

## Εργαστήριο 2: Δίκτυα Αντιστάσεων, Ισοδύναμα Thevenin/Norton

28 Φεβρουαρίου - 2 Μαρτίου 2011 (βδομάδα 3)

**Διάβασμα:** Διαβάστε το κεφάλαιο 2, "Ανάλυση Δικτύων Αντιστάσεων", από το βιβλίο, ως εξής:

- Επί τροχάδην τις σελίδες 81-99 - §2.2 (όταν πάρετε το βιβλίο), για την μέθοδο των κόμβων (ΣΕ1, σελ. 85): ορίζουμε τις τάσεις των κόμβων σαν τις άγνωστες μεταβλητές μας, γράφουμε εξισώσεις βάσει του κανόνα ρευμάτων του Kirchhoff για τα ρεύματα που είναι συναρτήσεις των τάσεων και αντιστάσεων, και λύνουμε το σύστημα εξισώσεων που προκύπτει. Πρόκειται για γενική μεθοδολογία, που εμείς την περνούμε "στα γρήγορα" λόγω έλλειψης χρόνου (και επειδή δεν μας προσφέρει κανένα ιδιαίτερο "insight" (διαισθητική κατανόηση) στη συμπεριφορά των κυκλωμάτων).
- Ξεφυλλίστε τις σελίδες 99-111 - §2.3 για τη μέθοδο των ρευμάτων (ΣΕ2, σελ. 102): είναι δεικτική της μεθόδου των κόμβων, και λιγότερο χρησιμοποιούμενη.
- Όποιος ενδιαφέρεται για εμβάθυνση μπορεί να ρίξει μιά ματιά στην §2.4 (σελ. 111-117) περί εξαρτημένων πηγών: δεν έχουμε το χρόνο να ασχοληθούμε με τέτοιες στο μάθημά μας, αλλά αυτές χρησιμοποιούνται κατά κόρον στην ανάλυση της λειτουργίας ενισχυτών με τρανζίστορς.
- Διαβάστε προσεκτικά την §2.5, σελ. 117-122, για την Αρχή της Υπέρθεσης, που είναι χρήσιμη για την κατανόηση και επίλυση κυκλωμάτων που περιέχουν πολλαπλές πηγές. Αφορά κυκλώματα που περιέχουν πηγές τάσεων, πηγές ρευμάτων, και αντιστάσεις. Ο λόγος που ισχύει η αρχή της υπέρθεσης είναι ότι και για τα τρία αυτά στοιχεία κυκλώματος, η σχέση ρεύματος-τάσης τους είναι μιά γραμμική συνάρτηση. Η αρχή της υπέρθεσης λέει ότι κάθε ρεύμα και κάθε τάση στο κύκλωμα που μας δίδεται είναι το άθροισμα των αντίστοιχων μεγεθών σε μιά σειρά από άλλα κυκλώματα --δηλαδή σαν να κάνουμε υπέρθεση αυτών των άλλων κυκλωμάτων: καθένα από αυτά τα άλλα κυκλώματα είναι ίδιο με το αρχικό, αλλά έχει **μόνο μιά πηγή** με την κανονική της τιμή, και όλες τις άλλες με τιμή **μηδέν**. **ΠΡΟΣΟΧΗ:** πηγή τάσης με τιμή μηδέν σημαίνει βραχυκύκλωμα, ενώ πηγή ρεύματος με τιμή μηδέν σημαίνει ανοικτοκύκλωμα.
- Αποδείξαμε στο μάθημα ότι οιοδήποτε μονόθυρο δίκτυο αποτελούμενο από αντιστάσεις και μόνο έχει σχέση ρεύματος-τάσης στα άκρα της θύρας του που είναι γραμμική συνάρτηση χωρίς σταθερή ποσότητα, δηλαδή συμπεριφέρεται σαν μιά και μοναδική **ισοδύναμη αντίσταση**. Η απόδειξη στηρίζεται στην παρατήρηση ότι εάν έχουμε μιά λύση του συστήματος για κάποιο ρεύμα και τάση της θύρας, τότε, αν πολλαπλασιάσουμε επί τον ίδιο παράγοντα όλες τις τάσεις και όλα τα ρεύματα του κυκλώματος, θα προκύψει μιά άλλη λύση του κυκλώματος, που θα ισχύει για τα αντίστοιχα πολλαπλάσια της τάσης και ρεύματος της θύρας. Η ιδιότητα αυτή χρησιμεύει για την απόδειξη της ύπαρξης του ισοδύναμου κυκλώματος κάθε μονόθυρου δικτύου αποτελούμενου από (σταθερές) αντιστάσεις και πηγές τάσεων - ρευμάτων:
- Διαβάστε προσεκτικά την §2.6, σελ. 122-147, για τα ισοδύναμα κυκλώματα -κατά Thevenin και Norton- των μονόθυρων δικτύων. Η σχέση ρεύματος-τάσης στη θύρα τους είναι μιά **γραμμική συνάρτηση**:  $V = V_s - I \cdot R_{\text{equiv}}$ , ή  $I = I_s - V/R_{\text{equiv}}$ . Η απόδειξη χρησιμοποιεί την αρχή της υπέρθεσης, τη μιά φορά με μιά μόνο εξωτερική πηγή και την άλλη φορά χωρίς εξωτερική πηγή αλλά με όλες τις εσωτερικές. Όταν δεν υπάρχουν εσωτερικές πηγές, τότε αποδείξαμε προηγουμένως τη γραμμική σχέση της ισοδύναμης (εσωτερικής) αντίστασης,  $R_{\text{equiv}}$ . Όταν υπάρχουν όλες οι εσωτερικές πηγές και δεν υπάρχει εξωτερική, τότε προκύπτει ο σταθερός όρος της τάσης ανοικτοκυκλώματος  $V_s$ , ή του ρεύματος βραχυκυκλώματος  $I_s$ .
- Διαβάστε την §2.7 (σελ. 148-153) για την ισχύ που δίνει μιά πραγματική πηγή (με εσωτερική αντίσταση) σε μιά αντίσταση φορτίου, και πότε αυτή μεγιστοποιείται (προσαρμογή φορτίου, όπως στα ηχεία των στερεοφωνικών ενισχυτών).
- Διαβάστε για τις μεθόδους προσεγγιστικής ανάλυσης κυκλωμάτων με Μη Γραμμικά

