει γύρω στα 10 Volt, αν όμως τέτοιες τάσεις εμφανιστούν πάνω στην τόσο χαμηλή αντίσταση $R=4.7\Omega$, αυτή θα καεί! Παραδείγματός χάριν, και για ευκολία μετρήσεων, ρυθμίστε την τάση κορυφής της πηγής στο 1 Volt, οπότε η τάση κορυφής της V_2 θα ισούται με το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς. Μόνο στις πολύ ψηλές συχνότητες, όπου η συνάρτηση μεταφοράς παίρνει εξαιρετικά μικρές τιμές (δηλαδή η εμπέδηση του πηνίου είναι πολύ μεγάλη, άρα σχεδόν όλη η τάση της πηγής "πέφτει" πάνω στο πηνίο, και πολύ λίγη στην αντίσταση), εάν η τάση V_2 είναι τόσο μικρή που η μέτρησή της καθίσταται προβληματική, τότε ανεβάστε την τάση πηγής π.χ. στα 10 Volt για να πάρετε ευκρινέστερες μετρήσεις. Σε κάθε αλλαγή συχνότητας, πιθανότατα να πρέπει να ξαναρυθμίζετε την τάση πηγής, για να διατηρείται η V_1 στο επίπεδο που την θέλετε, δεδομένου ότι η πηγή σας δεν είναι ιδανική, δηλαδή η εσωτερική της αντίσταση δεν είναι μηδέν.

Μετρήστε το μέτρο και τη γωνία της συνάρτησης μεταφοράς για κάθε μία από τις συχνότητες της άσκησης 6.1 (και πιθανόν και για περισσότερες). **Απεικονίστε** τόσο τους υπολογισμούς σας της άσκησης 6.1 όσο και τις μετρήσεις σας αυτού του πειράματος στο χαρτί millimetre με λογαριθμική κλίμακα συχνοτήτων (οριζόντια) που σας δίνεται. Για το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς, χρησιμοποιήστε λογαριθμική κλίμακα και στον κατακόρυφο άξονα: για τη γωνία,

προτιμήστε γραμμική κλίμακα, στον κατακόρυφο άξονα. **Συγκρίνετε** τις τιμές των υπολογισμών με τις τιμές των μετρήσεων, και εξηγήστε/σχολιάστε τυχόν αποκλίσεις. Επίσης, παρατηρήστε ότι η τάση V_2 είναι ανάλογη προς το ρεύμα του κυκλώματος, αφού είναι τάση πάνω σε μία αντίσταση: άρα, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι στο κανάλι 2 του παλμογράφου βλέπουμε το ρεύμα του πηνίου. Στις ψηλές συχνότητες, όταν V_2 πολύ μικρή, η τάση του πηνίου, V_1-V_2 , είναι σχεδόν ίση με την V_1 , άρα είναι σχεδόν ό,τι βλέπουμε στο κανάλι 1. Υπ' αυτές τις συνθήκες, ελέγξτε ότι όντως η τάση του πηνίου, σε κάθε χρονική στιγμή, είναι ανάλογη προς την *παράγωγο* του ρεύματος που περνά από μέσα του εκείνη τη στιγμή.

Πείραμα 6.5 Υψιπερατό Φίλτρο RC στο Εργαστήριο

Κατασκευάστε στο εργαστήριο το κύκλωμα της άσκησης [6.2](#) παραπάνω και μετρήστε τη συνάρτηση μεταφοράς του. Χρησιμοποιήστε την παλμογεννήτρια, σε ημιτονοειδές σήμα, σαν πηγή, το κανάλι 1 του παλμογράφου για να βλέπετε την τάση V_1 , και το κανάλι 2 για να βλέπετε την V_2 . Προσέξτε, όπως και στο πείραμα 6.4, να ρυθμίζετε την τάση της πηγής σας σε σχετικά χαμηλές τιμές ώστε να μην κάψετε την αντίσταση! (Μόνον στις πολύ χαμηλές συχνότητες, όταν η εμπίδση του πυκνωτή είναι πολύ μεγάλη, εάν η τάση V_2 είναι τόσο μικρή που η μέτρησή της καθίσταται προβληματική, τότε ανεβάστε την τάση πηγής π.χ. στα 10 Volt για να πάρετε ευκρινέστερες μετρήσεις).