Στοιχεία, στην §2.8, σελ. 153-160.

**Ασκήσεις:** Λύστε και παραδώστε σε χαρτί την Τετάρτη 2 Μαρτίου τις ασκήσεις από το βιβλίο (σελίδες 167-171): 2.33, 2.34, 2.52 (βρίσκοντας το ισοδύναμο Thevenin του εργοστασίου **μαζί** με τα δύο πρώτα φορτία,  $R_1$  και  $R_2$ ), 2.53, 2.54, και 2.55.

## 2.1 Ποτενσιόμετρο (Ροοστάτης) - Μεταβλητή Αντίσταση

Τα ποτενσιόμετρα (ή ροοστάτες), όπως αυτό της φωτογραφίας δεξιά (από [wiktionary.org](http://wiktionary.org)), είναι αντιστάσεις που έχουν και έναν τρίτο, "μεσαίο" ακροδέκτη. Ο τρίτος ακροδέκτης κάνει επαφή σε ένα ενδιάμεσο σημείο της συνολικής αντίστασης, η οποία συνολική αντίσταση είναι συνδεδεμένη μεταξύ των δύο ακραίων επαφών. Περιστρέφοντας τον άξονα του ποτενσιόμετρου, αλλάζουμε το σημείο επαφής του μεσαίου ακροδέκτη, από τη μία ως την άλλη άκρη της αντίστασης. Έτσι, το συνολικό κύκλωμα είναι σαν δύο μεταβλητές αντιστάσεις εν σειρά, αλλά που το άθροισμά τους (η ολική αντίσταση) παραμένει σταθερό.

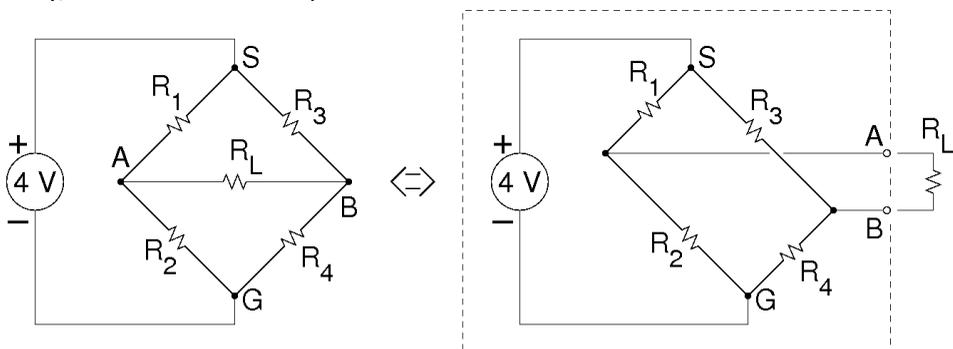


Στο εργαστήριο θα σας δοθεί ένα "γραμμικό" ποτενσιόμετρο των 2.2 k $\Omega$  (συνολική αντίσταση, των δύο τμημάτων εν σειρά) ("γραμμικό" σημαίνει ότι η αντίσταση του κάθε τμήματος μεταβάλλεται γραμμικά με τη γωνία περιστροφής --ό άλλος τύπος ποτενσιόμετρων είναι τα "λογαριθμικά", όπου ο λογάριθμος της αντίστασης είναι ανάλογος της γωνίας) (ίσως μελλοντικά προτιμήσουμε παραλλαγή με ποτενσιόμετρα μικρότερης αντίστασης). Ρυθμίστε το τροφοδοτικό στα 4 V, και συνδέστε σε αυτό τις δύο άκρες του ποτενσιόμετρου. Συνδέστε το βολτόμετρο από την αρνητική επαφή (τάση αναφοράς) στο μεσαίο ακροδέκτη του ποτενσιόμετρου. Περιστρέψτε τον άξονα του ποτενσιόμετρου και παρατηρήστε πώς μεταβάλλεται η τάση που βλέπετε. Σχεδιάστε το κύκλωμα σας, και εξηγήστε πώς λειτουργεί και τι βλέπετε (φυσικά, πρόκειται για ένα ρυθμιζόμενο διαιρέτη τάσης).

Ρυθμίστε τον άξονα ώστε η τάση που μετράτε να είναι 1 V, και στη συνέχεια, χωρίς να κινήσετε τον άξονα, **αποσυνδέστε** το ποτενσιόμετρο από το τροφοδοτικό, και μετρήστε με το Ωμόμετρο τις αντιστάσεις των δύο πλευρών του καθώς και την ολική του αντίσταση. Τι παρατηρείτε; Επαναλάβετε, αφού ρυθμίσετε τον άξονα ώστε η τάση που μετράτε να είναι 2.5 V.

## 2.2 Γέφυρα Wheatstone μέσω Ισοδύναμου Thevenin/Norton

Στο σχήμα, αριστερά, φαίνεται ένα κύκλωμα 5 αντιστάσεων γνωστό σαν *Γέφυρα Wheatstone*. Δυστυχώς, σε αυτό, καμία αντίσταση δεν είναι σε σειρά ή παράλληλα με καμία άλλη, άρα η ανάλυσή του είναι πύο περίπλοκη από τα συνηθισμένα κυκλώματα. Εν τούτοις, απομονώνοντας ένα κομμάτι του, όπως φαίνεται δεξιά, και βρίσκοντας το ισοδύναμο κατά Thevenin ή Norton, η ανάλυση διευκολύνεται: Θεωρήστε τη μεσαία αντίσταση,  $R_L$ , σαν φορτίο, και όλο το υπόλοιπο κύκλωμα, όπως φαίνεται από τα σημεία A και B, σαν πηγή, την οποία θα αντικαταστήσετε με το ισοδύναμό της κατά Thevenin, και μετά κατά Norton.



**Πείραμα Α:** Πάρτε αντιστάσεις ονομαστικών τιμών:  $R_1 = 550 \Omega$ ,  $R_2 = 680 \Omega$ ,  $R_3 = 680 \Omega$ ,  $R_4 = 550 \Omega$ , και  $R_L =$  είτε  $220 \Omega$ , είτε  $550 \Omega$ , είτε  $1.4 \text{ k}\Omega$ . Παρ' ότι αυτές είναι οι ονομαστικές τους τιμές, εν τούτοις μετρήστε και καταγράψτε τις πραγματικές τους τιμές, οι οποίες μπορεί να διαφέρουν κατά τι. **προσοχή:** όποτε μετράμε κάτι με το Ωμόμετρο, αυτό το κάτι πρέπει να είναι **αποσυνδεδεμένο** από πηγές. Κατασκευάστε (σε breadboard) το κύκλωμα του σχήματος, και μετρήστε και καταγράψτε την τάση από το A στο B με καθεμιά από τις 3 τιμές της αντίστασης "φορτίου"  $R_L$ .

**Πείραμα Β:** Χωρίς να χαλάσετε το κύκλωμα A, μετρήστε πάνω του τις δύο παραμέτρους του ισοδύναμου Thevenin του υποκυκλώματος μέσα σε διακεκομμένη γραμμή, όπως αυτό φαίνεται από από τη θύρα A-B. **Υπενθύμιση:** οι δύο παράμετροι είναι η τάση ανοικτοκυκλωμένου, και η εσωτερική αντίσταση (με μηδενισμένες τις πηγές). Γιά να μετρήσετε την τάση ανοικτοκυκλωμένου, αφαιρείτε την  $R_L$ , και μετράτε την τάση από το A στο B. Γιά να μετρήσετε την εσωτερική αντίσταση --με **μηδενισμένες** τις πηγές-- αντικαθιστάτε τις πηγές τάσης με βραχυκυκλώματα (ή τις πηγές ρεύματος, αν υπήρχαν, με ανοικτοκυκλώματα). Εσείς, εδώ, αποσυνδέετε το τροφοδοτικό, βραχυκυκλώνετε τους κόμβους S και G, και μετράτε με το Ωμόμετρο την αντίσταση μεταξύ A και B (όπως είπαμε, όποτε μετράμε κάτι με το Ωμόμετρο, αυτό το κάτι πρέπει να είναι **αποσυνδεδεμένο** από πηγές).