Μετρήστε το μέτρο και τη γωνία της συνάρτησης μεταφοράς για κάθε μία από τις συχνότητες της άσκησης 6.2 (και πιθανόν και για περισσότερες). **Απεικονίστε** γραφικά τόσο τους υπολογισμούς σας της άσκησης 6.2 όσο και τις μετρήσεις σας αυτού του πειράματος, κατ' αναλογία όπως και στο πείραμα 6.4. **Συγκρίνετε** τις τιμές των υπολογισμών με τις τιμές των μετρήσεων, και εξηγήστε/σχολιάστε τυχόν αποκλίσεις. Όπως είπαμε στο πείραμα 6.4, η τάση V_2 , στο κανάλι 2 του παλμογράφου, είναι ανάλογη προς το ρεύμα του πυκνωτή. Στις χαμηλές συχνότητες, όταν V_2 πολύ μικρή, η τάση του πυκνωτή, V_1-V_2 , είναι σχεδόν ίση με την V_1 , άρα είναι σχεδόν ό,τι βλέπουμε στο κανάλι 1. Υπ' αυτές τις συνθήκες, ελέγξτε ότι όντως το ρεύμα του πυκνωτή, σε κάθε χρονική στιγμή, είναι ανάλογο προς την *παράγωγο* της τάσης του εκείνη τη στιγμή.

Πείραμα 6.6 Ζωνοπερατό, Συντονιζόμενο Φίλτρο LC στο Εργαστήριο

Κατασκευάστε στο εργαστήριο το κύκλωμα της άσκησης [6.3](#) παραπάνω και μετρήστε τη συνάρτηση μεταφοράς του. Στο εργαστήριο θα βάλετε μόνο την αντίσταση 4.7Ω --τα υπόλοιπα είναι η εσωτερική αντίσταση του πηνίου που μετρήσατε στο πείραμα 6.4. Χρησιμοποιήστε την παλμογεννήτρια, σε ημιτονοειδές σήμα, σαν πηγή, το κανάλι 1 του παλμογράφου για να βλέπετε την τάση V_1 , και το κανάλι 2 για να βλέπετε την V_2 . Επειδή η V_2 είναι η τάση πάνω στα 4.7Ω μόνο από την περίπου διπλάσια ολική αντίσταση μετά την V_1 , οι τάσεις V_2 που θα βλέπετε εδώ θα είναι περίπου οι μισές από αυτές που υπολογίσατε στην άσκηση 6.3. Προσέξτε, όπως και στο πείραμα 6.4, να ρυθμίζετε την τάση της πηγής σας σε σχετικά χαμηλές τιμές ώστε να μην κάψετε την αντίσταση! (Μόνον σε συχνότητες πολύ μακριά από το συντονισμό, όταν η εμπίδση του πυκνωτή ή του πηνίου είναι πολύ μεγάλη, εάν η τάση V_2 είναι τόσο μικρή που η μέτρησή της καθίσταται προβληματική, τότε ανεβάστε την τάση πηγής π.χ. στα 10 Volt για να πάρετε ευκρινέστερες μετρήσεις).

Ψάξτε να βρείτε και να μετρήσετε τη συχνότητα συντονισμού: τη συχνότητα εκείνη όπου μεγιστοποιείται το πλάτος της εξόδου V_2 : τι διαφορά φάσης έχει η V_2 από τη V_1 στη συχνότητα συντονισμού, και γιατί; **Μετρήστε** το μέτρο και τη γωνία της συνάρτησης μεταφοράς για πολλές συχνότητες γύρω από τη συχνότητα συντονισμού --πύ πυκνά κοντά στη συχνότητα συντονισμού, και κάπως αραιότερα πύ μακριά. **Απεικονίστε** γραφικά τόσο τους υπολογισμούς σας της άσκησης 6.3 όσο και τις μετρήσεις σας αυτού του πειράματος, κατ' αναλογία όπως και στο πείραμα 6.4. **Συγκρίνετε** τις τιμές των υπολογισμών με τις τιμές των μετρήσεων, και εξηγήστε/σχολιάστε τυχόν αποκλίσεις. Παρατηρήστε ότι η συχνότητα συντονισμού πιθανότατα διαφέρει από τα 73.41 kHz της άσκησης 6.3 --γιατί;