Καταγράψτε τις μετρήσεις σας, και στη συνέχεια *επαληθεύστε τις με υπολογισμούς*, βάσει των τιμών των αντιστάσεων που μετρήσατε στο A. Γιά τον υπολογισμό της τάσης ανοικτοκυκλώματος, υπολογίστε τις τάσεις στα A και B από τους διαιρέτες τάσης που σχηματίζονται (όταν λείπει η  $R_L$ ). Γιά τον υπολογισμό της ισοδύναμης αντίστασης με μηδενισμένη πηγή, ξανασχεδιάστε το δικτύο των 4 αντιστάσεων με αλλαγμένη τη θέση των κόμβων και των αντιστάσεων, ούτως ώστε να φανεί ότι πρόκειται γιά τον εν σειρά συνδυασμό δύο παράλληλων υποδικτύων.

**Πείραμα Γ:** Φτιάξτε με το ποτενσιόμετρο μιάν αντίσταση ίση με την ισοδύναμη αντίσταση Thevenin που μετρήσατε και υπολογίσατε στο B (συνδέστε το ένα μέρος του ποτενσιόμετρου στο Ωμόμετρο, και ρυθμίστε το γιά να πετύχετε την τιμή που θέλετε). Ρυθμίστε το τροφοδοτικό να σας δίνει τάση εξόδου ίση με την τάση ανοικτοκυκλώματος που μετρήσατε και υπολογίσατε στο B. Συνδέστε το ποτενσιόμετρο (χωρίς να το στρίψετε!) στο τροφοδοτικό, ώστε να φτιάξετε έτσι το ισοδύναμο Thevenin του κυκλώματος A-B μέσα στη διακεκομμένη γραμμή. Συνδέστε σε αυτό το ισοδύναμο κύκλωμα Thevenin εναλλάξ τις τρεις αντιστάσεις φορτίου  $R_L$  του A, και μετρήστε γιά κάθε μιά τους την τάση πάνω της. Βρίσκετε το ίδιο όπως στο A;;;

*Επαληθεύστε με υπολογισμούς* τις τρεις τάσεις που μετρήσατε, στο A και εδώ, γιά τις τρεις διαφορετικές τιμές αντίστασης φορτίου: πρόκειται απλά γιά το διαιρέτη τάσης μεταξύ εσωτερικής αντίστασης Thevenin και αντίστασης φορτίου, ο οποίος διαιρεί την ισοδύναμη τάση της πηγής Thevenin.

**Πείραμα Δ:** Υπολογίστε το ρεύμα πηγής του ισοδύναμου κατά Norton, από την τάση πηγής του ισοδύναμου Thevenin και την εσωτερική αντίσταση. Ρυθμίστε το τροφοδοτικό να σας δίνει **ρεύμα** τόσο όσο το ισοδύναμο Norton (και αυξήστε του το όριο τάσης, π.χ. στα 10 V, γιά να είστε σίγουροι ότι αυτό δεν θα παρεμβαίνει στις μετρήσεις σας). Υπενθύμιση: γιά να ρυθμίσετε το όριο ρεύματος του τροφοδοτικού, βραχυκυκλώνετε τους ακροδέκτες του και κάνετε τη ρύθμιση. Συνδέστε την ισοδύναμη αντίσταση, που κατασκευάσατε με το ποτενσιόμετρο, παράλληλα με το τροφοδοτικό, ούτως ώστε να φτιάξετε το ισοδύναμο Norton του κυκλώματος A-B. Συνδέστε σε αυτό το ισοδύναμο κύκλωμα Norton εναλλάξ τις τρεις αντιστάσεις φορτίου  $R_L$  του A, και μετρήστε γιά κάθε μιά τους την τάση πάνω της. Βρίσκετε το ίδιο όπως στα A και Γ;;;

*Επαληθεύστε με υπολογισμούς* τις τρεις τάσεις που μετρήσατε, στα A, Γ, και εδώ, γιά τις τρεις διαφορετικές τιμές αντίστασης φορτίου: έχετε το γνωστό σας ρεύμα της πηγής Norton που περνάει μέσα από τον παράλληλο συνδυασμό της ισοδύναμης εσωτερικής αντίστασης και της αντίστασης φορτίου.